



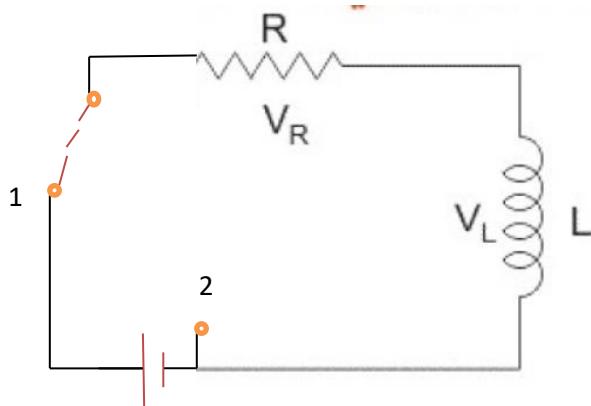
مقرر 203

الكهربائية والمغناطيسية 2

محاضرة رقم 11 الفصل الرابع

التيار المستمر هو تيار ذو قيمة ثابتة مع الزمن ويمكن الحصول عليه عند ربط مقاومه بطرفى مصدر للتيار المستمر ويأخذ قيمة ثابتة مباشره بعد غلق الدائرة. لكن اذا احتوت الدائرة على متسعه او محاثة او كليهما بالإضافة الى المقاومة سوف تظهر تيارات عابرة تض محل بعد وقت قصير من نشوئه.

4-1 دوائر التيارات العابرة RL- Circuit



الدائرة تحتوي على ملف معامل حثه الذاتي $= L$ مربوط على التوالى مع مقاومة R .

اذا كان التيار المار في الدائرة ثابت القيمة فليس هناك اي تأثير للمحاثة على الدائرة الكهربائية الا ان تأثيرها يظهر عند يكون التيار

(1) نمو التيار Growth of current

عند وضع المفتاح على الموضع (1) فأن الملف والمقاومة يكونان مربوطين بمصدر ثابت القوه الدافعة الكهربائية(نهمل المقاومة الداخلية للمصدر $Q.D.K = E$)

في للحظة يمس فيها المفتاح الموضع (1) $t=0$ فأن فأنه قيمة التيار المار في الدائرة مساويه الى الصفر $(i = 0)$ وبعدها يبدا بالازدياد ولاحتواء الدائرة على مقاومه ومحاثة فأنه قيمة التيار لا ترتفع مباشرة الى i (القيمة النهائية للتيار).

ولكنها تأخذ فترة معينه من الزمن وبعدها تستقر على القيمة الثابتة i .

عندما يبدأ التيار بالنمو فسوف ينشأ فيضاً متغيراً في الملف يؤدي (حسب قانون فارادي) وقانون نويمان (Neumann's Law) كما يسمى أحياناً قانون لينز) إلى توليد قوه دافعة كهربائية محتلة مقدارها $L \frac{di}{dt}$ وتكون معاكسه للتغير الحاصل للتيار (الزيادة في هذه الحالة): اي انها تكون مضادة للقوة الدافعة الكهربائية الموجدة اصلاً في الدوائر. بما ان المقدار التغير في بمرور الزمن لذا فان القوة الدافعة الكهربائية المحتلة (ق.د. ك المحتلة) الموجدة تتناقص قيمتها مع الزمن .

وبسبب وجود (ق.د. ك المحتلة) تكون محصلة ق.د. ك التي تولد التيار في الدائرة

$$\text{هي } L \frac{di}{dt} - \varepsilon$$

نفرض ان التيار الآني المار في الدائرة بعد زمن مقداره $i = t$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني للجهد على الدائرة ، او باستخدام التيار المغلفه او معادلة

$$\sum \varepsilon = \sum iR \quad \text{الدائرة} :$$

$$\therefore V_L + V_R = \varepsilon$$

$$iR = R \quad \text{فرق الجهد على المقاومة } V_R$$

$$L \frac{di}{dt} = L \quad \text{فرق الجهد على الملف } V_L$$

$$\varepsilon - V_L = V_R$$

$$L \frac{di}{dt} + iR = \varepsilon \quad \text{معادلة الدائرة (1)}$$

هذه المعادلة هي معادلة تفاضلية خطية $(\frac{dy}{dx} + py = Q(x))$ تحل باستخراج عامل التكامل $I.F = e^{\int pdx}$

او باستخدام طريقة فصل المتغيرات

$$L \frac{di}{dt} = (\varepsilon + iR)$$

$$\frac{di}{\varepsilon + iR} = \frac{dt}{L} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

بتكمال طرفي المعادلة ينتج

$$\frac{-1}{R} \ln(\varepsilon - iR) = \frac{t}{L} + C \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$C =$ ثابت التكامل نجد قيمته باستخدام الشروط الابتدائية عندما $t=0$ فأن $i=0$

$$\therefore C = \frac{-1}{R} \ln(\varepsilon) \dots \dots \dots (4)$$

نعرض قيمه C في (3)

$$(-1)/R \ln(\varepsilon - iR) = t/L + (-1)/R \ln(\varepsilon)$$

$$\frac{-1}{R} \left(\ln \left(\frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon} \right) \right) = \frac{t}{L}$$

$$\ln \left(\frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon} \right) = \frac{-R}{L} t$$

$$1 - \frac{R}{\varepsilon} i = e^{\frac{-R}{L} t}$$

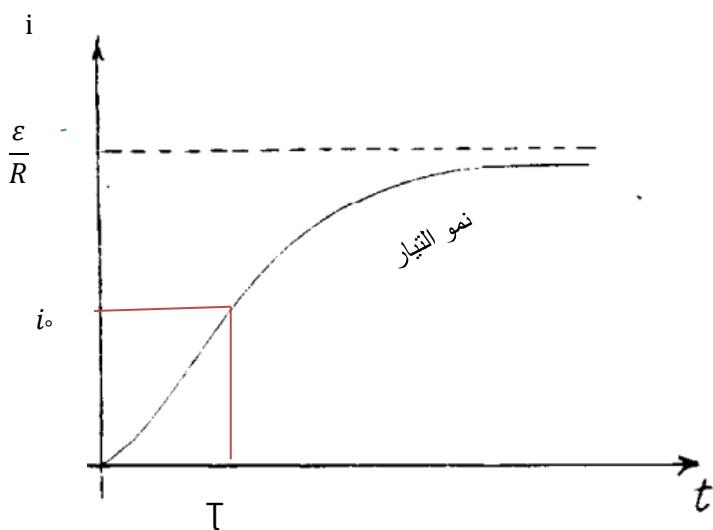
$$i = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{\frac{-R}{L} t} \right)$$

القيمه النهائيه للتيار عندما يكون $t = \infty$

$$i_{\circ} = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\therefore i = i_{\circ} \left(1 - e^{\frac{-R}{L} t} \right) \dots \dots \dots (5)$$

عند رسم معادلة رقم(5) نلاحظ ان التيار يزداد اسيا مع الزمن الى ان يصل الى القيمه النهائيه i_{\circ}



من رسم هذه العلاقة نلاحظ ان التيار يزداد أسيًا في الدائرة ويقترب من $t = \infty$ عندما $t = 0$. نظرياً نلاحظ ان التيار الكهربائي يصل قيمته النهائية الثابتة بعد مرور زمن طويل جداً عند احتواء الدائرة على محاثة ويمكن ان تصل قيمة التيار الى قيمه قريبه من قيمته العظمى I_0 بعد مرور زمن قصير جداً عند ربط الدائرة الكهربائية وهذا يعتمد على قيمة المقدار $\left(\frac{L}{R}\right)$ ، وتسمى هذه النسبة بثابت الزمن للدائرة ويرمز لها بالرمز (T) وتتقاس بالثواني.

$$\text{T} = \frac{L}{R} \leftrightarrow \frac{Henry}{ohm} = \frac{V}{Amp/sec} = \frac{V}{\Omega} = \frac{V}{V/sec} = sec$$

لذا يمكن ان نكتب العلاقة رقم (5) بالشكل التالي :

$$i = i_{\circ} (1 - e^{-T/t}) \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{1}{e} \cong 0.37 \quad , e^{-1} = 2.72$$

عندما $t=7$ فأن

$$i = 0.63i_\circ$$

لذا يمكن ان نعرف ثابت الزمن (τ) بأنه الفترة الزمنية اللازمة لكي تتم قيمة التيار الى 0.63 من قيمته النهائية θ .

من المعادلة (6) نلاحظ ان التيار يصل الى 0.99 من قيمته النهائية (i₀) بعد مرور زمن مقداره (4.6T) من غلق الدائرة ، لذا يمكن ان نعتبر عمليا ان التيار يصل الى قيمته النهائية بعد مرور زمن مقداره (5T) .

لما صغرت قيمة ثابت الزمن (اي عندما تكون قيمة L صغيرة) فأنه قيمة n تصل الى قيمتها النهاية بصورة اسرع.

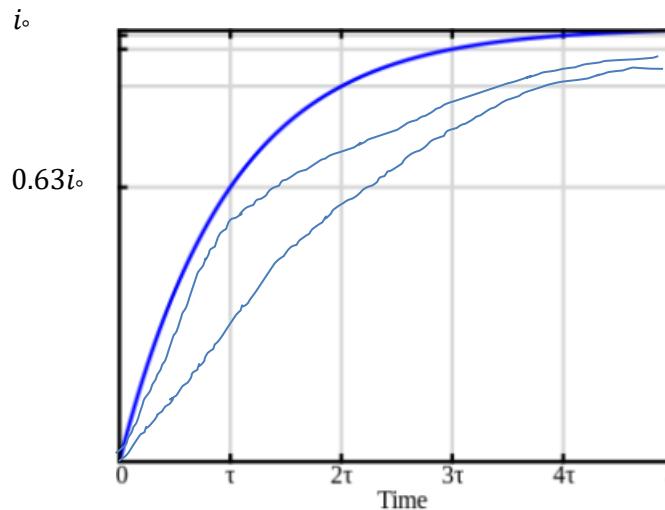
اما اذا كان الملف يحتوي على عدد كبير جدا من الالفات او كانت الالفات ملفوقة حول مادة فيرو-مغناطيسية فأنه قيمة $|A|$ لا تكون ثابته وتكون قيمتها كبيرة في هذه الحالة يحتاج نمو التيار الى مدة اطول لكي يصل الى ∞ .

من الممكن ان نلاحظ ان سرعة زيادة التيار مع الزمن في دائرة تحتوي على ملف ومقاومة وهي

$$\frac{di}{dt} = i_{\circ} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{R}{L} (i_{\circ} - i)$$

اذن سرعة زيادة التيار تتوقف على $\left(\frac{L}{R}\right)$

لحساب فرق الجهد على طرفي المحادثة



$$4T > 3T > 2T > T$$

$$V_L = \varepsilon - iR$$

$$V_L = L \frac{di}{dt} \dots \dots \dots (7)$$

من معادلة (6) و (7) نجد ان

$$V_L = \varepsilon e^{-\frac{t}{T}} \dots \dots \dots 8$$

اما القدرة الانبه

$$P_L = iV_L = \frac{\varepsilon^2}{R} \left(e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{2t}{T}} \right) \dots \dots \dots 9$$

الجهد عبر R هو

$$V_R = iR = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \dots \dots \dots 10$$

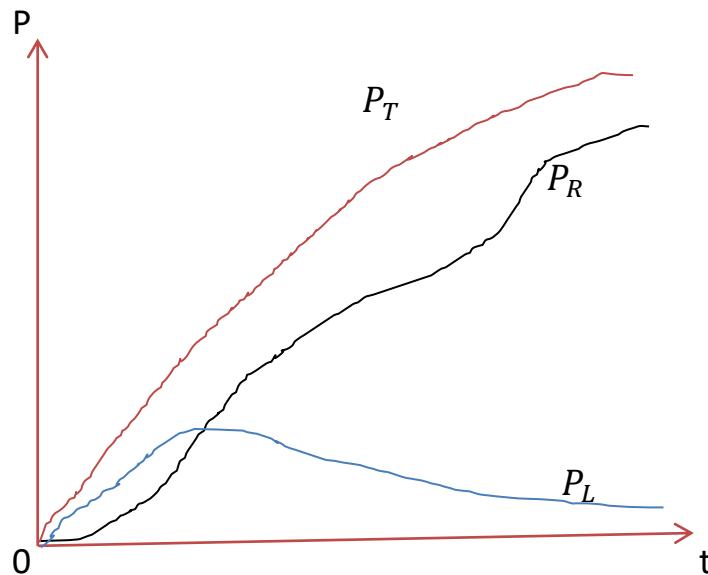
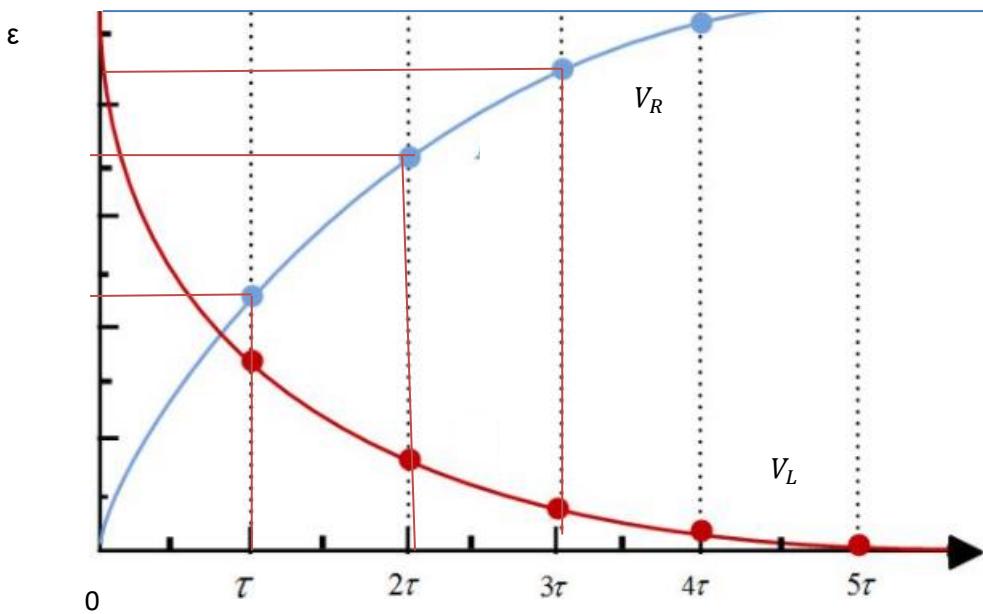
والقدرة الانيه

$$P_R = iV_R = \frac{\varepsilon^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 \dots \dots \dots 11$$

اذن القدرة الكلية هي

$$P_T = P_L + P_R$$

$$P_T = \frac{\varepsilon^2}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \dots \dots \dots 12$$



عندما $t=0$ فإنه تغير التيار بالنسبة للزمن $\left(\frac{di}{dt} \right)$ يكون في قيمته العظمى ويتساوى بـ

وهذا يجعل V_L في قيمة القصوى وان $P_L = 0$ (لان $i=0$ عند $t=0$)

وعندما $t = \infty$ فإنه $\frac{di}{dt} = 0$ وذلک $P_L = iV_L = 0$ وان $V_L = 0$

من الشكل نجد ان مجموع V_L و V_R يساوى دائمًا و هذا يحقق قانون كريشوف .

مثال : دائرة