الفصل الرابع

النموذج المجهري للذرة

د. عقيل هاشم حسين

الأعداد الكمية والزخم الزاوي : ملخص الرموز والترميز (التدوين)

* أن الرموز والترميز (التدوين) للأعداد الكمية للذرة ذات الإلكترون الواحد تلخص كالتالي :-

① العدد الكمي الرئيسي n وهو يتحكم بالطاقة الكلية (أجمالي الطاقة) E_n حسب لتناسبها التالي : $E_n \propto \frac{1}{n^2}$ حيث n تأخذ القيم $n = 1, 2, 3, \dots$

② العدد الكمي المداري l وهذا العدد يأخذ القيم : (لأي قيمة n)

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

أن l يرتبط بالزخم الزاوي المداري بالمقدار $|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ حيث $(L^* \hbar)$

$$\text{i.e } |\vec{L}| = L^* \hbar = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

$$L^* = \sqrt{l(l+1)}$$

وأن l دائماً يأخذ قيمة عدد صحيح موجب أو صفر .

③ العدد الكمي البرمي S وهذا العدد يملك قيمة واحدة دائماً هي $(S = \frac{1}{2})$ ولا يمكن وضع $(S = -\frac{1}{2})$. ويرتبط هذا العدد بالخواص الذاتية للإلكترون والتي تسمى بالزخم الزاوي البرمي والتي قيمتها $S^* \hbar$ حيث : (لذرة ذات الكترون واحد) :

$$|S| = S^* \hbar$$

$$S^* = \sqrt{S(S+1)}$$

$$\therefore |S| = \sqrt{S(S+1)}\,\hbar = \sqrt{\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}+1)}\,\hbar = \sqrt{\tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{2}}\,\hbar = 0.866\,\hbar \quad \text{(دائماً)}$$

④ العدد الكمي للزخم الزاوي المداري (المغناطيسي) m_l : هذا العدد الكمي يرتبط بمقدار المركبة z لمتجه الزخم الزاوي المداري l من خلال $L_z = m_l \hbar$

* أن القيم المحتملة للعدد m_l تعتمد على l وتأخذ القيم

$$m_l = -l, -(l-1), \dots, +(l-1), +l$$

٥٦

يعني آخر أن هناك $(2l+1)$ قيمة محتملة للعدد الكمي المغناطيسي المداري m_l لكل قيمة لـ l.

مثلاً: إذا كانت $l=3$ فإن عدد القيم المحتملة للعدد الكمي المغناطيسي المداري m_l هي $(2l+1)=2(3)+1=7$ أي أن هناك 7 قيم لـ m_l وهي $(3, 2, 1, 0, -1, -2, -3)$

⑤ العدد الكمي للزخم الزاوي البرمي (العدد الكمي المغناطيسي البرمي) m_s:

هذا العدد يعتمد على مقدار المركبة z لمتجه الزخم الزاوي البرمي S حيث $S_z = m_s \hbar$

$$m_s = \pm S = \pm \frac{1}{2}$$

حيث m_s تأخذ أما $\left(\frac{1}{2}\right)$ أو $\left(-\frac{1}{2}\right)$

⑥ أن متجه الزخم الزاوي المداري يرمز له بالحرف الروماني الخامق L أو l وقيمته $l^* \hbar$

" " " البرمي " " " S أو S وقيمته $S^* \hbar$

" " " الكلي " " " J أو j وقيمته $j^* \hbar$

$$l^* = \sqrt{l(l+1)}$$

$$S^* = \sqrt{S(S+1)} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$J^* = \sqrt{j(j+1)}$$

* لا لكترون مفرد / يحدث أزدواج بشكل أتجاهي في مجال غير قوي لبعطي $j = l + S$ من ذلك المتجه المكون من القيم العددية l^* / S^* و j^*. ويجب أن نميز أن الزخم الزاوي l و S لا يكونان متوازيين بنفس الاتجاه أو عكس الاتجاه مع بعضهما وعندها فالزخم الزاوي الكلي هو j (J)

(٧) أن العدد الكمي الكلي للالكترون هو j ويعطى بالعلاقة $j = l \pm \frac{1}{2}$ أي
يأخذ (l) قيمتين الى حيث l في حالة عدم وجود مجال أو وجود مجال ضعيف
أن هذه علاقة عددية بين أعداد كمية وليس بين الزخم الزاوي أي لا يعني ذلك بأي حال
من الاحوال ان $s = \pm\frac{1}{2}$ فالعدد الكمي j يرتبط بمقدار الزخم الزاوي الكلي ومقداره
$\sqrt{j(j+1)}\,\hbar = j^*\hbar$ حيث j دائماً موجب ومضاعفات الـ ($\frac{1}{2}$) للالكترون واحد ، وأن
كل مستوي له l ينحل الى مستويين لهما j

(٨) أن العدد الكمي المغناطيسي الكلي m_j يرتبط بمركبة z لمجموع الزخم الزاوي الكلي $j_z = m_j\hbar$
ويتحدد بـ $(2j+1)$ من القيم (كما في m_l و m_s) حيث m_j تأخذ القيم

$$m_j = -j \text{ و } -(j-1) \text{ و } \cdots \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } +1 \text{ و } \cdots \text{ و } (j-1) + j$$

فمثلاً لو كان الالكترون مفرد $j = \frac{3}{2}$ فان عدد القيم الممكنة لـ m_j هي $2j+1 = 2\left(\frac{3}{2}\right)+1 = 4$
وهي :

$$m_j = -\frac{3}{2} \text{ و } -\frac{1}{2} \text{ و } 0 \text{ و } \frac{1}{2}$$

(٩) أن الترميز الطيفي لحالة الالكترون يعتمد على l ويرمز له بالاحرف اللاتينية s و p و d و f و g
0 1 2 3 4
... الخ حيث $l = 0$ و 1 و 2 و 3 و 4 ، وأن كل المعلومات متضمنة في رمز المستوي $(n^r l_j)$
حيث أن العدد $(n^r l_j)$ هو ترميز للمستوي وأن $r = 2S+1 = 2$ لأن $S = 1/2$
ولكل العدود (المستويات) التي فيها الكترون واحد فقط ما عدا المستوي S .

(١٠) أن قواعد الاختيار للانتقالات المسموحة هي كالتالي :-

n , $\Delta n = (0)$ و 1 و 2 و 3 و ... و etc الخ

l , $\Delta l = \pm 1$

S , $\Delta S = 0$

j , $\Delta j = \pm 1$ و 0

وأن الانتقال التالي ممنوع $j_1 = 0 \rightarrow j_2 = 0$ (forbidden)

(11) لا تتحقق هذه القواعد الكمية لمجهات الزخم الزاوي الا عندما يتم الازدواج ٥٨
(الاقتران) المناسب، على سبيل المثال $j = l \pm \frac{1}{2}$ ينطبق على ازدواج
الزخم - المدار القوي وليس على اقتران المجال المداري مع المجال الزخم القوي.

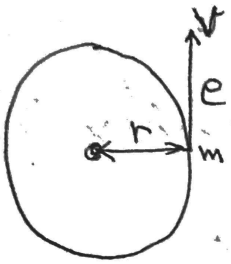
الزخم المغناطيسي - المدار والزخم

* أن الالكترون عبارة عن جسيم مشحون يدور حول النواة في حلقة مغلقة (مدار مغلق) لذلك يجب أن نأخذ الزخم المغناطيسي الناتج عن ذلك بنظر الاعتبار. ومن أجل التبسيط نفرض أن المدار دائري (الحقيقة هو بيضوي). كما في الشكل التالي :-

* أن الالكترون الذي يتحرك بهكذا مدار دائري يوصف بحلقة تيار كهربائي ناتج عن هذه الحركة ويكافئ الصيغة التالية :

$$i = \frac{e}{T}$$

حيث T فترة (زمن) الدوران
e شحنة الالكترون



الشكل (١) : حركة الالكترون بمدار دائري

أن الزخم الزاوي المداري P_θ يعطى بالعلاقة التالية :-

$$P_\theta = I w = m r^2 w$$

حيث w السرعة الزاوية للالكترون :

$$\therefore T = \frac{2\pi}{w}$$

$$\therefore P_\theta = m r^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right) = 2m \frac{A}{T} \quad \text{و} \quad A = \pi r^2 \quad (\text{مساحة المدار الدائري})$$

ومن نظرية أمبير للقسر (الاغلقة) المغناطيسية فان :

$$M_l = i A$$

$$M_l = \frac{e}{T} A$$

حيث M_l العزم المغناطيسي المكافئ لحلقة التيار (تيار الحلقة)

$$\therefore M_l = \frac{e P_\theta}{2m} \quad , \quad P_\theta = |\vec{L}|$$

وبما أن الزخم الزاوي المداري P_θ يعطى بالعلاقة : $P_\theta = l^* \hbar = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ (قاعدة التكميم)

09 ∴ إذن العزم المغناطيسي المداري μ_ℓ يصبح :-

$$\mu_\ell = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{\ell(\ell+1)}$$

where: $\ell = 0, 1, 2, \ldots$

* أي $\sqrt{\ell(\ell+1)}$ هو قيمة عددية لذلك فوحدة (وحدات) العزم المغناطيسي μ_ℓ تعتمد على $\left(\frac{e\hbar}{2m}\right)$ وأي الوحدة الذرية (atomic unit) للعزم المغناطيسي تسمى (بور ماجنتون) (Bohr magneton) ويرمز لها بالرمز μ_B حيث أن:

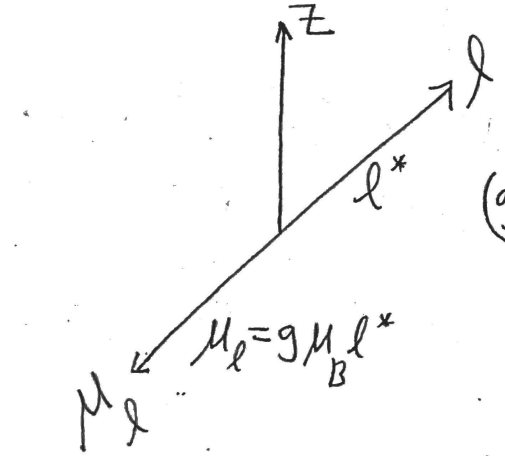
$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = \frac{1.6\times10^{-19}\times1.05\times10^{-34}}{2\times9.1\times10^{-31}} = 9.27\times10^{-24}\ J\cdot T^{-1}$$ (بور ماجنتون Bohrmagneton)

∴ $\mu_\ell = \mu_B\sqrt{\ell(\ell+1)}$

كذلك $\Longrightarrow$ $\boxed{\mu_\ell = \frac{\mu_B}{\hbar}\ell}$

* أي للعزم المغناطيسي اتجاه يعتمد على اتجاه ℓ المتجهة المدارية الكلية وكذلك لقيمة لأنه يأتي من حركة الشحنة السالبة e فإن اتجاه المتجهة μ_ℓ يكون معاكساً لاتجاه متجه الزخم الزاوي ℓ لأن μ_ℓ و ℓ متناسبان مع بعضهما بصورة مباشرة وحسب المخطط التالي:

* النسبة $\left(\frac{\mu_\ell \text{ in Bohr magnetons}}{\ell^* \text{ in } \hbar}\right)$



الشكل (2) : مخطط العزم المغناطيسي والزخم الزاوي

تسمى هذه النسبة بنسبة جيرومغنتك (gyromagnetic ratio) ويرمز لها بالرمز (g) ويسمى كذلك بعامل اللاندا

* في هذا المثال البسيط فإن $g=1$ وهذا ليس صحيحاً بصورة عامة. لذلك فإن:

$$\mu_\ell = -g\mu_B\sqrt{\ell(\ell+1)} \quad ,(g>1)$$

$$(\mu_\ell)_z = -g\mu_B m_\ell \quad ,(g>1)$$

* يطلق على g بعامل انقلاف لاندا (Lande splitting factor)

* حسب نموذج الالكترون الدوار فان مقدار الزخم الزاوي الذاتي للالكترون هو $S^*\hbar = \sqrt{S(S+1)}\,\hbar$ حيث $S=\frac{1}{2}$. أن هذا البرم (الدوران) لشحنة كروية تدور محورياً يعطي عزم مغناطيسي مكافئ هو M_S وصوبته كذلك (حسب اتجاهية) وبالتشابه مع الحالة المدارية فان

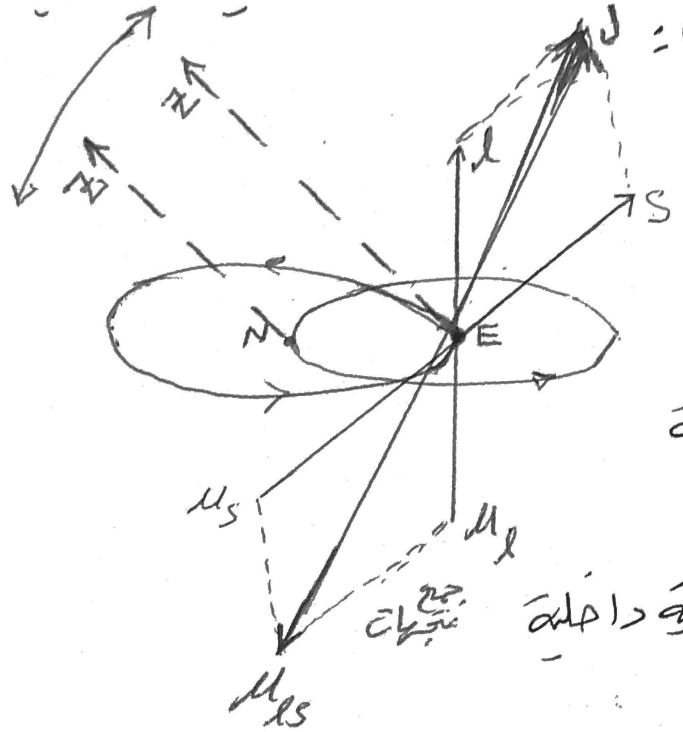
$$M_S = -M_B\sqrt{S(S+1)}$$

ولكن وجد أن

$$M_S = -2M_B\sqrt{S(S+1)}$$

لذلك في هذه الحالة فان $g=2$.

* تم اثبات النتيجة أعلاه تجريبياً بواسطة تجربة شيرن - كيرلاخ وكذلك بواسطة استخدام التحليل الطيفي من تأثير زيمان. ولهذا فان متجه M_S يكون بالاتجاه المعاكس لـ S بالتشابه مع الحالة المدارية. لذلك فان الالكترون الذي له متجهين ميكانيكيين وكذلك متجهين مغناطيسيين كما موضح بالشكل (3):



* حيث نلاحظ من الشكل أن المتجه M_S يكون باتجاه معاكس لاتجاه S في تشابه مع الحالة المدارية.

* أن العامل $g=2$ لبرم الالكترون هي خاصية داخلية حذائية تم حسابها بدون توضيح اضافي.

الشكل (3): أزدواج المتجهين الميكانيكي والمغناطيسي

ونلاحظ من الشكل (3) أن الالكترون يدور حول النواة (موضعها N) بحركة مكافئة لحركة النواة N وهي تدور حول الكترون ثابت (عند المرفع E) ونلاحظ أيضاً أن كلا المتجهين l و S متعامدين للمحور ولا متوازيين لبعضهما البعض ويبين الشكل أن المحور Z ليس ثابتاً في الفضاء ويشير الى اتجاه المجال المغناطيسي B.

* للمجال المغناطيسي الضعيف B فان المتجهين l و s يزدوجان (يقترنان) لتعطيا الحالة j وهو بدوره يعمل حول المجال B وهو مقسم فضائياً وبزيادة المجال المغناطيسي B فالمتجهين l و s يفكان اقترانهما (ازدواجهما) ليعملا بصورة مستقلة حول المجال B وهما حكمان فضائياً بصورة مستقلة وفي هذه الحالة لا تتكون (تتشكل) الحالة j وعندها فان $m_j = m_l + m_s$.

تجربة شترن - كيرلاخ

* أن وجود الاعداد الكمية نفسها كان نظرياً الى حد كبير أو على الأقل تخميناً. لكن في تجربة شترن - كيرلاخ الشهيرة تعطينا دليل تجريبي مباشر على أن الالكترون لديه عزم مغناطيسي ذاتي (داخلي) ويدرك كمي برمي (مغزلي) قيمته $\frac{1}{2}$.

* تقيس هذه التجربة العزم المغناطيسي للذرة ككل ولم يكن الامر كذلك الا بعد وضع سنوات عندما أكتشف أن الزخم المداري للحالة S يساوي صفراً ($l=0$) خارج واضحاً أن العزم المغناطيسي سببه الالكترون. تم أختيار الذرات التي يكون زخمها المداري صفراً ($l=0$) على أن تكون في الحالة الارضية وعليه بعد ذلك أن يعزى (ينسب) العزم المغناطيسي الكامل للذرة الى دوران الكترونها. حيث أستخدمت في هذه التجارب ذرات الصيدروجين والليثيوم والصوديوم والبوتاسيوم والنحاس والفضة والذهب.

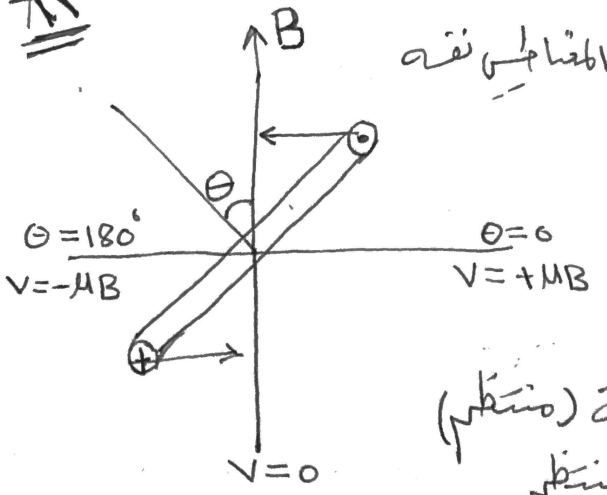
* أن حركة الالكترون في هذه الذرات (المستخدمة في التجربة) وجد أنها تكافئ تيار يتدفق (يسري) في حلقة دائرية من سلك ما وله خواص مغناطيسية وبصوره خاصة يتصرف كمغناطيس يواجه قوى متساوية ولكن متعاكسة عند وضعه في مجال مغناطيسي منتظم أن القوة الناتجة (محصلة القوى) تصبح عند هذه الحالة مساوية للصفر فلا تتسبب بازاحة الذرة.

* مع ذلك عند وضع الذرات في مجال غير منتظم ستتعرض هذه الذرة لقوة (محصلة قوى) تتناسب مع أنحدار المجال وحسب العلاقة

$$V = MB\cos\theta$$

حيث B كثافة الفيض للمجال المغناطيسي
M العزم المغناطيسي

٢٤



الشكل (4) : الطاقة الكامنة V لحلقة تيار العزم المغناطيسي M في مجال مغناطيسي كثافة فيضه B .

نلاحظ أن الزاوية المغناطيسي B يصنع زاوية θ مع محور العزم المغناطيسي فقه

أن القوة الميكانيكية X باتجاه المحور X تعطى بالعلاقة :

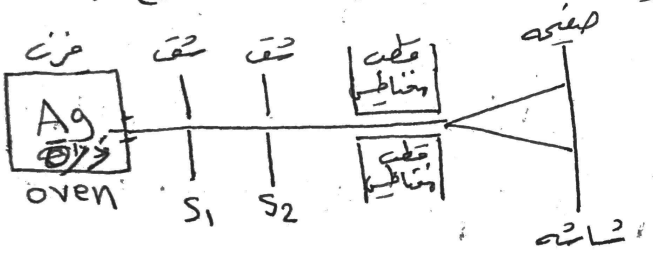
$$X = -\frac{dV}{dX} = -\frac{d}{dX}(MB\cos\theta)$$

ونلاحظ أن $X=0$ عندما يكون المجال المغناطيسي B ثابتة (منتظم)

ويكتب $X = \frac{dB}{dX}(M\cos\theta)$ في المجال المغناطيسي غير المنتظم

أن أعظم قيمة هي $X = M\frac{dB}{dX}$.

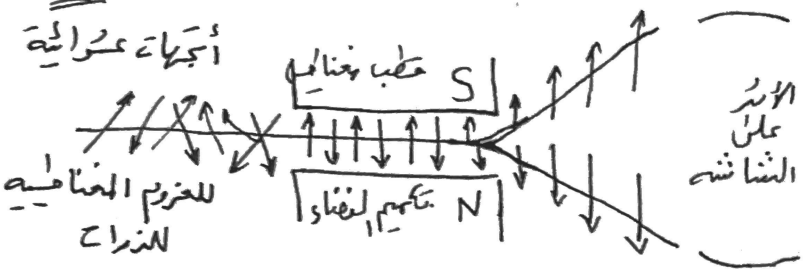
* في تجربة شترن-جيرلاخ تم تسخين الفضة في فرن وظهر عدد من ذرات الفضة بسرعات تتوافق مع درجة حرارة الفرن ، أن الشقان (الحاجزان) S_1 و S_2 يجعلان من تدفق الذرات على شكل خط نحيف جداً حيث يمر بعد ذلك بين قطبي مغناطيس وكما في الشكل (5) :



الشكل (5) : تجربة شترن-جيرلاخ

* لقد تم تشكيل قطع القطب بحيث يتم الحصول على تدرج كامل (كبير) جداً للمجال المغناطيسي $\frac{dB}{dX}$ حيث تم تسليط ضغط منخفض بالجهاز بدرجة حرارة كافية لتمكين ذرة الفضة لتشتغل على طول المسار بدون تصادم ولذلك كان معدل (متوسط) المسار الحر أكبر من طول الجهاز .

* خارج المجال المغناطيسي فان العزوم المغناطيسية لذرات الفضة تشير باتجاهات عشوائية مختلفة وكما موضح بالشكل (6) وعند دخول الذرات بالمجال المغناطيسي اتجهت العزوم المغناطيسية بموجبها بالتوازي او معاكسة لاتجاه المجال فيطلق عليها حكمة فضائياً .
(باتجاه موازي)



الشكل (6) توضيح تجربة شتيرن - كيرلاخ

* أن الذرات واجهت محصلة قوة بسبب أختلاف المجال المغناطيسي الكبير حيث تم تحديد أتجاه القوة من خلال الاتجاه الذي أتخذه العزم المغناطيسي بالنسبة للمجال المغناطيسي حيث تحركت الذرات باتجاهين بعيداً عن بعضهما تحت تأثير القوى المعاكسة وتم تسجيلها كأثر (مؤثر) منفصل على الشاشة (الصفيحة). وكما موضح بالشكل ⑦a :

⑨

⑥

* كلاسيكياً، فان العزم المغناطيسي M_s يمتلك قيمتين بين $-M_s$ و $+M_s$ بحيث أن النمط (الاثر) المتشكل على الصفيحة يجب ان يكون مستمراً. وكما موضح بالشكل ⑦b :

الشكل ⑦ : نمط الاثر (البقع) لتجربة شتيرن كيرلاخ

⑨ : الاثر الحقيقي لذرات الفضة

⑥ : الاثر (النمط) المستمر المتوقع كلاسيكياً.

* أظهرت حقيقة العثور على أثرين منفصلين متساويين الازاحة أن العزم المغناطيسي له أتجاهان منفصلان ومختلفان أحدهما له أتجاه موازي لمركبة B والاخر أتجاه معاكس لمركبة المجال المغناطيسي B. لقد أثبتت هاتان الحقيقتان بشكل قاطع وجود تكميم للفضاء للعزم المغناطيسي البرمي (المغزلي) M_s على الأقل. ولكن لا يزال هنالك أحتمال أن الالكترونات المدارية لها تأثير بذلك نتيجة حركتها المدارية. حيث تم حل هذه الصعوبة من خلال تجارب الصيدروجين عام 1927 حيث كان هنالك الكترون واحد فقط حيث ان ذرة الفضة تحتوي على العديد من الالكترونات.

* أن الحالة الارضية للصيدروجين $1S_{1/2}$ أي أن تمتلك ($l=0$ و $m_l=0$) فاذا كان الانفصال بتجربة شتيرن - كيرلاخ لا يعتمد على البرم فحزمة ذرات الصيدروجين يجب ان لا تنحرف اساساً لان ($l=0$) لكل الذرة. لكن وجد أن هنالك حزمتين أي ان هنالك انفصال

(انفلاق) حدث عند استخدام ذرة الهيدروجين كما صوالحال لذرة الفضة . أن هذه الحزم المنفصلة هي نتيجة المركبات المغناطيسية للعزم وحيث ان $m_l = 0$ للهيدروجين فهذه المركبتين سببها أذن (يجب ان يكون) مركبات البرم أي سببها العزم المغناطيسي البرمي M_s لذلك فان الزخم الزاوي البرمي الذاتي S يرتبط بالعزم المغناطيسي البرمي الذاتي M_s حسب العلاقة :-

$$M_s = -g_s M_B S^*$$

وكذلك فان :-

$$(M_s)_z = -g_s M_B m_s$$

$$S^* = \sqrt{S(S+1)}$$

$$S_z = m_s \hbar$$

وان g_s عامل g للبرم .

وحيث أن عدد m_s يتغير من $-S$ الى $+S$ كما صوالحال

يتغير m_l " $-l$ الى $+l$

هذا يعني أن هنالك قيمتين لـ m_s هما $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ لان قيمة $S = \frac{1}{2}$ وعليه فان $(\Delta m_s = \pm 1)$.

كذلك فان أقصر قيمة للقوة الميكانيكية X هي باتجاه المحور X وتعطى بالعلاقة :

$$X = M_s \frac{dB}{dx}$$

$$\therefore (M_s)_z = -g_s M_B m_s$$

$$\therefore X = -g_s M_B m_s \frac{dB}{dx}$$ (حسب الاتجاه البحرية)

لذلك $M_B = 9.27 \times 10^{-27}$ J/T

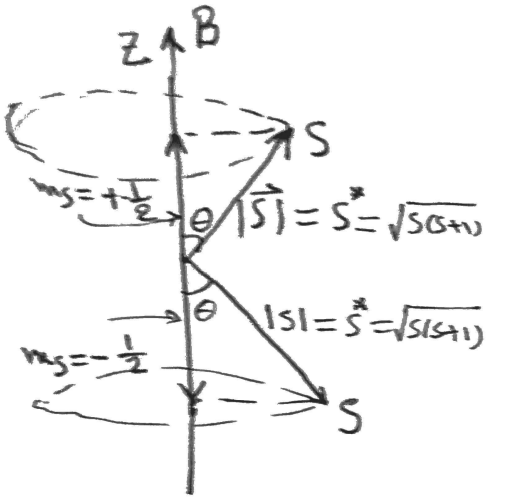
$g_s m_s = \pm 1 \xrightarrow{\text{اذن}} m_s = \pm \frac{1}{2}$ و $g_s = 2$ (لذرة الهيدروجين البحرية)

وهذا يعني : أن عامل البرم g_s للالكترون (لبرم الالكترون) هو ضعف عامل g للمدار

ان متجه الزخم الزاوي البرمي (المغزلي) $\vec{S}$ للالكترون الحر له متجه معاكس مرتبط به هو $\vec{M}_s$ والمتجه $\vec{M}_s$ له مركبة باتجاه المجال المغناطيسي الخارجي $\pm(M_s)_z$ حيث ان:

$$(M_s)_z = g\,\mu_B\, m_s \quad , m_s = \pm S = \pm\frac{1}{2}$$

يحل هذان الموضعان على تحديد اتجاه $\vec{S}$ في الفضاء كما موضح بالشكل (8) حيث يكون اتجاه المجال باتجاه المحور Z وعندما يقترن S مع B فانه يتحرك حول اتجاه المجال بزاوية معينة حسب العلاقة:



$$\cos\theta = \frac{m_s}{\sqrt{S(S+1)}} = \pm\frac{1}{2}\,\frac{1}{0.866}$$

$$\therefore \cos\theta = \pm 0.5774$$

$$\therefore \theta = 54.7$$

$$\theta = 125.3 \quad \text{او}$$

الشكل (8): التكميم الفضائي لمتجه برم الالكترون له موضعين

* في غياب أي اقتران آخر فان هذه المواضع هي الوحيدة الممكنة لـ $\vec{S}$ بالنسبة لـ $\vec{B}$ وهذان هما اتجاهان الفضائيان اللذان كشف عنهما التحليل في تجربة شترن-كيرلاخ ونلاحظ أن:

$$(M_s)_z = M_B \qquad \text{(The Bohr magneton)}$$

* في محاولة لتفسير ازدواجية خطوط الطيف المنبعثة من الذرات القلوية وسنوزر ظاهرة زيمان اقترحا العالمان الالمانيان صامويل جودسميت وجورج اينبيك في عام ١٩٢٥ ان الالكترون ربما يدور حول محوره وسميت هذه الحركة باللف (البرم) (الغزل) spin. وسمي الزخم الزاوي المصاحب لهذه الحركة بالزخم الزاوي المغزلي (الذاتي). وفي عام ١٩٢٨ بين العالم ديراك انه هذا الزخم الذاتي يظهر في معادلة كروديتكر بطريقة طبيعية وبهذا حصلت فكرة دوران الالكترون حول نفسه على قاعدة نظرية.

حيث حسب النظرية الكمية فان اليوم يعتبر خاصية ذاتية تميز الالكترونات .