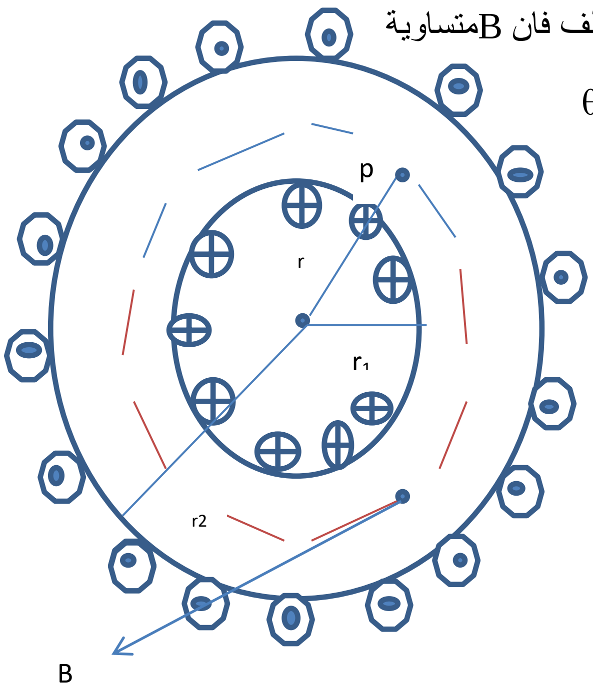
2-10 المجال المغناطيسي داخل ملف على شكل حلقة (Toroid):-

الشكل الذي يمثل ملف حلقي عدد لفاته N ، نصف قطره الداخلي r_1 و الخارجي r_2 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته i، p نقطة داخل الملف على بعد r من مركز الملف، المطلوب ايجاد B في نقطة p.

نختار المسار المغلق على شكل دائرة نصف قطرها r و مركزها مركز الملف و يمر بالنقطة p.
بما ان جميع نقاط المسار متناظرة الوضع بالنسبة للملف فان Bمتساوية



في المقدار في جميع هذه النقاط ،و في كل نقطة θ=0

التيار الكلي داخل المسار المغلق هو

I=Ni

نفرض الملف حلقي عدد لفاته =N، التيار المار =i

نصف قطره الداخلي =r_1

نصف قطره الخارجي =r_2

المطلوب ايجاد كثافة الفيض المغناطيسي في نقطة p

الواقعة على بعد rمن مركز الملف.

نختار المسار المغلق على شكل دائرة نصف قطرها r

و مركزها مركز الملف الحلقي

$$\therefore \oint \overline{B}.\overline{d\ell} = \mu_\circ I$$

التيار الكلي داخل المسار المغلق =Ni

وبسبب التناظر تكون B متساوية في جميع نقاط المسار و الزاوية $\theta=0$ في كل نقطة على المسار

$$\oint Bdl\, cos\theta = \mu_\circ I$$

$$B\, cos\theta \oint dl = \mu_\circ Ni$$

$$\therefore B cos\theta \oint dl = \mu_\circ\, Ni$$

$$B \int_0^{2\pi r} dl = \mu_\circ Ni$$

$$B\,(2\pi r) = \mu_\circ Ni$$

$$B = \mu_\circ \frac{N}{2\pi r} i$$

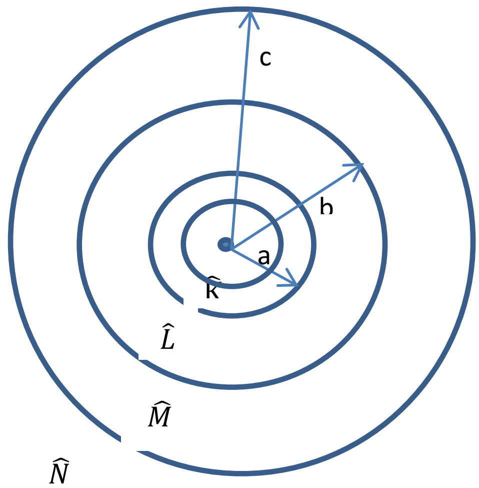
من هذه العلاقة نجد انB تتناسب عكسيا مع نصف القطرr

$$\therefore B = \mu_\circ ni$$

حيث$n=\frac{N}{2\pi r}$ و هو عدد اللفات لوحدة الطول.

$B=\mu_\circ ni$ لملف حلقي عدد لفاته N، نصف قطره الداخلي r_1 و الخارجي r_2 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته i وجدنا كثافة الفيض المغناطيسي في نقطة p الواقعة داخل الملف و على بعد r من مركز الملف باستخدام قانون امبير

مثال :- اسطوانة موصلة صلدة طويلة نصف قطرها a ينطبق محورها على محور اسطوانة اخرى موصلة مجوفة نصف قطرها الداخلي b و الخارجي c. يمر بالأسطوانتين الداخلية والخارجية تيار واحد باتجاهين متعاكسين و يتوزع بصورة متجانسة على مساحة مقطع الاسطوانتين . جد مقدار و اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي B في النقاط N,M,L,Kعلى بعد r_n, r_m, r_L, r_k على التوالي من المحور المشترك .



الحل:- لحساب قيمة B في النقطة k : نرسم دائرة نصف قطرها r_k و مركزها يقع على المحور المشترك للأسطوانتين ولوجود التناظر فان B لها نفس القيمة على جميع النقاط الواقعة على محيط هذه الدائرة. نفرض ان التيار خارج من الورقة في الاسطوانة الداخلية لذا تكون خطوط المجال دوائر باتجاه معاكس لحركة عقرب الساعة التيار المار ضمن الدائرة هو:-

$$I = J.\pi r^2$$

J كثافة التيار السطحية (A/m^2)

$$J = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$\therefore I = \frac{I}{\cancel{\pi} a^2}.\cancel{\pi} r^2$$

$$I_k = (\frac{r_k^2}{a^2})I$$

باستخدام قانون امبير

$$\oint \overline{B_k}.\overline{dl} = \mu_\circ \ I_k$$

$$B_k.2\pi \cancel{r_k} = \mu_\circ \ (\frac{r_k^{\cancel{2}}}{a^2})I$$

$$\therefore B_k = \frac{\mu_\circ I r_k}{2\pi a^2}$$

عند النقطة L: نرسم دائرة نصف قطرها r_L و مركزها المحور المشترك ،ثم نطبق قانون امبير .التيار الكلي الذي يمر ضمن الدائرة التي تمر في النقطة L هو: $I_L = I$

$$\therefore B_L.2\pi r_L = \mu_\circ I$$

$$B_L = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r_L}$$

بما ان اتجاه التيار I نحو القارئ فان B_L يكون باتجاه معاكس لحركة عقرب الساعة .

عند النقطة M

نختار المسار المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها r_m بحيث تكون النقطه M واقعه على المسار المغلق التيار المار ضمن الدائرة التي نصف قطرها r_m هو محصلة تيارين احدهما I يمر خلال الاسطوانة الداخلية واتجاهه نحو القارئ ،وجزء التيار الذي هو $\acute{I}$ المار في جزء من الاسطوانة الخارجية بعيدا عن القارئ

$$\acute{I} = J.(\pi {r_m}^2 - \pi b^2)$$

$$J = \frac{I}{(\pi c^2 - \pi b^2)}$$

$$\acute{I} = \frac{({r_m}^2 - b^2)}{c^2 - b^2} I$$

التيار الكلي المار ضمن الدائرة التي تمر في النقطة M تساوي

$$I_m = I - I'$$

$$I_m = (1 - \frac{r_m^2 - b^2}{c^2 - b^2})\, I$$

باستخدام قانون امبير

$$\oint \overline{B_m}\,.\,dl = \mu_\circ\, I$$

$$B_m.2\pi r_m = \mu_\circ\,(1 - \frac{r_m^2 - b^2}{c^2 - b^2})\, I$$

$$\therefore B_m = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r_m}\,(1 - \frac{r_m^2 - b^2}{c^2 - b^2})$$

و باتجاه B_m على محيط الدائرة التي نصف قطرها r_m و باتجاه معاكس لحركة عقرب الساعة.

باستخدام قانون امبير في النقطة N فان:

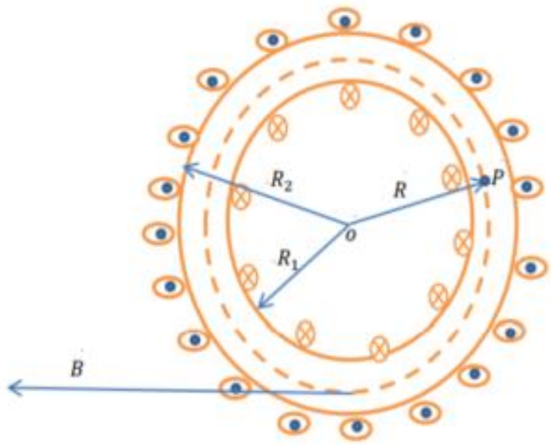
$B_n=0$

مثال / انبوب اسطواني طويل نصف قطره الداخليR_1 والخارجي R_2 يسري خلاله تيار كهربائي شدته I موزع بصورة متجانسة على مقطع الانبوب الاسطواني جد كثافة الفيض المغناطيسي B في نقطة P التي تبعد عن محور الانبوب مسافه مقدارها R عندما تكون :

1- $R < R_1$

2- $R_2 > R > R_1$

3- $R > R_2$



1- $R < R_1$ معناها P تقع داخل الدائرة الداخلية

نختار المسار المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها R بحيث النقطة P تقع على هذا المسار(محصلة التيار المار بالمسار المغلق هي I_S

من قانون امبير $\oint \bar{B} \bar{d}l = \mu_\circ I_S$

بما ان التيار داخل التجويف $I_S = 0$ لذا

$B = 0$

2- $R_2 > R > R_1$

نختار المسار المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها R بحيث النقطة P تقع على هذا المسار المغلق بتطبيق قانون امبيرعلى قانون امبير على المسار المغلق

$$\oint \bar{B}\bar{d}l = \mu_\circ I_S$$

كثافة التيار المار في الانبوب الاسطواني المغلق

$$J = \frac{I}{\pi {R_2}^2 - \pi {R_1}^2}$$

اذن التيار الكلي المار في السطح المحاط بالمسار المغلق هو

$$I_S = J.\left(\pi R^2 - \pi {R_1}^2\right)$$

$$I_s = \frac{I}{\pi {R_2}^2 - \pi {R_1}^2}\left(\pi R^2 - \pi {R_1}^2\right)$$

$$I_s = \frac{\left(R^2 - {R_1}^2\right)}{\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)} I$$

$$\therefore \oint B dl \cos\theta = \frac{\mu_\circ \left(R^2 - {R_1}^2\right) I}{\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)}$$

بسبب التناظر فانة قيمة B تكون ثابتة على جميع نقاط المسار المغلق

و $\theta = 0$

$$\therefore B\cos\theta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_\circ \left(R^2 - {R_1}^2\right) I}{\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)}$$

$$B = \frac{\mu_\circ \left(R^2 - {R_1}^2\right)\ I}{2\pi R\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)}$$

$R > R_2$-3

نختار المسار المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها R بحيث النقطة P تقع على هذا المسار المغلق بتطبيق قانون امبيرعلى قانون امبير على المسار المغلق

$$\oint \bar{B}\bar{d}l = \mu_\circ I_S$$

بسبب التناظر فانة قيمة B تكون ثابتة على جميع نقاط المسار المغلق

و $\theta = 0$

محصلة التيار الكلي الذي يخترق السطح المحاط بالمسار المغلق هو $I_S = I$

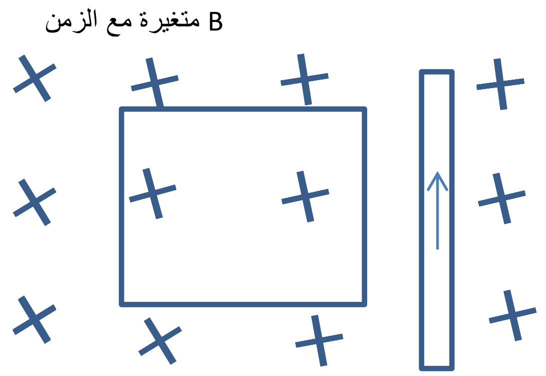
$$\therefore B \cos\theta \int_0^{2\pi R} dl = \mu_\circ I$$

كثافة الفيض لسلك طويل جدا(انبوب) $\Longleftarrow$ $\therefore B = \dfrac{\mu_\circ I}{2\pi R}$

الفصل الثالث

3-1 الحث الكهرومغناطيسي

الحث الكهرومغناطيسي يعرف بانه هو ظاهره تولد قوه دافعه كهربائية وتيار كهربائي في موصل او دائرة مغلقة خاليه من مصادر الجهد عندما يقطعها خطوط مجال الكهرومغناطيسي منتظم وهما في حاله حركه او عندما يقطع الموصل والدائرة المغلقة خطوط مجال مغناطيسي متغير الشده مع الزمن وهما في حاله سكون.



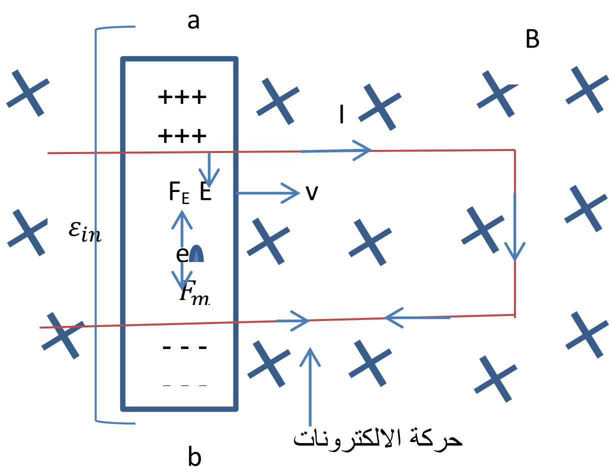
3-2 القوة الدافعة الكهربائية ε_{in}

$$F_m = q\, v\, B \sin\theta$$

$\theta = 90$

$F_m = evB$ ---------(1)

F_E=eE



نفرض التيار المحتث المار في الدائرة المغلقة =I

طول اللوح المعدني =ℓ

هناك حالتين لإيجاد القوه الدافعة الكهربائية المحتثة في الدائرة

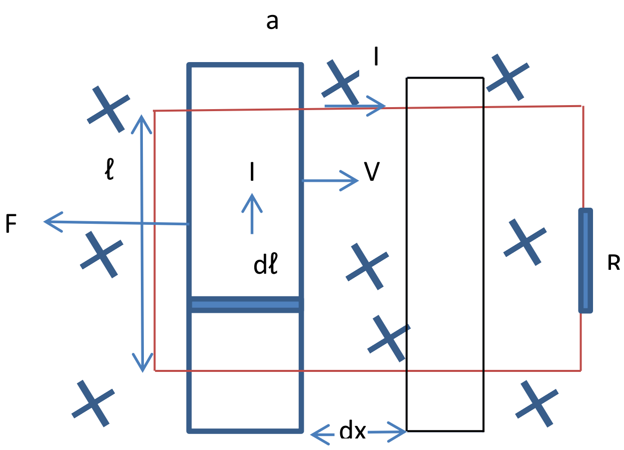
الحالة الاولى:اذا كان المجال المغناطيسي Bوالسرعة Vمنتظمة في كل جزء من اجزاء اللوح

بما ان اللوح موجود داخل مجال مغناطيسي Bويمر خلاله تيار كهربائي محتث مقداره I لذا فان القوه المغناطيسية المؤثرة عل اللوح هي:

$$F = I\ell B \sin\theta$$

$$\bar{F} = I\bar{\ell} \times \bar{B}$$

واتجاهها بعكس اتجاه حركه اللوح [نحو اليسار]بما ان اللوح يتحرك بسرعه منتظمة لذا فان محصله القوه المؤثرة على اللوح تساوي صفر لذا ينبغي تسليط قوه خارجيه على اللوح مساويه للقوة F ومعاكسه لها بالاتجاه



الشغل المصروف لتحريك اللوح المعدني مسافه مقدارها dx في زمن dt هما:

$$dw = -\bar{F}.\overline{dx}$$

$$= -(I\bar{\ell} \times \bar{B}).(\bar{V}dt)$$

$$dw = \bar{B} \times \bar{\ell}.\bar{V}(Idt)$$

$$\mathrm{dw} = \bar{B} \times \bar{\ell}.\bar{V}(dq)$$

حيث ان $dq = (Idt)$ وتمثل مقدار الشحنة المارة في اللوح في زمن dt .

$$\frac{dw}{dq} = \bar{B} \times \bar{\ell}.\bar{V}$$

الصيغة المتجهية

$$\varepsilon = \bar{B} \times \bar{\ell} \cdot \bar{V}$$

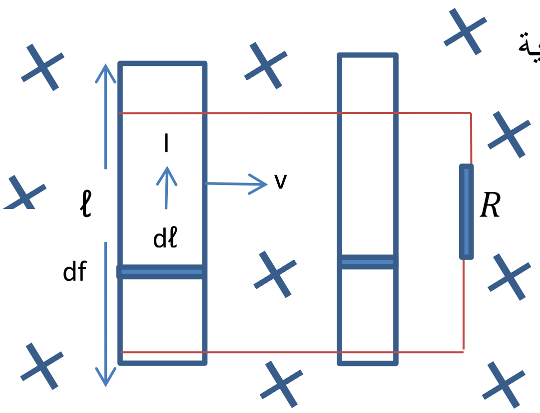
حيث ان $\frac{dw}{dq}$ =ε تمثل ق.د.ك المحتثة في اللوح

اذا كان كل من B 'V منتظمة فأن :-

$$\varepsilon = B\ell V \sin\theta \cos\emptyset$$

حيث ان θ هي الزاوية المحصورة بين اتجاهB و ℓ و ∅ هي الزاويه المحصوره بين العمود على المستوى الذي يضم Bوℓمع اتجاه السرعة V؛(في هذه الحالة الخاصة فقط$\theta = 90$ ؛$\emptyset = 0$).

الحالة الثانية: اذا كان المجال المغناطيسي غير متساوي المقدار والاتجاه (المجال غير منتظم) او السرعة الخطية V غير منتظمة او كليهما على كل جزء من اجزاء اللوح.



في هذه الحالة نجزئ اللوح الى اجزاء تفاضلية طول كل منها=dℓ بحيث انB و v منتظمة على كل نقطة من نقاط dℓ .

التيار المحتث المار في dℓ يساوي I

القوة المغناطيسية على dℓ هي:

$$\overline{df} = I\overline{d\ell} \times \bar{B}$$

اتجاه df بعكس اتجاه حركه اللوح (الان السرعة منتظمة اذا محصلة القوة على اللوح= 0).

الشغل المنجز لتحريك dℓ مسافه مقدارها dx في زمن dt من قبل قوه خارجيه مساويه الى df ومعاكسه لها بالاتجاه

$$dw = -\overline{df} \cdot \overline{dx}$$

$$= -(I\overline{d\ell} \times \bar{B}) \cdot (\bar{V}dt)$$

$$dw = -(I\overline{d\ell} \times \bar{B}) \cdot (\bar{V}dt)$$

$$dw = (\bar{B} \times \overline{d\ell} \cdot \bar{V})(Idt)$$

$$dw = \bar{B} \times \overline{d\ell} \cdot \bar{V}dq$$

حيث ان مقدار الشحنة dq المارة في dℓ في زمن مقداره dt

$$\therefore \frac{dw}{dq} = \bar{B} \times \overline{d\ell} \cdot \bar{V}$$

$$\therefore d\varepsilon = \bar{B} \times \overline{d\ell} \cdot \bar{V} \quad .... \quad 2$$

حيث ان $d\varepsilon$ تساوي $\frac{dw}{dq}$ وتمثل فرق الجهد على الجزء $d\ell$ فقط .

$$d\varepsilon = Bd\ell V \sin\theta \cos\emptyset \quad .... \quad 3$$

حيث ان θهي الزاويه المحصورة بين Bو $d\ell$. و ∅هي الزاويه المحصوره بين العمود على المستوى الذي يضم B و $d\ell$ مع السرعة V .

∴ ق. د. ك المحتثة الكلية هي:

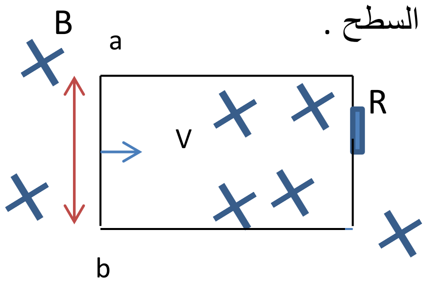
$$\varepsilon = \int Bd\ell V \sin\theta \cos\emptyset \quad .... \quad 4$$

مثال\في الشكل التالي اذا كانت المسافة ab=40 c m والسرعةV=1.2m/s وكانت B=2T فاذا كانت مقاومه الدائرة الكهربائية R=4Ω وبقيت هذه المقاومة ثابتة بدون تغير;جد مقدار كل من ق د ك المحتثه والتيار المحتث.

1-اذا كانت B تؤثر بصوره عموديه على السطح .

2-اذا كانت B تؤثر بصوره عموديه على الموصل المتحرك الا انها تميل بزاويه مقدارها 30° مع العمود المقام على السطح .

الحل



(1)

$$\varepsilon = B\ell V \sin\theta \cos\emptyset$$

$$\theta = 90 \text{ و} \emptyset = 0$$

$$\therefore \varepsilon = 2 \times 40 \times 10^{-2} \times 1 \cdot 2 \times \sin 90 \cos 0$$

$$\therefore \varepsilon_{in} = 0.96 volt$$

التيار المحتث

$$I_{in} = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{0.96}{4}$$

$I_{in} = 0.24Amp$

$\theta = 90^\circ$ و $\emptyset = 30^\circ$ (2)-

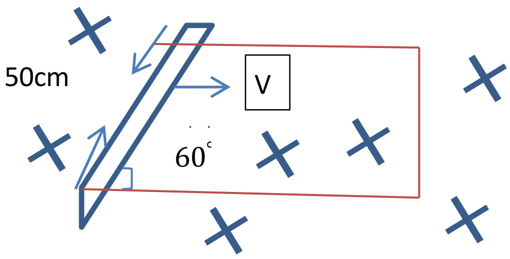
$$\therefore \varepsilon_{in} = 2 \times 40 \times 10^{-2} \times 1.2 \sin 90^\circ \cos 30^\circ$$

$$\varepsilon_{in} = 0.48\sqrt{3} \quad \text{volt}$$

$$I_{in} = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{0.48\sqrt{3}}{4}$$

$$= 0.12\sqrt{3}$$

H.W /في الشكل التالي طول الموصل ab=50cm ويتحرك بسرعه مقدارها 1.5m/s فاذا كانت B=1.6T فما مقدار ق د ك المحتثه ؟



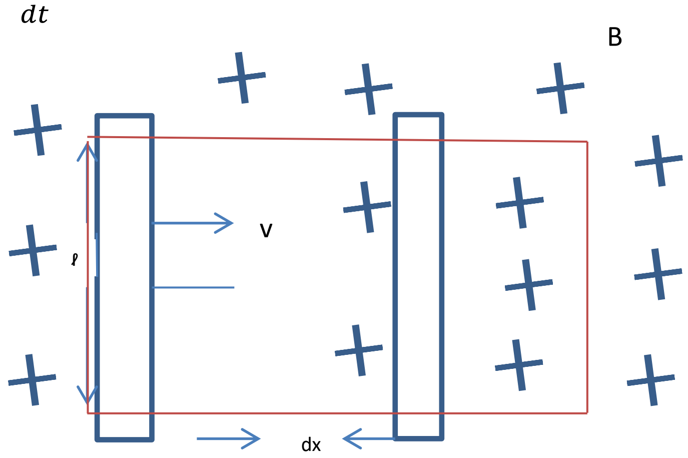
H.W /طائره المسافة بين طرفي جناحيها 48m تطير بصوره افقيه بسرعه خطيه مقدارها 800km/h نحو الجنوب فاذا كانت المركبة الشاقوليه للحث المغناطيسي الارضي هي $5 \times 10^{-5}T$ جد ق. د ك المحتثة المتولدة في طرفي جناحي الطائرة ؟

3-3 قانون فاراداي Faraday 's LAW

ينص قانون فاراداي على ان القوه الدافعة الكهربائية المحتثة في اي دائرة مغلقه يساوي عدديا" المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي الذي يقطع سطح الدائرة.

ويكتب بالصيغة الرياضية التالية :-

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\emptyset}{dt}$$



لأثبات هذه العلاقة نتصور سلك موصل طوله ℓ يتحرك بصوره عموديه داخل مجال مغناطيسي منتظم شدته B وبسرعه منتظمة مقدارها V نحو اليمين

المسافة التي يقطعها الموصل في زمن مقداره dt تساوي dx

$$dx = Vdt$$

مقدار التغير في المساحة المحصورة داخل الدائرة المغلقة

$$dA = \ell dx = \ell V dt$$

∴ مقدار التغير بالفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح الدائره المغلقه هو :

$$d\emptyset = -\bar{B} \times \overline{dA}$$

$$d\emptyset = -B dA \cos\theta$$

$$d\emptyset = -B\ell V dt \cos\theta$$

في هذه الحالة $\theta = 0$ و $\cos 0 = 1$

$$d\emptyset = -B\ell V dt$$

$$\frac{-d\emptyset}{dt} = B\ell V$$

بماان $\varepsilon_{in} = B\ell V$

قانون فاراداي $\therefore\ \varepsilon_{in} = \frac{-d\emptyset}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots 1$

اذا استبدلنا الدائرة المغلقة بملف عدد لفاته N فان :-

$$\varepsilon_{in} = \frac{-Nd\emptyset}{dt} \quad \ldots\ldots 2$$

ملاحظة/ الاشارة السالبة تعني ان ق. د. ك تعاكس التغير بالفيض المغناطيسي.

لذا يشترط في توليد ق. د. ك المحتثه ان يكون هناك تغير في الفيض المغناطيسي الذي يقطع الدائرة المغلقة, ولكن القانون لم يحدد الطريقة التي يتغير فيها الفيض

هناك ثلاثة طرائق تغير الفيض المغناطيسي

1- يتم تغير الفيض المغناطيسي الذي يخترق الدائرة بتغير المساحة المحصورة بالدائرة المغلقة مع بقاء B ثابت المقدار والاتجاه كما المعادلة (1)

$$\varepsilon_{in} = \frac{-d\emptyset}{dt}$$

2 - يمكن الحصول على تغير في الفيض $d\emptyset$ و السلك ساكنا وجعل شدة المجال Bمتغير الشده مع الزمن مع بقاء اتجاهه ثابت لذا تصبح المعادلة (2)

$$\varepsilon_{in} = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

$$\emptyset = BA\cos\theta$$

$$\varepsilon_{in} = -N\frac{d}{dt}(\mathrm{BA}\cos\theta)$$

$$\varepsilon_{in} = -NA\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

3-اذا كان السلك ساكن وشده المجال المغناطيسية Bثابته المقدار مع تغير اتجاه المجال مع الزمن لذا تصبح المعادلة(2)

$$\varepsilon_{in} = -NBA\frac{d}{dt}(\cos\theta)$$

حيث ان $\theta = wt$

ملاحظات مهمه

1-اذا كان الفيض المغناطيسي الذي يقطع الدائرة المغلقة في حاله تناقص فان :

$\frac{d\emptyset}{dt}$= كميه ثابته

وان ق .د. ك المحتثه تكون موجبه

ويكون اتجاه التيار المحتث باتجاه عقرب الساعة

والفيض المغناطيسي الناتج عن التيار المحتث يكون بنفس اتجاه الفيض الاصلي .

2 -اذا كان الفيض المغناطيسي الذي يقطع الدائرة المغلقة في حاله تزايد فان

$\frac{d\emptyset}{dt}$ = كميه موجبه

وان ق .د .ك المحتثه تكون سالبه

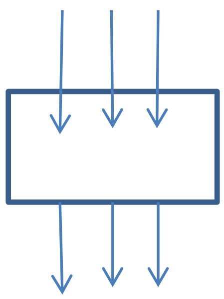
والتيار المحتث يكون اتجاهه بعكس اتجاه حركه عقرب الساعة

وان الفيض الناتج عنه يكون بعكس اتجاه الفيض الاصلي .

مثال/ ملف على شكل مستطيل مقاومته 40Ω وعدد لفاته (200لفه) يخترقه فيض مغناطيسي يتغير وفق المعادلة التالية $\emptyset = (4t^3 + 2t + 5)10^{-3} web$ حيث ان t تقاس sec جد مقدار واتجاه التيار المحتث عندما يكون: -

t=0 -1

t= 2sec - 2



$$\emptyset = (4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{in} = -N \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$= -N\frac{d}{dt}(4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{in} = -N(12t^2 + 2) \times 10^{-3}$$

1- عندما t=0

$$\varepsilon_{in} = -200(12 \times 0 + 2) \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{in} = -0.4volt$$

$$I_{in} = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{-0.4}{40} = -0.01Amp$$

واتجاهه بعكس اتجاه عقارب الساعة والفيض الناتج عكس اتجاه الفيض الاصلي.

2- t=2sec

$$\varepsilon_{in} = -200(12 \times 2^2 + 2) \times 10^{-3}$$

$$= -200 \times 50 \times 10^{-3}$$

$$= -10000 \times 10^{-3}$$

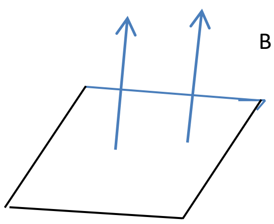
=-10 volt

$$I_{in} = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{-10}{40} = -0.25Amp$$

واتجاهه بعكس اتجاه حركة عقرب الساعة واتجاه الفيض عكس اتجاه الفيض الاصلي.

مثال /ملف من اسلاك موصله مساحته $120cm^2$وعدد لفاته600 لفه وسطحه بوضع افقي مقاومته 40Ω وضع الملف في مجال مغناطيسي منتظم $B = 0.4T$ يتجه شاقوليا الى

الاعلى دور الملف بسرعه وخلال 0.2sec اصبح اتجاه السطح يصنع زاويه مقدارها 30°مع اتجاه المجال جد مقدار الشحنة الكهربائية المارة خلال الملف اثناء عمليه الدوران؟



$$\varepsilon_{in} = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

$$\therefore I_{in} = \frac{\varepsilon_{in}}{R}$$

$$I_{in} = \frac{-N}{R}\frac{d\emptyset}{dt}$$

$$I_{in}dt = \frac{-N}{R}d\emptyset$$

$$\int I_{in}dt = \frac{-N}{R}\int_{\emptyset_1}^{\emptyset_2} d\emptyset$$

بما ان $dq = I_{in}dt$

$$\int_0^q dq = \frac{-N}{R}(\emptyset_2 - \emptyset_1)$$

$$q = \frac{-N}{R}(\emptyset_2 - \emptyset_1)$$

$$= \frac{-N}{R}(BA\cos\theta_2 - \mathrm{BA}\cos\theta_1)$$

$$= \frac{-N}{R}BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$q = \frac{-600}{40} \times 0.4 \times 120 \times 10^{-4}(\cos 30 - \cos 0)$$

$$q = 9.6 \times 10^{-3} coul$$