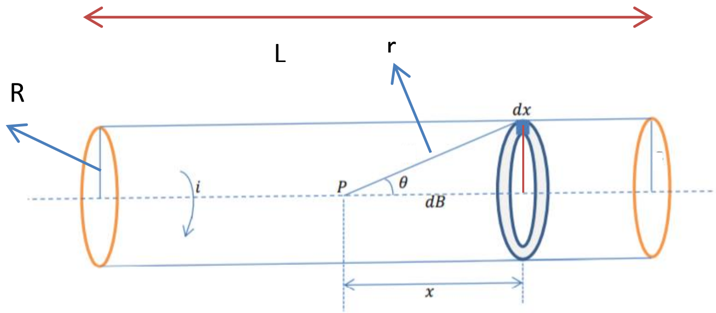
2-5 كثافة الفيض المغناطيسي في نقطة واقعة على محور ملف اسطواني :solenoid



مثال /ملف اسطواني دائري طوله L ونصف قطره R وعدد

لفاته N يمر خلاله تيار كهربائي منتظم شدته I بالاتجاه

المبين في الشكل :نقطة p واقعة على محوره

المطلوب ايجاد الحث المغناطيسي في نقطة p.

عدد اللفات في وحدة الطول من هذا الملف الاسطواني هي :

$n=\frac{N}{\ell}$

نقسم الملف الى عدد ملفات اسطوانية صغيرة

طول سمك كل منها =dx

.:عدد لفات كل ملف صغير =ndx

نأخذ احد الملفات الاسطوانية الصغيرة بحيث يبعد مركزة عن النقطة p مسافة x

لذا تكون كثافة الحث المغناطيسي dB الناتجة عن الملف الاسطواني الصغير في النقطة p هو:

$$dB = \frac{ndx\mu_\circ I R^2}{2\,(R^2+X^2)^{\frac{3}{2}}}$$

بما ان اتجاه dB لكل الملفات الاسطوانية الصغيرة تكون موازية لمحور الملف لذا فانه محصلة المجال المغناطيسي هي

$$dB = \frac{n\mu_\circ I R^2}{2}\int \frac{dx}{(R^2+X^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$x = R\cot\theta$$

$$dx = -R\csc^2\theta d\theta$$

نعوض عن x,dx في المعادلة اعلاه

$$dB = \frac{n\mu_\circ I R^2}{2}\int \frac{-R\csc^2\theta d\theta}{(R^2+R^2\cot^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dB = \frac{n\mu_\circ I R^2}{2}\int \frac{-R\csc^2\theta d\theta}{(R^2(1+\cot^2\theta))^{\frac{3}{2}}}$$

$$dB = \frac{n\mu_\circ I R^2}{2}\int \frac{-R\csc^2\theta d\theta}{(R^2\csc^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

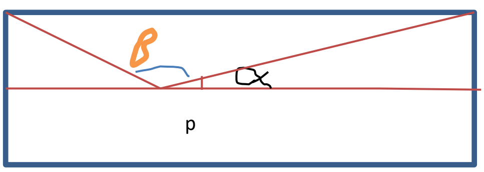
$$dB = \frac{n\mu_\circ I \cancel{R^2}}{2}\int \frac{-\cancel{R}\,\cancel{\csc^2}\theta d\theta}{\cancel{R^3}\,\cancel{\csc^3}\,\theta}$$

$$\therefore B = \frac{-\mu_\circ I\, n}{2}\int_\alpha^\beta \sin\theta\, d\theta$$

الان $\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$

حدود التكامل تبدأ من α الى β و السبب لان α تأخذ اصغر زاوية مع الاتجاه الموجب ل x

$$\boxed{B = \frac{\mu_\circ I\, n}{2}(\cos\alpha - \cos\beta)}$$



α تمثل اصغر قيمة للزاوية θ مع اتجاه خروج المجال

β تمثل اكبر قيمة للزاوية θ مع اتجاه دخول المجال

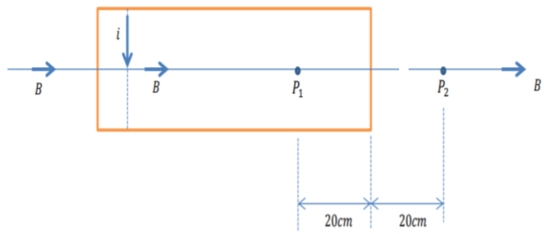
تصح المعادله لجميع النقاط الواقعة عن المحور سواء كانت داخل الملف او خارجه.

اما اذا كان الملف طويل جدا عند ذلك تقترب α من الصفر و تقترب β من π

$$\therefore B = \frac{\mu_\circ I\, n}{2}(1-(-1)) \rightarrow B = \mu_\circ I\, n$$

مثال :ملف اسطواني نصف قطره (10cm) وطوله (80cm) يتألف من 1200 لفة يمر فيه تيار شدته (5A) جد B في كل من النقطتين P_2, P_1.

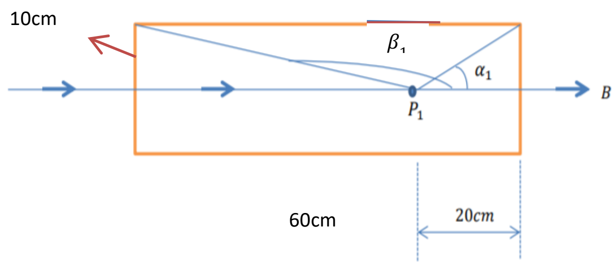
الحل: نعين اولا اتجاه Bباستخدام قاعدة الكف اليمنى ، نجد ان اتجاه B نحو اليمين نعين الزوايا $\beta_2, \beta_1, \alpha_2, \alpha_1$



الحل/

$$n = \frac{1200}{0.8} = 1500 \text{ turn/m}$$

في النقطة P_1:



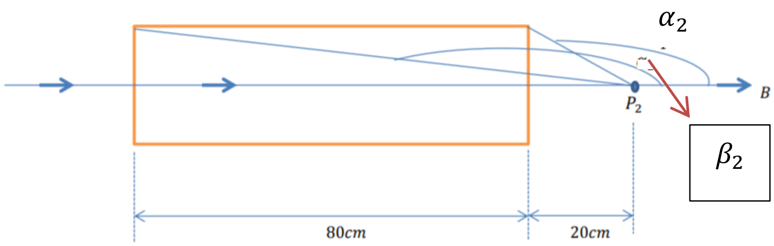
$$B = \frac{\mu_\circ I\, n}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\beta_1)$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{20}{\sqrt{20^2+10^2}} = \frac{20}{\sqrt{500}} = \frac{20}{10\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos\beta_1 = \frac{-60}{\sqrt{60^2+10^2}} = \frac{-60}{\sqrt{3700}} = \frac{-6}{\sqrt{37}}$$

$$B = \frac{4\pi*10^{-7}*5*1500}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{5}} - \left(-\frac{6}{\sqrt{37}}\right)\right) = 8.494\ \text{mT}$$

في النقطة P_2:

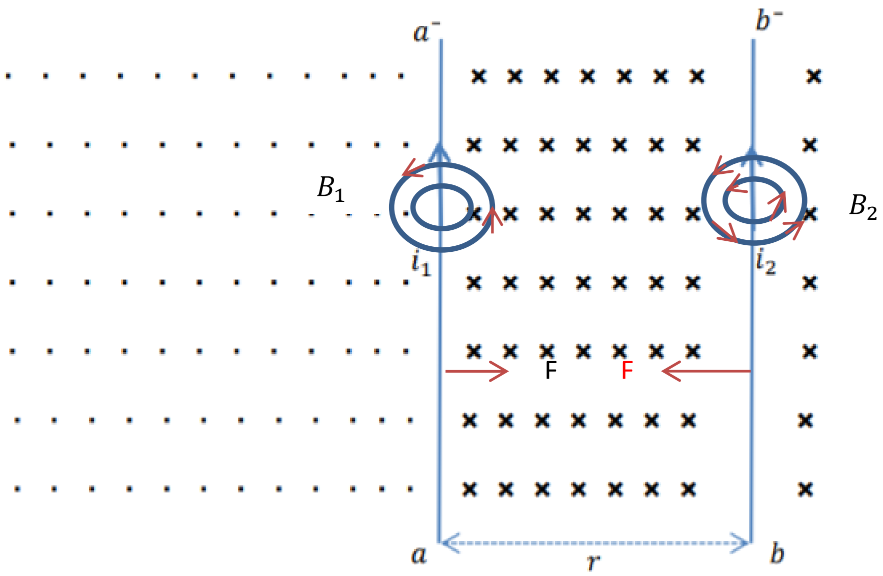


$$\cos\alpha_2 = \frac{-20}{\sqrt{20^2+10^2}} = \frac{-20}{\sqrt{500}} = \frac{-20}{10\sqrt{5}} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos\beta_2 = \frac{-100}{\sqrt{10^2+100^2}} = \frac{-100}{\sqrt{10100}} = \frac{-100}{\sqrt{10000\times1.01}} = \frac{-1}{\sqrt{1.01}}$$

$$B = \frac{4\pi*10^{-7}*5*1500}{2}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{1.01}}\right)\right) = 0.494\ mT$$

2-6 القوة المغناطيسية بين سلكين موصلين مستقيمين متوازيين يسري في كل منهما تيار كهربائي:



نتصور سلكين موصلين طويلين جدا مستقيمين و متوازيين 'bb', aa المسافة بينهما r =

يمر في السلك الاول 'aa تيار كهربائي مستمر شدته I_1

يمر في السلك الثاني 'bb تيار كهربائي مستمر شدته I_2 وبنفس اتجاه التيار الاول I_1

كثافة الفيض المغناطيسي الناتج من السلك 'aa في موقع السلك 'bb هو:

$$B_1 = \frac{\mu_\circ I_1}{2\pi r} \dots\dots..1$$

القوة المغناطيسية المؤثرة على طول ℓ من السلك 'bb هي :

$$F = I_2\ \ell B_1 \sin\theta$$

B_1 عمودي على السلك 'bb لذا $\theta = 90^\circ$

$$\therefore F = I_2\ \ell\ B_1 \sin 90 \dots\dots 2$$

$$F = \frac{\mu_\circ I_1\ I_2}{2\pi r}\ \ell \ \dots\dots\ \dots\dots \quad 3$$

و اتجاهها عمودي على 'bb و تتجه نحو السلك 'aa

بنفس الطريقة يمكن ان نجد ان القوة المغناطيسية التي تؤثر على طول ℓ من السلك 'aa هي نفسها F و لكنها بالاتجاه المعاكس (اي اتجاهها عمودي على 'aa و تتجه نحو السلك 'bb)

$$B_2 = \frac{\mu_\circ I_2}{2\pi r} \dots\dots..4$$

القوة المغناطيسية المؤثرة على طول ℓ من السلك 'aa هي :

$$F = I_1\ \ell B_2 \sin\theta$$

B_2 عمودي على السلك 'aa لذا $\theta = 90^\circ$

$$\therefore F = I_1\ \ell\ B_2 \sin 90 \dots\dots 5$$

بتعويض 4 في 5 ينتج

$$F = \frac{\mu_\circ I_1 I_2}{2\pi r}\ \ell \dots\dots 6$$

و هذا يعني ان هناك قوة تجاذب بين السلكين

من هنا نستنتج انه :

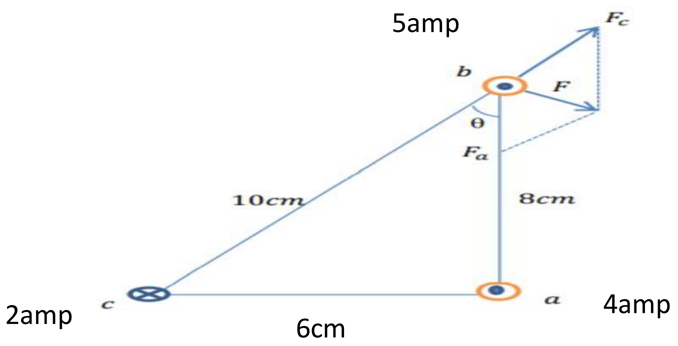
اذا كان التياران I_2, I_1 بنفس الاتجاه تكون

القوه بين السلكين تجاذب.

و اذا كان التياران I_2, I_1 باتجاهين متعاكسين

كانت القوة بين السلكين تنافر.

مثال :- a,b,c تمثل ثلاثة اسلاك مستقيمة طويلة عمودية على سطح الصفحة يمر في السلك a تيار شدته 4amp وفي b تيار شدته 5amp بنفس اتجاه التيار في a ويمر خلال السلك c تيار شدته 2amp بعكس اتجاه التيار في a ، جد مقدار القوة المسلطة من قبل السلكين (c,a) معا على 2.5m من السلك b.



الحل:

القوة المسلطة من قبل السلك c على 2.5m من السلك b هي:

$$F_c = \frac{\mu_\circ I_1 I_2 \ell}{2\pi(cb)}$$

$$= \frac{4\pi*10^{-7}*2*5*2.5}{2\pi*0.1} = 5*10^{-5}\ \text{nt}$$

و هي قوة تنافر

القوة المسلطة من قبل السلك a على 2.5mمن السلك b هي :

$$F_a = \frac{\mu_\circ I_1 I_2 \ell}{2\pi(ab)}$$

$$F_a = \frac{4\pi*10^{-7}*4*5}{2\pi*0.08} * 2.5 = 12.5*10^{-5}\ \text{nt}$$

و هي قوة تجاذب

من قانون المتجهات

θ= الزاوية المحصور بين $\overline{B},\overline{A}$

$C^2=A^2+B^2+2\ AB\cos\theta$

$\theta=\pi-\emptyset$

$C^2=A^2+B^2+2\ AB\cos(\pi-\emptyset)$

$\therefore\ C^2=A^2+B^2-2\ AB\cos\emptyset$

$$\frac{A}{sina} = \frac{B}{sinb} = \frac{C}{sinc}$$

∴ محصلة القوه المؤثرة على 2.5m من السلك b هي

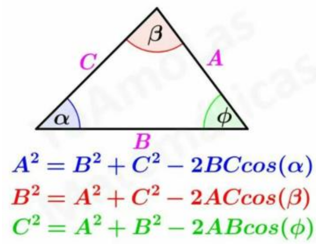
$$F^2 = {F_c}^2 + {F_a}^2 - 2F_c F_a \cos\theta$$

$$\therefore F = \sqrt{F_c^2 + F_a^2 - 2F_c F_a cos\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{8}{10}$$

$$\therefore F = 2.5\sqrt{13} * 10^{-5} \text{ nt}$$

للتوضيح



2-7 قانون امبير

التكامل الخطي للمتجه B الذي يمثل كثافة الفيض المغناطيسي على مسار معين من نقطة a الى b هو:-

$$\int_a^b \overline{B}.\overline{d\ell}$$

$\int_a^b \overline{B}.\overline{d\ell}$ يمثل التكامل الخطي للمتجه B على مسار معين من نقطة a الى b وهو كمية عددية و يمثل الشغل المنجز(W)من قبل المجال بين النقطتين a وb

$d\ell$ = متجه ازاحة تفاضلي مأخوذ على هذا المسار

اذا كان التكامل على مسار مغلق فيكتب بالشكل :

$$\oint \overline{B}.\overline{d\ell}$$

هذا التكامل لا يعتمد على شكل المسار المغلق و بالنسبة للمجالات المغناطيسية قد تكون قيمته صفرا او غير مساوية للصفر.

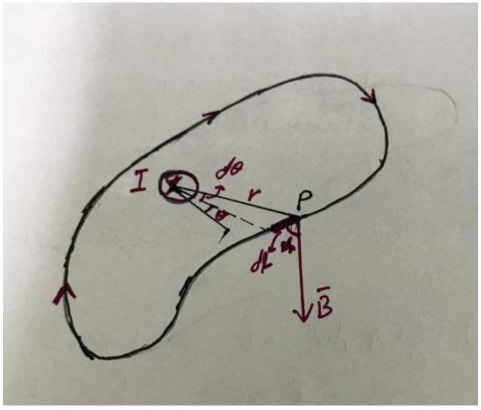
لنتصور سلك موصل مستقيم يحمل تيارا كهربائيا شدته I عمودي على الورقة .

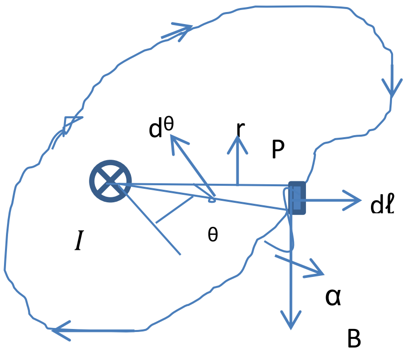
لإيجاد قيمة التكامل الخطي حول اي مسار مغلق مهما كان شكله يحيط بالسلك الموصل.

نفرض ان المسار المغلق مجزأ الى ازاحات تفاضلية طول كل منها= dℓ

نفرض ان كثافة الفيض في اي نقطة مثل p واقعة على المسار المغلق = B، وحسب قاعدة اليد

اليمنى نجد ان $\overline{B}$واقع في مستوى الورقة و عمودية على r . $r\, d\,\theta = d\ell \cos\alpha$





$\therefore d\ell = rd\theta/\cos\alpha$.......1

$\overline{B}.d\ell = Bd\ell \cos\alpha$........2

حيث ان B cosα هي مركبة B باتجاه dℓ، α هي الزاوية المحصورة بين B و المتجه dℓ

$B=\frac{\mu_\circ I}{2\pi r}$ 3

$\therefore \overline{B}\overline{dl} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r}\left(\frac{rd\theta}{\cos\alpha}\right)\cos\alpha$

$\therefore \overline{B}\overline{d\ell} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi} d\theta$......4

$\oint \overline{B}.\overline{d\ell} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta$

$\oint \overline{B}.\overline{d\ell} = \mu_\circ I_s$ تسمى هذه المعادلة بقانون أمبير الاشتقاق مطلوب

حيث I_s تمثل المجموع الجبري للتيارات الكهربائية التي تمر من السطح المحاط بالمسار المغلق .

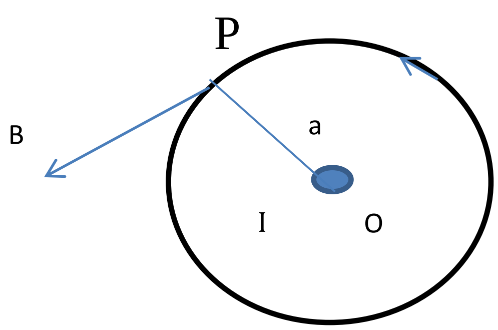
نص قانون امبير :ان التكامل الخطي للحث المغناطيسي B على اي مسار مغلق مهما كان شكلة يساوي حاصل ضرب نفاذية الفراغ $\mu_\circ$ مضروبة في المجموع الجبري للتيارات الكهربائية التي تخترق ذلك السطح المحاط بالمسار المغلق.

2-8 تطبيقات قانون أمبير:-

تعين B لسلك مستقيم طويل جدا باستخدام قانون أمبير

لنفرض سلك مستقيم طويل عمودي على سطح الورقة و ان O وتمثل نقطة تقاطع السلك مع الورقة ،لتعين B في نقطة P الواقعة في مستوى الورقة و التي تبعد بمسافة a عن O ، نختار المسار المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها a و مركزها نقطة O. جميع نقاط هذا المنحني متناظرة الوضع بالنسبة للسلك لذا B تكون متساوية في جميع نقاط المسار المغلق من حيث القيمة اما اتجاهها فهو باتجاه المماس في تلك النقطة ،و الزاوية θ =0 لجميع اجزاء المنحني .

$$\oint \overline{B}.\overline{d\ell} = \mu_\circ I_s$$



$$I_s = I$$

$$B\cos\theta \oint d\ell = \mu_\circ I$$

$$B\,(2\pi a) = \mu_\circ I$$

$$\therefore B = \frac{\mu_\circ I}{2\pi a}$$

مثال:- جزء صغير من سلك طوله ds يمر خلاله تيار كهربائي فاذا كانت B في P_1 متساوية 0.3mT. جد B في كل من النقاط p_4, p_3, p_2.

الحل:-

$$dB = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\,\frac{Ids}{r^2}\sin\theta$$

في نقطة p_1

$$0.3*10^{-3} = \frac{4\pi*10^{-7}}{4\pi}\,\frac{Ids}{(2*10^{-2})^2}\sin 90^\circ$$

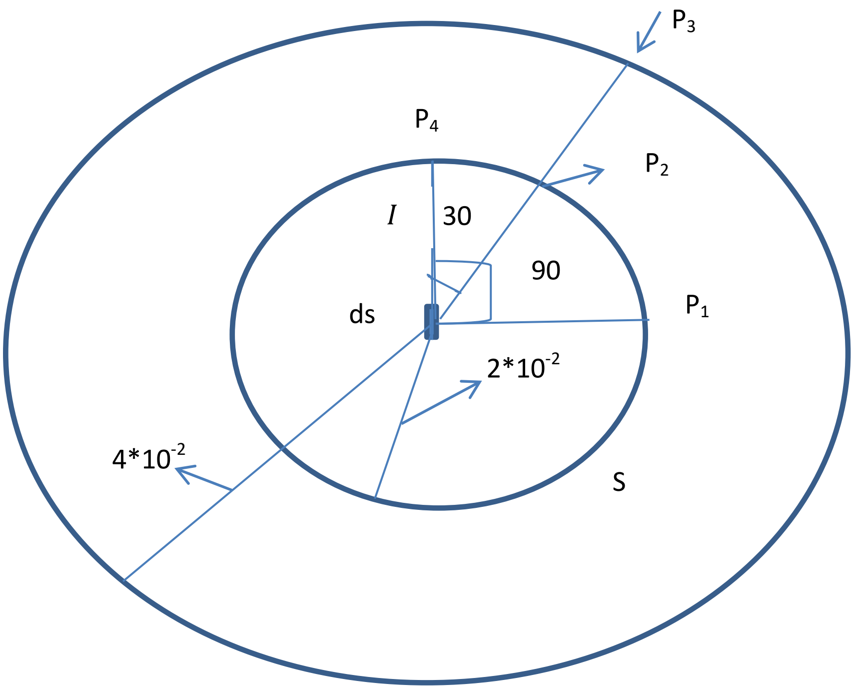
عنصر التيار= Ids = 1.2A.m

في النقطة p_2

$$B_2=\frac{4\pi*10^{-7}}{4\pi}.\left(\frac{1.2}{(2*10^{-2})^2}\right)\sin 30^{\circ}=0.15*10^{-3}\ \text{Tesla}$$

$$B_3=\frac{4\pi*10^{-7}}{4\pi}.\left(\frac{1.2}{(4*10^{-2})^2}\right)\sin 30^{\circ}=0.0375*10^{-3}\ \text{T}$$

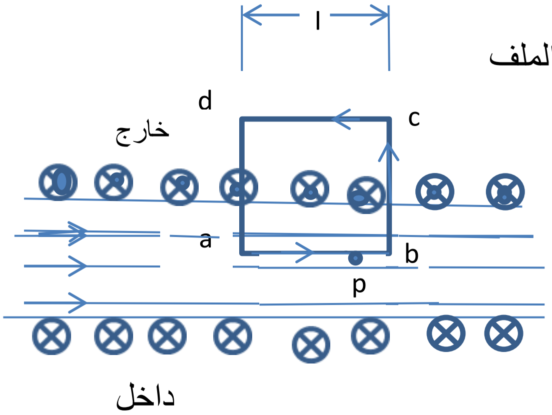
$B_4=0$ $\theta=0$



H.W:- سلك موصل مستقيم طويل جدا يمر خلاله تيار كهربائي منتظم شدتهIجد مقدار الحث المغناطيسي في نقطة تبعد بمسافة عموديه مقدارها r عن محور السلك ،باستخدام قانون امبير.

2-9المجال المغناطيسي لملف اسطواني طويل (solenoid):-

تستعمل الملفات الاسطوانية و ملفات هلمهولتز لتوليد مجالات مغناطيسية منتظمة .اما القضبان المغناطيسية فان استعمالها محدود لأنها تولد مجالات مغناطيسية غير منتظمة.



لنأخذ مقطعا طوليا لجزء من ملف اسطواني طويل بحيث

يمكن اعتبار المجال في اية نقطة بعيدة عن الطرفين داخل الملف

منتظما ،وان خطوط المجال تكون موازية لمحور الملف

و مقفلة حيث تكمل دورتها خارج الملف و تكون بعيدة عنه باستثناء المناطق القريبة من طرفيه.

لهذا الاسباب نختار المنحني المغلق على شكل مستطيل

او مربع احد اضلاعه يوازي محور الملف ،نرسم المسار

المغلق المستطيل abcd بحيث النقطة p المراد ايجاد قيمة B فيها تقع على الضلع ab الذي يوازي محور الملف اما الضلع cd فيقع خارج الملف.

نفرض طول الضلع $\ell=$ ab

عدد لفات الملف لوحدة الطول =n

:.عدد اللفات الواقعة داخل المسار المغلق $n\ell=$

نفرض شدة التيار الكهربائي المار في الملف =I

:.محصلة التيار الكهربائي الذي يخترق السطح المحاط بالمسار المستطيل = $I_S = In\ell$ من قانون امبير

$$\oint \overline{B}.\overline{d\ell} = \mu_\circ I_s$$

$$\oint B d\ell \cos\theta = \mu_\circ (In\ell)$$

$$\int_a^b Bd\ell \cos\theta + \int_b^c Bd\ell \cos\theta + \int_c^d Bd\ell \cos\theta + \int_d^a Bd\ell \cos\theta = \mu_\circ In\ell$$

$$\int_b^c Bd\ell \cos\theta = \int_d^a Bd\ell \cos\theta = 0$$

(B ليس لها مركبة بهذا الاتجاه لان المجال منتظم)

(لان $B=0$ خارج الملف) و $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad \int_c^d Bd\ell \cos\theta = 0$

$$\int_a^b Bd\ell \cos\theta = \mu_\circ In\ell$$

B تكون متساوية لجمع نقاط المستقيم ab والزاوية $\theta=0$

$$:.B \cos\theta \int d\ell = \mu_\circ In\ell$$

$\therefore B\ell = \mu_\circ I n \ell$

$\therefore B = \mu_\circ I n$

نلاحظ ان B لا تعتمد على بعد النقطة عن سطح الملف فهي متساوية المقدار في جميع النقاط على شرط ان تكون النقاط بعيدة عن طرفي الملف.

H.W\ملف اسطواني طويل نصف قطره R عدد لفاته لوحدة الطول n يمر خلاله تيار كهربائي ،جد كثافة الفيض المغناطيسي في نقطة p واقعة داخل الملف(باستخدام قانون امبير).