الفصل الرابع

مقاييس التشتت

1/4 مقدمة

عند مقارنة مجموعتين من البيانات ، يمكن استخدام شكل التوزيع التكراري ، أو المنحنى التكراري ، وكذلك بعض مقاييس التزعة المركزية ، مثل الوسط الحسابي والوسيط ، والمنوال ، والإحصاءات الترتيبية ، ولكن استخدام هذه الطرق وحدها لا يكفي عند المقارنة ، فقد يكون مقياس التزعة المركزية للمجموعتين متساوي ، وربما يوجد اختلاف كبير بين المجموعتين من حيث مدى تقارب وتباعد البيانات من بعضها البعض ، أو مدى تباعد أو تقارب القيم عن مقياس التزعة المركزية .
ومثال على ذلك ، إذا كان لدينا مجموعتين من الطلاب ، وكان درجتا المجموعتين كالتالي :

المجموعة الأولى	63	70	78	81	85	67	88
المجموعة الثانية	73	78	77	78	75	74	77

لو قمنا بحساب الوسط الحسابي لكل مجموعة ، نجد أن الوسط الحسابي لكل منهما يساوي 76 درجة ، ومع ذلك درجات المجموعة الثانية أكثر تجانسا من درجات المجموعة الأولى . من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات ، أو مدى انتشار البيانات حول مقياس التزعة المركزية ، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات ، ومن هذه المقاييس ، مقاييس التشتت ، والالتواء ، والتفرطح ، وسوف نركز في هذا الفصل على هذه المقاييس .

2/4 مقاييس التشتت Dispersion Measurements

من هذه المقاييس: المدى، والانحراف الربيعي، والانحراف المتوسط، والتباين، والانحراف المعياري .

1/2/4 المدى Rang

هو أبسط مقاييس التشتت ، ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة بتطبيق المعادلة التالية .

$$\text{المدى في حالة البيانات غير المبوبة} = \text{أكبر قراءة} - \text{أقل قراءة}$$

$$Rang = Max - Min$$

(٤-١)

وأما المدى في حالة البيانات المبوبة له أكثر من صيغة، ومنها المعادلة التالية:

(٤-٣) المدى في حالة البيانات المبوبة = مركز الفئة الأخيرة - مركز الفئة الأولى

مثال (1-4)

تم زراعة 9 وحدات تجريبية بمحصول القمح ، وتم تسميدها بنوع معين من الأسمدة الفسفورية ، وفيما يلي بيانات كمية الإنتاج من القمح بالطن/ هكتار .

4.8 6.21 5.4 5.18 5.29 5.18 5.08 4.63 5.03

والمطلوب حساب المدى .

الحل

المدى = أكبر قراءة - أقل قراءة

أكبر قراءة = 6.21 أقل قراءة = 4.63

إذا المدى هو :

$$\text{Rang} = \text{Max} - \text{Min} = 6.21 - 4.63 = 1.58$$

المدى يساوي 1.58 طن / هكتار.

مثال (2-4)

الجدول التكراري التالي يبين توزيع 60 مزرعة حسب المساحة المترعة بالذرة بالألف دونم .

المساحة	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
عدد المزارع	3	9	15	18	12	3

والمطلوب حساب المدى للمساحة المترعة بالذرة .

الحل

المدى = مركز الفئة الأخيرة - مركز الفئة الأولى

مركز الفئة الأخيرة: $(40+45)/2=85/2=42.5$ مركز الفئة الأولى: $(15+20)/2=35/2=17.5$

$$\text{Rang} = 42.5 - 17.5 = 25$$

أي أن المدى قيمته تساوي 25 دونم

مزايا وعيوب المدى

من مزايا المدى

- 1- أنه بسيط وسهل الحساب
- 2- يكتر استخدامه عند الإعلان عن حالات الطقس، و المناخ الجوي، مثل درجات الحرارة، والرطوبة، والضغط الجوي.
- 3- يستخدم في مراقبة الجودة .

2- ومن عيوبه

- أنه يعتمد على قيمتين فقط ، ولا يأخذ جميع القيم في الحسبان .
- يتأثر بالقيم الشاذة .

Quartile Deviation (Q) الانحراف الربيعي 2/2/4

يعتمد المدى على قيمتين متطرفتين ، هما أصغر قراءة ، وأكبر قراءة ، فإذا كان هناك قيم شاذة، ترتب على استخدامه كمقياس للتشتت نتائج غير دقيقة، من أجل ذلك لجأ الإحصائيون، إلى استخدام مقياس للتشتت يعتمد على نصف عدد القيم الوسطى، ويهمل نصف عدد القيم المتطرفة، ولذا لا يتأثر هذا المقياس بوجود قيم شاذة، ويسمى هذا المقياس بالانحراف الربيعي (Q)، ويحسب الانحراف الربيعي بتطبيق المعادلة التالية .

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad (3-4)$$

حيث أن Q_1 هو الربع الأول ، Q_3 هو الربع الثالث ، وقد بينا في الفصل الثالث كيف يمكن حساب هذان الرباعيان ، ومن المعادلة أعلاه ، يعرف الانحراف الربيعي بنصف المدى الربيعي ، أي أن :

الانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي

مثال (3-4)

استخدم بيانات مثال (1-4) ، ثم احسب الانحراف الربيعي لكمية الإنتاج من القمح .

الحل

- ترتيب القيم تصاعدياً

الإنتاج	4.63	4.8	5.03	5.08	5.18	5.18	5.29	5.4	6.21
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- حساب الربع الأول Q_1

$$\text{رتبة الربع الأول: } (n+1)\left(\frac{1}{4}\right) = (9+1)(0.25) = 2.5$$

$$x_{(l)} = x_{(2)} = 4.8 , x_{(u)} = x_{(3)} = 5.03 , R = 2.5 , l = 2 , R - l = 0.5$$

إذا

$$\begin{aligned} Q_1 &= x_{(l)} + (r-l)(x_{(u)} - x_{(l)}) \\ &= 4.8 + 0.5(5.03 - 4.8) = 4.915 \end{aligned}$$

- حساب الرباعي الثالث (Q_3)

موقع الرباعي الثالث: $(n+1)\left(\frac{3}{4}\right) = (9+1)(0.75) = 7.5$

$$x_{(l)} = x_{(7)} = 5.29, \quad x_{(u)} = x_{(8)} = 5.4, \quad R = 7.5, \quad l = 7, \quad R - l = 0.5$$

إذا

$$\begin{aligned} Q_3 &= x_{(l)} + (R-l)(x_{(u)} - x_{(l)}) \\ &= 5.29 + 0.5(5.4 - 5.29) = 5.345 \end{aligned}$$

• حساب الانحراف الرباعي

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{5.345 - 4.915}{2} = 0.215$$

إذا الانحراف الرباعي قيمته تساوي 0.215 طن/ هكتار .

مثال (4-4)

استخدم بيانات مثال رقم (4-2) في حساب نصف المدى الرباعي .

الحل:

عند حساب الربيع الأول أو الثالث يتبع نفس الأسلوب المستخدم في حساب الوسيط.

- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد
- حساب الرباعي الأول (Q_1)

$$n(1/4) = 60(0.25) = 15 \quad \text{رتبة الربيعي الأول :}$$

$$f = 15, \quad f_1 = 12, \quad f_2 = 27, \quad A = 25, \quad L = 5$$

$$Q_1 = A + \frac{f - f_1}{f_2 - f_1} L$$

إذا

$$= 25 + \frac{15 - 12}{27 - 12} (5) = 25 + \frac{3}{15} (5) = 26$$

حدود المساحة	عدد المزارع	أقل من	تكرار متجمع
15-	3	15	0
20-	9	20	3
25-	15	A 25	f_1 12
30-	18	30	f_2 27 (15)
35-	12	A 35	45 (45)
40-45	3	40	57
sum	60	45	60

• حساب الرباعي الثالث (Q_3)

$$n(3/4)=60(0.75)=45 \quad \text{: موقع الربعي الثالث}$$

$$f = 45 , f_1 = 45 , f_2 = 57 , A = 35 , L = 5$$

إذا

$$Q_3 = A + \frac{f - f_1}{f_2 - f_1} L$$

$$= 35 + \frac{45 - 45}{57 - 45} (5) = 35 + \frac{(0)}{15} (5) = 35$$

• نصف المدى الربيعي .

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{35 - 26}{2} = 4.5$$

إذا الانحراف الربيعي للمساحة 4.5 ألف دوئم.

مزاي وعيوب الانحراف الربيعي

من مزاي الانحراف الربيعي، يفضل استخدامه كمقياس للتشتت في حالة وجود قيم شاذة ، كما أنه بسيط وسهل في الحساب . ومن عيوبه ، أنه لا يأخذ كل القيم في الاعتبار .

3/2/4 الانحراف المتوسط Mean Deviation (MD)

هو أحد مقاييس التشتت، ويعبر عنه بمتوسط الانحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي ، فإذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_n$ هي القراءات التي تم أخذها عن ظاهرة معينة ، وكان $\bar{x} = \sum x/n$ عبارة عن الوسط الحسابي لهذه القراءات، فإن الانحراف المتوسط (MD) يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad (4-4)$$

وهذه الصيغة تستخدم في حالة البيانات غير المبوبة .

مثال (4-5)

إذا كانت الطاقة التصديرية لخمس محطات لتحلية المياه بالمليون متر مكعب كما يلي:

$$4 \quad 5 \quad 2 \quad 10 \quad 7$$

أوجد قيمة الانحراف المتوسط للطاقة التصديرية

الحل

حساب قيمة الانحراف المتوسط يتم استخدام المعادلة (4-4)

• الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{28}{5} = 5.6$$

ويتم تكوين الجدول التالي :

الطاقة التصديقية x	الانحرافات $(x - \bar{x}) = (x - 5.6)$	الانحرافات المطلقة $ x - 5.6 $
4	$4 - 5.6 = -1.6$	1.6
5	$5 - 5.6 = -0.6$	0.6
2	$2 - 5.6 = -3.6$	3.6
10	$10 - 5.6 = 4.4$	4.4
7	$7 - 5.6 = 1.4$	1.4
Sum	0	11.6

• إذا الانحراف المتوسط قيمته هي :

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{11.6}{5} = 2.32 \text{ (مليون متر مكعب)}$$

وفي حالة البيانات الميوبة، يحسب الانحراف المتوسط باستخدام المعادلة التالية .

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{n} \quad (5-4)$$

حيث أن f هو تكرار الفئة ، x هو مركز الفئة ، $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي .

مثال (6-4)

يبين الجدول التكراري التالي توزيع 40 أسرة حسب الإنفاق الشهري بالألف ريال .

الإنفاق	2 - 5	5 - 8	8 - 11	11 - 14	14 - 17
عدد الأسرة	1	8	13	10	8

أوجد الانحراف المتوسط .

الحل

حساب الانحراف المتوسط ، يتم تطبيق المعادلة (5-4)، ويتبع الآتي

• تكوين جدول لحساب مكونات المعادلة:

حدود الإنفاق	عدد الأسر f	مركز الفئة x	$x f$	الوسط الحسابي $\bar{x}$	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} f$
2-5	1	3.5	3.5	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{428}{40} = 10.7$	7.2	7.2
5-8	8	6.5	52		4.2	33.6
8-11	13	9.5	123.5		1.2	15.6
11-14	10	12.5	125		1.8	18
14-17	8	15.5	124		4.8	38.4
sum	40		428			112.8

إذا الانحراف المتوسط هو :

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{n} = \frac{112.8}{40} = 2.82$$

الانحراف المتوسط للإنفاق الشهري هو 2.82 ألف ريال .

مزايا وعيوب الانحراف المتوسط

من مزايا الانحراف المتوسط أنه يأخذ كل القيم في الاعتبار، ولكن يعاب عليه ما يلي:

- يتأثر بالقيم الشاذة .
- يصعب التعامل معه رياضياً.

Variance التباين 4/2/4

هو أحد مقاييس التشتت ، وأكثرها استخداماً في النواحي التطبيقية ، ويعبر عن متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .

أولاً: التباين في المجتمع (S^2)

إذا توافر لدينا قراءات عن كل مفردات المجتمع ، ولتكن: $x_1, x_2, \dots, x_N$ ، فإن التباين

في المجتمع ، ويرمز له بالرمز S^2 (سيجما) يحسب باستخدام المعادلة التالية :

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - u)^2}{N} \quad (7-4)$$

حيث أن m هو الوسط الحسابي في المجتمع ، أي أن : $m = \sum x / N$

مثال (7-4)

مصنع لتعبئة المواد الغذائية ، يعمل به 15 عامل ، وكانت عدد سنوات الخبرة هؤلاء العمال

كما يلي :

5 13 7 14 12 9 6 8 10 13 14 6 11 12 10

بفرض أن هذه البيانات تم جمعها عن كل مفردات المجتمع ، فأوجد التباين لعدد سنوات الخبرة .

الحل

لحساب تباين سنوات الخبرة في المجتمع ، يتم استخدام المعادلة (6-4).

- الوسط الحسابي في المجتمع m

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{N} \sum x \\ &= \frac{1}{15} (5 + 13 + 7 + \dots + 12 + 10) = \frac{1}{15} (150) = 10 \end{aligned}$$

• حساب مربعات الانحرافات $\sum(x-m)^2$

$$\sum(x-m)^2 = 130 \quad \text{بما أن:}$$

إذا تبين سنوات الخبرة للعمال في المصنع هو :

$$s^2 = \frac{\sum(x-u)^2}{N} = \frac{130}{15} = 8.67$$

سنوات الخبرة x	$(x-m)$	$(x-m)^2$
5	5-10 = -5	25
13	3	9
7	-3	9
14	4	16
12	2	4
9	-1	1
6	-4	16
8	-2	4
10	0	0
13	3	9
14	4	16
6	-4	16
11	1	1
12	2	4
10	0	0
150	0	130

ويمكن تبسيط المعادلة (4-6) في صورة أخرى كما يلي :

يمكن فك المجموع $\sum(x-m)^2$ كالتالي :

$$\begin{aligned} \sum(x-m)^2 &= \sum(x^2 - 2xm + m^2) \\ &= \sum x^2 - 2m\sum x + \sum m^2 \\ &= \sum x^2 - 2Nm^2 + Nm^2 \\ &= \sum x^2 - Nm^2 \end{aligned}$$

ومن ثم يكتب تبين المجتمع على الصورة التالية :

$$s^2 = \frac{\sum x^2 - Nm^2}{N} = \frac{1}{N} \sum x^2 - m^2$$

إذا التباين في المجتمع يمكن صياغته كالتالي .

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum x^2 - \mu^2 \quad (7-4)$$

وبالتطبيق على المثال (7-4) ، نجد أن أننا نحتاج إلى المجموعين : $\sum x$ ، $\sum x^2$ ، ويتم عمل الآتي :

سنوات الخبرة x	x^2
5	25
13	169
7	49
14	196
12	144
9	81
6	36
8	64
10	100
13	169
14	196
6	36
11	121
12	144
10	100
150	1630

$$\sum x = 150 , \quad \sum x^2 = 1630$$

$$m = \frac{1}{N} \sum x = \frac{1}{15} (150) = 10$$

إذا التباين هو

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum x^2 - m^2$$

$$= \frac{1}{15} 1630 - 10^2 = 108.67 - 100 = 8.67$$

وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها باستخدام الصيغة (6-4) .

ثانياً: التباين في العينة (s^2)

في كثير من الحالات يكون تباين المجتمع S^2 غير معلوم، وعندئذ يتم سحب عينة من هذا المجتمع ، وبحسب التباين من بيانات العينة كتقدير لتباين المجتمع ، فإذا كانت قراءات عينة عشوائية حجمها n هي ، $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، فإن تباين العينة ويرمز له بالرمز s^2 هو:

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (8-4)$$

حيث أن $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي لقراءات العينة ، أي أن : $\bar{x} = \sum x/n$ ، وتباين العينة المبين بالمعادلة (8-4) هو التقدير غير المتحيز لتباين المجتمع .

مثال (8-4)

في المثال (7-4) السابق ، إذا تم سحب عينة من عمال المصنع حجمها 5 عمال ، وسجل عدد سنوات الخبرة ، وكانت كالتالي .

8 13 10 5 9

احسب تباين سنوات الخبرة في العينة .

الحل

لحساب التباين في العينة يتم تطبيق المعادلة (8-4)، ويتبع الآتي :

• الوسط الحسابي في العينة :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x = \frac{1}{5} (8+13+10+5+9) = \frac{1}{5} (45) = 9$$

• حساب مربعات الانحرافات $\sum (x - \bar{x})^2$

سنوات الخبرة x	8	13	10	5	9	45
$(x - \bar{x})$	-1	4	1	-4	0	0
$(x - \bar{x})^2$	1	16	1	16	0	34

أي أن : $\sum (x - \bar{x})^2 = 34$ ،

• إذا تباين سنوات الخبرة في العينة قيمته هي :

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{34}{(5 - 1)} = \frac{34}{4} = 8.5$$

• في هذه الحالة يمكن القول بأن تباين العينة 8.5، وهو في نفس الوقت تقدير غير متحيز لتباين المجتمع

تبسيط العمليات الحسابية

يمكن تبسيط الصيغة الرياضية لتباين العينة الموضحة بالمعادلة (8-4) إلى صيغة سهلة يمكن التعامل معها، وخاصة إذا كانت البيانات تحتوي على قيم كسرية، ولاستنتاج هذه الصيغة يتم إتباع الآتي.

يمكن فك المجموع $\sum (x - \bar{x})^2$ كالتالي:

$$\begin{aligned}
\Sigma(x-\bar{x})^2 &= \Sigma(x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2) \\
&= \Sigma x^2 - 2\bar{x}\Sigma x + \Sigma \bar{x}^2 \\
&= \Sigma x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \\
&= \Sigma x^2 - n\bar{x}^2
\end{aligned}$$

ويكتب تباين العينة على الصورة التالية :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\Sigma x^2 - n\bar{x}^2 \right)$$

إذا التباين في العينة يمكن صياغته كالآتي .

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\Sigma x^2 - n\bar{x}^2 \right) \quad (9-4)$$

كما يمكن إثبات أن المعادلة (9-4) تأخذ الشكل التالي:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right) \quad (10-4)$$

وبالتطبيق على بيانات المثال السابق ، نجد أن :

سنوات الخبرة x	8	13	10	5	9	45
x^2	64	169	100	25	81	439

• تباين العينة باستخدام المعادلة (9-4) هو :

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{n-1} \left(\Sigma x^2 - n\bar{x}^2 \right) \\
&= \frac{1}{5-1} \left(439 - 5(9)^2 \right) = \frac{1}{4} (34) = 8.5
\end{aligned}$$

• وباستخدام المعادلة (10-4) نجد أن:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{n-1} \left(\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right) \\
&= \frac{1}{5-1} \left(439 - \frac{(45)^2}{5} \right) = \frac{1}{4} (439 - 405) = \frac{1}{4} (34) = 8.5
\end{aligned}$$

Standard Deviation الانحراف المعياري

عند استخدام التباين كمقياس من مقاييس التشتت، نجد أنه يعتمد على مجموع مربعات الانحرافات، ومن ثم لا يتمشى هذا المقياس مع وحدات قياس المتغير محل الدراسة، ففي المثال السابق، نجد أن تباين سنوات الخبرة في العينة 8.5، فليس من المنطق عند تفسير هذه النتيجة أن نقول، "تباين سنوات الخبرة هو 8.5 سنة تربيع"، لأن وحدات قياس المتغير هو عدد السنوات، من أجل ذلك لجأ الإحصائيين إلى مقياس منطقي يأخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين، لكي يناسب وحدات قياس المتغير، وهذا المقياس هو الانحراف المعياري.

إذا الانحراف المعياري، هو الجذر التربيعي الموجب للتباين، أي أن:

$$\boxed{\text{التباين}} = \sqrt{\text{الانحراف المعياري}} \quad (11-4)$$

ومثال على ذلك :

- في مثال (4-7) نجد أن الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال المصنع (المجتمع)، ويرمز له بالرمز (S) هو :

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum x^2 - m^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{15} 1630 - 10^2} = \sqrt{8.67} = 2.94 \end{aligned}$$

في هذه الحالة، يكون الانحراف المعياري لسنوات الخبرة في المجتمع هو 2.94 سنة.

- في مثال (4-8) نجد أن الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال العينة، ويرمز له بالرمز S ، هو :

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{5-1} \left(439 - \frac{(45)^2}{5} \right)} = \sqrt{\frac{1}{4} (439 - 405)} = \sqrt{\frac{1}{4} (34)} = 2.92 \end{aligned}$$

أي أن الانحراف المعياري لسنوات الخبرة في العينة هو 2.92 سنة.

الانحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة

إذا كانت بيانات الظاهرة، مبوبة في جدول توزيع تكراري، فإن الانحراف المعياري يحسب

بتطبيق المعادلة التالية.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{n - 1}}$$

or

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f - \frac{(\sum xf)^2}{n}}{n - 1}} \quad (12-4)$$

حيث أن f هو تكرار الفئة ، x هو مركز الفئة ، $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي $(\sum xf/n)$ ، n هي مجموع التكرارات $(n = \sum f)$ ، والمقدار الذي تحت الجذر يعبر عن التباين (s^2) .

مثال (4-9)

في بيانات مثال (4-6) ، احسب الانحراف المعياري للإنفاق الشهري للأسرة ، ثم قارن بين الانحراف المتوسط ، والانحراف المعياري للإنفاق الشهري للأسرة .

الحل

لحساب الانحراف المعياري للإنفاق الشهري ، تستخدم المعادلة رقم (4-12) ، وسوف نطبق

الصيغة الثانية ، ولذا نكون جدول لحساب المجموعين : $\sum xf$ ، $\sum x^2 f$.

الإنفاق	عدد الأسر f	مركز الفئة x	xf	$x^2 f$
2-5	1	3.5	3.5	12.25
5-8	8	6.5	52	338
8-11	13	9.5	123.5	1173.25
11-14	10	12.5	125	1562.5
14-17	8	15.5	124	1922
sum	40		428	5008

$$n = \sum f = 40$$

$$\sum xf = 428$$

$$\sum x^2 f = 5008$$

وبتطبيق المعادلة ، نجد أن الانحراف المعياري قيمته هي :

$$\begin{aligned}
s &= \sqrt{\frac{\sum x^2 f - \frac{(\sum xf)^2}{n}}{n-1}} \\
&= \sqrt{\frac{5008 - \frac{(428)^2}{40}}{40-1}} = \sqrt{\frac{5008 - 4579.6}{39}} \\
&= \sqrt{10.984615} = 3.314
\end{aligned}$$

أي أن الانحراف المعياري للإتفاق الشهري 3.314 ألف ريال ، ووفقا لهذا المقياس ، فإن تشتت بيانات الإتفاق أكبر من تشتت بيانات الإتفاق وفقا لمقياس الانحراف المتوسط (2.88) .

خصائص الانحراف المعياري

من خصائص الانحراف المعياري ، ما يلي :

- أولا : الانحراف المعياري للمقدار الثابت يساوي صفرا ، أي أنه إذا كان لدينا القراءات التالية:
 $a, a, a, \dots, a$ حيث أن a مقدار ثابت فإن : $S_x = 0$ ، حيث أن S_x تعبر عن الانحراف المعياري لقيم x .

- ثانيا : إذا أضيف مقدار ثابت إلى كل قيمة من قيم المفردات ، فإن الانحراف المعياري للقيم الجديدة (القيم بعد الإضافة) تساوي الانحراف المعياري للقيم الأصلية (القيم بعد الإضافة) ، فإذا كانت القيم الأصلية هي $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، وتم إضافة مقدار ثابت a إلى كل قيمة من قيم x ، فإن الانحراف المعياري للقيم الجديدة : $x_1 + a, x_2 + a, \dots, x_n + a$: $(y = x + a)$ هي :
 $S_y = S_x$

مثال (4-10)

إذا كان من المعلوم أن تطبيق برنامج غذائي معين للتسمين لفترة زمنية محددة سوف يزيد من وزن الدجاجة 0.5 كيلوجرام، سحبت عينة عشوائية من مزرعة دجاج حجمها 5 دجاجات، وكانت أوزانها كالتالي: 1, 1.75, 2, 1.25, 2.5 .

1- احسب الانحراف المعياري لوزن الدجاجة.

2- إذا طبق البرنامج الغذائي المشار إليه، ما هو الانحراف المعياري لوزن الدجاجة في هذه العينة؟

الحل

1- حساب الانحراف المعياري للوزن قبل تطبيق البرنامج .

x	x^2
1	1

$$n = 5$$

1.75	3.0625
2	4
1.25	1.5625
2.5	6.25
8.5	15.875

إذا الانحراف المعياري للوزن قبل البرنامج في العينة هو:

$$\begin{aligned}
 s_x &= \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{15.875 - \frac{(8.5)^2}{5}}{5}} = \sqrt{\frac{15.875 - 14.45}{5}} = 0.534 \\
 &= \sqrt{10.984615} = 3.314
 \end{aligned}$$

2- حساب الانحراف المعياري لوزن الدجاجة بعد تطبيق البرنامج .

كل دجاجة بعد تطبيق البرنامج، من المتوقع أن تزيد 0.5 كيلوجرام ، وهذا معناه أن الوزن بعد البرنامج هو : $y = x + 0.5$ ، ويكون الانحراف المعياري للوزن الجديد مساويا أيضا للانحراف المعياري للقيم الأصلية ، أي أن :

$$s_y = s_x = 0.534$$

الانحراف المعياري للوزن بعد تطبيق البرنامج يساوي 0.534 كيلوجرام .

- ثالثا : إذا ضرب كل قيمة من قيم المفردات في مقدار ثابت ، فإن الانحراف المعياري للقيم الجديدة ، يساوي الانحراف المعياري للقيم الأصلية مضروبا في الثابت ، أي أن إذا كان قيم x هي القيم الأصلية ، وكانت القيم الجديدة هي : $y = ax$ ، حيث أن a مقدار ثابت ، فإن : $s_y = a s_x$.

ومثال على ذلك ، إذا كان الانحراف المعياري لدرجات عينة من الطلاب هي 4 درجات ، وإذا كان التصحيح من 50 درجة ، ويراد تعديل الدرجة ليكون التصحيح من 100 درجة ، ومعنى يتم ضرب كل درجة من الدرجات الأصلية في 2 ، ومن ثم يحسب الانحراف المعياري للدرجات المعدلة كالتالي

$$y = 2x$$

$$s_y = 2s_x = 2(4) = 8$$

إذا الانحراف المعياري للدرجات المعدلة 8 درجات .

- رابعا: إذا كان لدينا التوليفة الخطية : $y = ax + b$ ، فإن الانحراف المعياري للمتغير y هو

أيضا : $s_y = as_x$ ، وفي المثال السابق ، لو أضف المصحح لكل طالب 5 درجات بعد تعديل الدرجة من 100 ، أى أن الدرجة الجديدة هي : $y = 2x + 5$ ، فإن الانحراف المعياري هو :

$$y = 2x + 5$$

$$s_y = 2s_x = 2(4) = 8$$

مزايا وعيوب الانحراف المعياري

من مزايا الانحراف المعياري

- 1- أنه أكثر مقاييس التشتت استخداما .
- 2- يسهل التعامل معه رياضيا .
- 3- يأخذ كل القيم في الاعتبار .
- ومن عيوبه ، أنه يتأثر بالقيم الشاذة .