قطع المستقيمات :-Segment

تعـريــف :- إذا كانت A ,B نقطتين فأن قطعة المستقيم AB هي مجموعة كل النقاط X بحيث [AXB] يرمز لقطعة المستقيم المحددة بالنقطتين A ,B بالرمز A-B أو AB

لذلك فأن A-B = AB = {X: [AXB]}

واجب

مبرهنة (13) :- النقطتان A , B لا تنتمي لقطعة المستقيم AB

مبرهنة (14) :- قطعة المستقيم A-B مجموعة غير خالية

مبرهنة (15) :- A-B = B-A

مبرهنة (16) :- A-B مجموعة جزئية من المستقيم AB

مبرهنة (17) :- إذا كانت A-B = C-D فأنه A=C و B=D أو A=D و B=C

مبرهنة (18) :- إذا كانت A-B قطعة مستقيم بحيث [APB] فأن A-P و P-B مجموعتان جزئيتان من المجموعة A-B

البرهان :- نفرض إن X ∉ A-P

→ [AXP] ^ [APB] → [AXPB] → [AXB] → X ∉ A-B

→ A-P ⊄ A-B

نفرض X ∉ P-B

→ [PXB] ^ [APB] → [BXP] ^ [BPA] (حسب بديهية 5)

→ [BXPA] → [BXA] X ∈ B-A

→ X ∈ A-B (حسب مبرهنة 15)

→ P-B ⊄ A-B

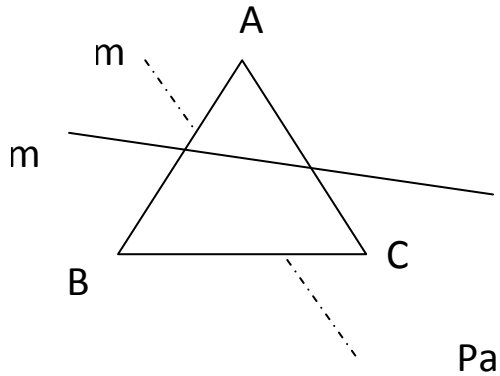
مبرهنة (19) :-

١ - أي نقطة P تنتمي الى قطعة المستقيم AB تفصل AB الى مجموعتين غير خاليتين AP و PB التي تشكل مع النقطة P تجزئة لقطعة المستقيم AB

٢ -اذا كانت .....مبرهنة

بديهية بــاش(باخ) :- The Axiom of pash

إذا كانت C , B , A ثلاثة نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة و m مستقيم لا يمر باي من هذه النقاط ويحتوي نقطة من قطعة المستقيم AB فأنه يحتوي نقطة من القطعة AC أو BC



مبرهنة (20) (مبرهنة باش(باخ)) :- Pash theorem

إذا كانت C , B , A ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة وكان m مستقيم يحتوي نقطة من قطعة المستقيم AB ونقطة أخرى من قطعة المستقيم AC فأنه لا يحتوي نقطة من قطعة المستقيم BC

تعريف :- إذا كانت C , B, A ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة فيقال للمجموعة المتكونة من اتحاد النقاط C , B , A مع قطعة المستقيم AB و AC و BCبالمثلث ويرمز له بالرمز ΔABC والنقاط C , B ,A تسمى رؤوس المثلث والقطع AB و AC و BC تسمى أضلاع المثلث .

*H.w واجب *

١) برهن انه إذا كانت [ABCDE] فأنه E ,D , C , B ,A مختلفة وعلى استقامة واحدة
٢) برهن انه يوجد على الأقل خمسة نقاط مختلفة على المستقيم m
٣) برهن انه يوجد على الأقل ثلاث نقاط مختلفة بين أي نقطتين

تعـريف :- ليكن m مستقيم و P نقطة خارجة عنه نفرض S1 هي مجموعة كل النقاط X الخارجة عن المستقيم m بالإضافة إلى النقطة P بحيث PX لا تشترك مع المستقيم m بأي نقطة.

كذلك نفرض S2 تمثل مجموعة كل النقاط Y بحيث إن PY تشترك مع المستقيم m بنقطة فأن المجموعتان S1 , S2 تسميان أنصاف المستوي بالنسبة للمستقيم m والمتعينة بالمستقيم m والنقطةP

مبرهنة (21) :- أنصاف المستوي المتعينة بالنسبة للمستقيم m والنقطة P مجموعة غير خالية

البرهان :- من بديهية (4) يوجد على الأقل خط مستقيم m

من بديهية (3) توجد نقطة خارجه عنه مثل P

من بديهية (2) توجد نقطة على المستقيم mمثلQ

من بديهية (1) النقط P,Q يحتويهما المستقيم PQ

من بديهية (9) توجد نقطة Y بحيث [PQY]

$\rightarrow Q \in PY \rightarrow Y \square S2 \rightarrow S2 \neq \varphi$

من بديهية (2) توجد نقطة أخرى مثل R على المستقيم m

من بديهية (1) النقاط R , Y يمر بهما المستقيم YR

من بديهية (9) توجد نقطة X بحيث [YRX]

حسب بديهية (1) X , P يحتويهما المستقيم PX

∴. حسب مبرهنة باش قطعة المستقيم PX لا تشترك مع المستقيم m بأي نقطة

$X \in S1 \rightarrow S1 \neq \varphi$

مبرهنة (22) :- ليكن m مستقيم و P و P′ نقطتين مختلفتين خارجتين عن المستقيم m فأنه أنصاف المستوي المتعينة بالمستقيم m والنقطة P هي نفسها أنصاف المستوي المتعينة بالمستقيم m والنقطة P′

البرهان :- نفرض أن أنصاف المستوي المتعينة بالمستقيم m و P

$$S1 = \{X \quad m: PX \cap m = \varphi\} \cup \{P\}$$

$$S2 = \{Y \quad m: PY \cap m \neq \varphi\}$$

نفرض أن أنصاف المستوي المتعينة بالمستقيم m و P′

$$R1 = \{X \quad m: P'X \cap m = \varphi\} \cup \{P'\}$$

$$R2 = \{Y \quad m: P'Y \cap m \neq \varphi\}$$