مدرس المادة: م.م. دعاء بشير

الاحصاء الاستدلالي

الاحصاء الاستنتاجي او الاستدلالي :وهو الاحصاء الذي يهتم بتحليل البيانات واستخدام النتائج ثم تفسيرها واستعمالها لاتخاذ القرارات وعمل استنتاجات احصائية عن المجتمع الاحصائي الاصلي من العينات المحسوبة . ويضم هذا النوع نوعين رئيسيين هما:

1- التقدير: هو تقدير معالم المجتمع الاحصائي او (التوزيع الاحتمالي) والتي غالبا ماتكون مجهولة ويكون المطلوب ايجاد تقديرات لها من بيانات العينة فقد يكون المطلوب تقدير متوسط دخل الدولة او تباينها، وهناك نوعين من التقدير يسمى الاول تقدير بنقطة(تقدير قيمة واحدة اي نحصل على قيمة واحدة للعينة وتستخدم كتقدير لمعلمة المجتمع المجهولة)ويسمى الثاني تقدير بفترة او تقدير فترة الثقة(نحصل على مدى او فترة تتحدد بحد ادنى وحد اعلى).

2- اختبار الفرضيات:هو تفسير اولي يوضع لظاهرة المراد دراستها للوصول الى قرارات مناسبة بقبول الفرضية او رفضها.

انواع الاختبارات للاحصاء الاستدلالي

هناك نوعين من الاختبارات هما:

1- الاحصاء المعلمي . وهو مجموعة من الطرق التي تتطلب تحقيق افتراضات محددة حول المجتمع التي تسحب منه العينة . والافتراضات الواجب توفرها هي أ. التوزيع الطبيعي ب. تجانس التباين ج. الاستقلالية د. العشوائية في اختيار العينة .

2- الاحصاء اللامعلمي : وهو مجموعة من الطرق الاحصائية البديلة التي تستخدم في حالة عدم تحقيق الافتراضات حول المجتمع التي تسحب منه العينه او في حالة البيانات الاسمية او الرتيبة .

اخطاء في استخدام الاحصاء الاستدلالي :

عدم فحص متغيرات البحث كخطوه اولى وذلك للتعرف على نوع الاحصاء الملائم لطبيعة نتائج متغيرات البحث وهذا ما يجعلنا معرفة نوع الاحصاء الملائم ان كان معلمي او لا معلمي لان عند الفحص يجب التأكد على : تحقيق الشروط (الافتراضات) الواجب اتباعها للإحصاء المعلمي هي :

اولا: التوزيع الطبيعي : يمكن اعتبار التوزيع ان يكون طبيعيا بصورة تقريبية عندما يكون حجم العينة (30) فما فوق . فمثلا في اختبار(t) فان عدد العينة اذ كانت اقل من (30) فان شرط الاعتدالية اختل بذلك لابد من الانتقال الى الاحصاء البديل (اللامعلمي) .

ويمكن القول ان هذا الشرط لا يكون عائقا يسيرا امام استخدام الاساليب المعلمية اذ تجاوزناه بإحدى الطرق الإحصائية مثلا (معامل الاتواء ، مربع كأي ، عن طريق رسم البيانات على منحنى كأوس . وهدا يمكن استخدامه من خلال البرنامج الاحصائي .

ثانيا : تجانس التباين :ممكن ملاحظة هذا الشرط من خلال البرنامج الاحصائي (spss) مثلا في اختبار (t) للعينات المستقلة يوجد حقل خاص به هو (f) اي لمعرفة التباين بين المتغيرين. ويقصد بتجانس التباين للعينه هو الفرق بين تباين العينتين ويقاس بقسمه التباين الاكبر على التباين الاصغر .

ان تكون العينة كبيرة منتمية لمجتمع ذو تباين قليل والعينة صغيرة منتمية الى مجتمع ذو تباين كبير هنا تكمن المشكلة وتكون في حالتين :

1- اذا قبلت الفرضية الصفرية : يكون الباحث في امان اي انه لا يوجد خطا .

2- اذا قبلت الفرضية البديلة : اي ان الفرق معنوي وهنا نتوقف اذ يشير الاحصائيون ان شرط التباين هو من اهم الشروط الثلاثة التي تم ذكره .

وظيفة الإحصاء الاستدلالي

تكمن وظيفة الإحصاء الاستدلالي وأهميته في أنه يعطي الباحث القدرة على تحليل البيانات، ومن ثم يتيح له إمكانية التنبؤ بالنتائج أو استخلاص النتائج منها. لذلك يعد علم الإحصاء الاستدلالي هو أنسب أداة يمكن أن تستخدم في فهم وتفسير الظواهر المختلفة سواء في العلوم الاجتماعية أو التربوية أو الإنسانية، مع إمكانية التنبؤ بالأحداث المتعلقة بهذه الظواهر. وبالمثال يتضح المقال، فإذا أراد معلم ما الاستدلال على مدى فهم الطلاب واستيعابهم للمقرر الدراسي من خلال تحليل علاماتهم الدراسية في أحد الاختبارات. فمن خلال الإحصاء الاستدلالي يمكنه القيام بأخذ عينة عشوائية من الطلاب، وجمع البيانات اللازمة حول تقديراتهم وعلاماتهم الدراسية ليتمكن من تحليل هذه البيانات والخروج بنتائج يمكن تعميمها على باقي الطلاب.

أهمية الإحصاء الاستدلالي

تتلخص اهمية الاحصاء الاستدلالي بالنقاط التالية:

1. يمكن للإحصاء الاستدلالي التعامل مع كافة أنواع المتغيرات، سواء المتغيرات الكمية أو النوعية.
2. يمكن الباحثين من فهم خصائص العينة، ومن ثم فهو يتيح لهم فهم خصائص المجتمع ببساطة، لكن على نحو صحيح.
3. يساعد الباحثين في تعميم النتائج الخاصة بالدراسة، ويسهل عملية اتخاذ القرار.

بعض المصطلحات الاحصائية

1- المجتمع: هوعبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان ياخذها المتغير ، والمجتمع ينقسم الى مجتمع محدود اي يمكن حصر عدد مفرداتة مثل اطوال طلبة كلية التربية للعلوم الانسانية. اما المجتمع غير المحدود لايمكن حصر عدد مفرداتة مثلا عدد البكتريا في حقل ما.

2- العينة: عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع اي ان العينة هي جزء من المجتمع.

3- اسلوب المعاينة الاحصائية :هو استخدام اسليب العينات في التوصل الى خصائص المجتمع الاصلي،وذلك من خلال تطبيق الطرق والنظريات الاحصائية.

4- الفرض الاحصائي: هو تعميم مبدئي عن ابعاد المشكلة موضوع الدراسة، وتظل صلاحيتة موضع اختبار حتى يتم الوصول الى النتائج بعد جمع البيانات وتحليلها وتفسيرها وليس من الظروري ان تاتي هذه النتائج متفقة تماماً مع الفروض التي سبق وضعها.

5- فضاء العينة : وهي مجموعة من النقاط التي تمثل جميع النتائج الممكنة لتجربة ما حيث كل نتيجة يمثل عنصر في فضاء العينة، فمثلا عند رمي حجر نرد مرة واحدة فان فضاء العينة هو:

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

6- الحدث: هونقطة في فضاء العينة ويرمزلة بالرمزE ، فمثلا عند رمي قطعة النقود مرة واحدة

$S=\{H,T\}$ فان $E1=\{H\}$ و$E2=\{T\}$

7- الحوادث المستقلة:وهي الحوادث التي اذا وقع احدها لايؤثر في وقوع الحوادث الاخرى.

8- الحوادث غير المستقلة: وهي الحوادث التي اذا وقع احدها يؤثر في وقوع الحوادث الاخرى.

9- الحالات الممكنة : وهي جميع النتائج المختلفة التي يمكن ان تظهر في تجربة ما.

10- الحوادث المتنافية او المستبعدة : وهي الحوادث التي يستحال حدوثهما معاً ،فمثلا عند رمي قطعة نقود فمن المستحيل الحصول على الصورة والكتابة في نفس الوقت.

11- الحالات المؤاتية: وهي الحالات التي تحقق ظهور الحدث المراد دراسة وتسمى ايظاً

حالات النجاح

12- الحالات المتماثلة : وهي الحالات المتساوية والمتكافئة في امكانية حدوثهما،فمثلا عند رمي قطعة النقود فان امكانية الحصول على الصورة اوالكتابة متساوية.

الاختبار (التائي)

T- Test

هو احد اهم الاختبارات الاحصائية واكثرها استخداما في الابحاث والدراسات التي تهدف عن كشف دلالة الفروق الاحصائية بين متوسطي عينتين .

امثلة:

1- الفرق بين متوسطي الذكور والاناث في الاختبار التحصيلي لمادة العلوم.

2- الفرق بين طريقتين من طرق التدريس (بأستخدام الحاسوب او الطريقة التقليدية)

شروط عامة في الاختبارات المعلمية (مثل اختبار ت وتحليل التباين)

هناك مجموعة من الافتراضات او الشروط العامة لاستخدام الاختبارات المعلمية مثل الاختبارات او تحليل التباين:

1- مستوى قياس المتغير التابع كمي (نسبي أو فئوي).

2- المعاينة العشوائية: استخدام الاسلوب العشوائي في اختيار العينات.

3- استقلالية القياس أو المشاهدات.

4- التوزيع الاعتدالي للمتغير التابع.

5- تجانس التباين: تماثل تشتت درجات المجموعات.

انواع الاختبارات التائية

تقوم فكرة اختبار التائي على حساب نسبة انحراف فرق أي متوسطين من متوسطات التوزيع الاحصائي الى الخطأ المعياري المصاحب.

- اختبار التائي لعينة واحدة
- اختبار التائي لعينتين مستقلتين
- اختبار التائي لعينتين مترابطتين

اختبار التائي لعينة واحدة

يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينة بقيمة مفترضة للمجتمع

- فروض الاختبار (الفرض الصفري والفرض البديل)

$H_0 = \mu = a$

$H_a = \mu \neq a$

- مستوى الدلالة $(\alpha = 0.05)$

- قانون الاختبار التائي لعينة واحدة:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

مثـــال / اراد باحـــث قيـــاس مســـتوى الطمـــوح لـــدى عينـــة مكونـــة مـن(x=14,5,6,8,10,11,6,12) مـن خـلال مقارنـة درجـاتهم علـى مقيـاس مسـتوى الطموح مع متوسط المجتمع والبالغ (10)، علما ان القيمة التائية الجدولية هي(2.306) عند مستوى دلاله 0.05.

الحل/

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

1- حساب الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$= \frac{72}{8} = 9$$

x	X^2
14	196
5	25
6	36
8	64
10	100
11	121
6	36
12	144
$\sum = 72$	722

2- حساب الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{722 - \frac{(72)^2}{8}}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{722-648}{7}}$$

$$= \sqrt{10.571} = 3.251$$

$$t = \frac{9-10}{\frac{3.251}{\sqrt{8}}}$$

$$= \frac{-1}{\frac{3.251}{2.828}}$$

$$= \frac{-1}{1.149}$$

= -0.870

نقارن t الحسابية بالجدولية(2.306)

بمان القيمة التائية الحسابية اصغر من الجدولية ،هذا يعني لاتوجد فروق معنوية

اي ان

نقبل الفرضية الصفرية $H_0 = \mu_1 = \mu_2$

ونرفض الفرضية البديلة $H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$

مثال2 / عينة من الطلبة مقدارها(10) حصلت على متوسط حسابي مقدارة (3.222) في اختبار الصحة النفسية وبانحراف معياري مقدارة (0.999) وبوسط فرضي (140) اختبر الدلالة الاحصائية علماً ان القيمة التائية الجدولية مقدارها (1.96).

الحل/

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{140 - 3.222}{\frac{0.999}{\sqrt{10}}} = \frac{136.778}{\frac{0.999}{3.162}} = \frac{136.778}{0.315} = 434.215$$

t =1.96 الجدولية

t الحسابية اكبر من t الجدولية وهذا يدل على وجود فروق احصائية

اي ان نرفض الفرضية الصفرية التي تنص على عدم وجود فروق ذات دلالة بين الطلبة في اختبار الصحة النفسية ونقبل الفرضية البديلة التي تنص على وجود الفروق بين الطلبة في اختبار الصحة النفسية.

- تقدير فترة الثقة لعينة واحد

ان تقدير فترة الثقة100%(1- α) للوسط الحسابي للمجتمع μ عندما يكون تباين المجتمع غير معلوم σ^2 وان (n≤ 30) هي:

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

حيث ان

$\bar{X}$: الوسط الحسابي.

S: الانحراف المعياري (القياسي).

$t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$: قيمة توزيع t بمساحة $\frac{\alpha}{2}$ الى اليمين وبدرجة حرية n-1.

مثال/ اذا كانت درجات 7 طلاب في امتحان مادة الاحصاء هي:

$$X_i = 14,12,18,9,17,16,15$$

اوجد فترة الثقة عند 90% للوسط الحسابي للمجتمع التي تعود اليه درجات الطلاب.

الحل/

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

X_i	X_i- $\bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
14	-0.428	0.183
12	-2.428	5.895
18	3.572	12.759
9	-5.428	29.463
17	2.572	6.615
16	1.572	2.471
15	0.572	0.327

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{101}{7} = 14.428$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{57.713}{6}} = 3.101$$

n-1= 7-1=6

1- α = 0.90 $\Longrightarrow$ α = 1-0.90 $\Longrightarrow$ α = 0.10

$$t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{\frac{0.10}{2},6} = t_{0.05,6} = 1.943$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{7} = 2.645$$

$$\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$14.428 - (1.943)\frac{3.101}{2.645} \leq \mu \leq 14.428 + (1.943)\frac{3.101}{2.645}$$

$$14.428 - (1.943)(1.172) \leq \mu \leq 14.428 + (1.943)(1.172)$$

$$14.428 - 2.277 \leq \mu \leq 14.428 + 2.277$$

$$12.151 \leq \mu \leq 16.705$$

اذن فان الوسط الحسابي لفترة الثقة 90% التي تعود لها درجات الطلاب تقع بين (12.151)و (16.705)

2- الاختبار التائي لعينتين مستقلتين

يستخدم هذا النوع من الاختبارات للحكم على معنوية الفروق بين متوسطين لعينتين مستقلتين ، على فرض ان تباين المجتمع σ_2^2, σ_1^2 غير معلوميين ولكنهما متجانسين وان حجم العينة $n_1, n_2 \leq 30$ ولحساب هذا الاختبار نتبع القانون الاتي:

$$\boldsymbol{t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$$

مثال/ اراد باحث ان يعرف اثر استخدام نظم مساندة على كفاءة القرارات الذي تتخذها الادارة بمساعدة تلك النظم فوزع (50) مديراً على منشات صناعية عشوائية على مجموعتين ثم عيين احد المجموعتين بطريقة عشوائية لتكون مجموعة تجريبية والاخرى ضابطة وفي نهاية التجربة وزع على المجموعتين استقصاء يقيس درجة فعالية القرار وكفاءة عندما يتم اتخاذ القرار باستخدام النظم المساندة بدلاً من الطريقة التقليدية وكانت النتائج كالاتي:

المجموعة التجريبية	المجموعة الضابطة
$n_1 = 25$	$n_2 = 25$
$\bar{x}_1 = 7.60$	$\bar{x}_2 = 6$
$s_2 = 2.27$	$s_1 = 1.78$

فهل تدل هذة البيانات على ان اداء المجموعة التجريبية كان افضل من المجموعة الضابطة عند مستوى معنوية 0.05 وان القيمة التائية الجدولية هي (1.68).

الحل/

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 = 0$$

$$\boldsymbol{t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$$

$$\boldsymbol{s_p^2}=\frac{\boldsymbol{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}}{\boldsymbol{n_1+n_2-2}}$$

$$=\frac{(25-1)(2.27)^2+(25-1)(1.78)^2}{25+25-2}=\frac{(24)(5.1529)+(24)(3.1684)}{48}$$

$$=\frac{123.6696+76.0416}{48}=\frac{199.7112}{48}=4.160$$

$$s_p=\sqrt{s_p^2}=\sqrt{4.160}\ =2.039$$

$$\boldsymbol{t}=\frac{\boldsymbol{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)+(\mu_1-\mu_2)}}{\boldsymbol{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}}$$

$$=\frac{(7.60-6)+0}{2.039\sqrt{\frac{1}{25}+\frac{1}{25}}}=\frac{1.6}{2.039\sqrt{(0.04+0.04)}}=\frac{1.6}{2.039\sqrt{0.08}}=2.774$$

الجدولية $t_{(48,0.05)}=1.68$

اذن t الحسابية اكبر من t الجدولية فعلية نقبل الفرضية البديلة ونرفض الفرضية الصفرية ، اي ان هذا يدل على وجود فروق معنوية بين المجموعتين.

تقدير فترة الثقة للفرق بين متوسطين حسابين(العينتين مستقلتين) للمجتمع

- اذا كان σ_2^2, σ_1^2 غير معلومتان ولكنهما متساويتان وان العينتين العشوائيتين مستقلتان وان حجم العينة $n_1, n_2 \leq 30$، ان فترة الثقة 100(1-α) الى $(\mu_1 - \mu_2)$ عندما تكون σ_2^2, σ_1^2 غير معلومتان ولكنهما متساويتان. نتبع القانون التالي لحساب فترة الثقة لعينتين مستقلتين:

$$(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) - t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

اذ ان

$(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)$: **المتوسطين الحسابيين للعينتين المستقلتين**

s_p :**انحراف العينتين المستقلتين ويحسب وفق القانون الاتي:**

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$s_p = \sqrt{s_p^2}$$

مثال/ اعطيت دروس في الاحصاء بطريقتي(الحضوري والالكتروني) لشعبتين من نفس المستوى وبعد الانتهاء من الدروس اجري نفس الامتحان لكلا الشعبتين وكانت النتائج هي:

الشعبة الاولى بالطريقة التقليدية(الحضوري)	الشعبة الثانية بالطريقة الالكترونية
$n_1 = 12$	$n_2 = 10$
$\bar{y}_1 = 85$	$\bar{y}_1 = 81$
$s_1 = 4$	$s_1 = 5$

م/ اوجد فترة الثقة 90% للفرق بين متوسطي المجتمع على فرض ان المجتمع يقترب من التوزيع الطبيعي وان تباينهما غير معلوميين ولكنهما متساويين.

الحل/

1- نكتب القانون الرياضي المطلوب وهو

$$(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) - t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) + t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

2- نحسب قيمة s_p باستخدام القانون الاتي:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

$$= \frac{(12-1)(4)^2+(10-1)(5)^2}{12+10-2} = \frac{(11)(16)+(9)(25)}{20}$$

$$= \frac{176+225}{20} = \frac{401}{20} = 20.05$$

$$s_p = \sqrt{s_p^2} = \sqrt{20.05} = 4.478$$

3- ايجاد قيمة α

$$(1-\alpha) = 0.90 \rightarrow \alpha = 1-0.90 = 0.1$$

$$t_{(\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2)} = t_{(\frac{0.1}{2},12+10-2)} = t_{(0.05,20)} = 1.725$$

4- نطبق قانون فترة الثقة

$$(\bar{y}_1-\bar{y}_2) - t_{(\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2)} s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}} < (\mu_1-\mu_2) < (\bar{y}_1-\bar{y}_2) + t_{(\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2)} s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$(85-81) - (1.725)(4.478)\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}} < (\mu_1-\mu_2 < 85-81) + (1.725)(4.478)\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{10}}$$

$$4 - (1.725)(4.478)(0.428) < (\mu_1-\mu_2 < 4 + (1.725)(4.478)(0.428)$$

$$4-3.306 < \mu_1-\mu_2 < 4+3.306$$

$$0.694 < \mu_1-\mu_2 < 7.306$$

اي ان احتمال 90% يقع الفرق الحقيقي لمتوسطي درجات طريقتي التعلم بين 0.694 و 7.306،وبما ان حدي الثقة قيم موجبة فهذا يعني ان طريقة التدريس الحضوري اكثر كفاءة من الطريقة الالكترونية.

3- الاختبار التائي لعينتين مترابطتين

يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينتين مترابطتين (نفس افراد العينة قبل وبعد الاختبار).

شروط اختبار عينتين مترابطتين

1- ان يكون المتغير المستقل متغيراً تصنيفياً ذات مستتويين اثنين مثل (ذكر ، انثى ، متعلم ،غير متعلم).

2- ان يتبع توزيع الفروق التوزيع الطبيعي.

3- ان يكون المتغير التابع مقاساً.

4- العينة المختارة عشوائية.

القانون الرياضي لاختبار التائي لعينتين مترابطتين هو:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu}{s_d/\sqrt{n}}$$

$\bar{d}$: الوسط الحسابي للفروق، s_d : الانحراف القياسي للفروق

مثال/ مقارنة متوسط تحميل الطلاب في اختبار مادة الحاسوب الالي قبل وبعد اعطائهم دورة تدريبية وكانت النتائج الاتية:

ت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الدرجات قبل	87	75	73	94	69	96	86	85	92	88
الدرجات بعد	72	80	64	90	69	81	77	83	87	76

م/ استخدم الاختبار المناسب للمقارنة بين الفروق

الحل/ بما ان نفس العينة اجرى عليها الاختبار قبل وبعد، فان الاختبار المناسب هو الاختبار التائي لعينتين مترابطتين.

خطوات الحل:

1- نضع الفرضيات

$H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 = \mu_1 - \mu_2 = 0$

2- نحسب الفرق بين الدرجات قبل وبعد الدورة التدريبية ثم ناخد مربع الفرق وكما يلي:

ت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
الدرجات قبل	87	75	73	94	69	96	86	85	92	88	
الدرجات بعد	72	80	64	90	69	81	77	83	87	76	
d (الفرق)	15	-5	9	4	0	15	9	2	5	12	
d^2	225	25	81	16	0	225	81	4	25	144	$\sum$ 826

3- نطبق قانون الاختبار التائي لعينتين مترابطتين

$$t = \frac{\bar{d} - \mu}{s_d/\sqrt{n}}$$

- اولاً: نحسب متوسط الفرق باستخدام القانون الاتي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{66}{10} = 6.6$$

-ثانياً: نجد قيمة s_d باستخدام القانون الاتي:

$$s_d^2 = \frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1} = \frac{826 - \frac{(66)^2}{10}}{9} = \frac{826 - 435.6}{9} = 43.378$$

$$s_d = \sqrt{s_d^2} = \sqrt{43.378} = 6.586$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{10} = 3.162$$

$$\boldsymbol{t = \frac{6.6 - 0}{6.586/3.162} = \frac{6.6}{2.083} = 3.169}$$

الجدولية t =2.228

نلاحظ t المحسوبة اكبر من t الجدولية وهذا يدل على رفض الفرضية الصفرية التي تنص على عدم وجود فروق معنوية بين الدرجات قبل وبعد الدورة التدريبية وقبول الفرضية البديلة التي تنص على وجود فروق معنوية بين الدرجات.

ـ تقدير فترة الثقة للعينتين مترابطتين

تكون العينتان مترابطتين(غير مستقلة) عندما تكون المشاهدات مرتبطة مع بعضها البعض، فمثلا تجربة لدراسة نظام غذائي صحي معين لـ20 شخص يعانون من السمنة فعادة يتم قياس اوزانهم قبل وبعد النظام الغذائي الصحي او دراسة تاثير دواء ما على سكرالدم لمجموعة من المرضى وقبل تطبيق لدواء في العادة يتم قياس السكر لهولاء المرضى قبل وبعد العلاج.

والتجارب من هذا النوع يكون حجم العينتان متساوي اي ان:

$$\boldsymbol{n_1 = n_2 = n}$$

وفي كل حالة نحسب الفرق بين المشاهدات المزدوجة ونرمز لة بالرمز di اي ان

$$\boldsymbol{d_1, d_2, \ldots . d_n}$$

هي الفرق بين n من المشاهدات فان تقدير نقطة لـ

$$\boldsymbol{\mu_1 - \mu_2 = \mu_D}$$

لتقدير فترة الثقة (1-α)100 % الى $\boldsymbol{(\mu_1 - \mu_2) = \mu_D}$ لازواج المشاهدات نتبع القانون الاتي:

$$\boldsymbol{\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}} \leq \mu_D \leq \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}}}$$

مثال/ تم تقسيم 20 طالباً الى عشرة ازواج حسب درجة ذكائهم بحيث ان كل زوج من الطلاب لهم نفس درجة الذكاء تقريباً، وتم اختيار طالب من كل زوج عشوائياً لتشكيل شعبة لاعطائهم دروساً في الاحصاء من قبل استاذ المادة مباشرةً بينما بقية الطلاب (ايظاً يمثلون طلاب من كل زوج) فقد تم اعطائهم دروساً في الاحصاء بالطريقة الالكترونية.

بعد الانتهاء من الفصل الدراسي تم اعطائهم نفس الامتحان فكانت النتائج كالاتي:

ت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الالكتروني y_{1i}	76	60	85	58	91	75	82	64	79	88
الحضوري y_{2i}	81	52	85	70	86	77	90	63	85	83

م/ اوجد فترة الثقة 98% للفرق الحقيقي بين الطريقتين.

الحل/

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S_d}{\sqrt{n}} \leq \mu_D \leq \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

خطوات الحل:

1- نحسب الفروق بين الطريقتين d كمايلي:

ت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الالكتروني y_{1i}	76	60	85	58	91	75	82	64	79	88
الحضوري y_{2i}	81	52	87	70	86	77	90	63	85	83
$d_i = y_{1i} - y_{2i}$	-5	8	-2	-12	5	-2	-8	1	-6	5
d_i^2	25	64	4	144	25	4	64	1	36	25

2- نحسب الوسط الحسابي للفروق $\bar{d}$ كالاتي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{-16}{10} = -1.6$$

3- حساب الانحراف القياسي للفروق كالاتي:

$$s_d^2 = \frac{\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}}{n-1} = \frac{392 - \frac{(-16)^2}{10}}{9} = \frac{392 - 25.6}{9} = \frac{366.4}{9} = 40.711$$

$$s_d = \sqrt{s_d^2} = \sqrt{40.711} = 6.381$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{10} = 3.162$$

$$(1 - \alpha) = 0.98 \rightarrow \alpha = 1 - 0.98 = 0.02$$

$$t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} = t_{(\frac{0.02}{2}, 9)} = t_{(0.01, 9)} = 2.821$$

$$\bar{d} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}} \leq \mu_D \leq \bar{d} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$-1.6 - (2.821)\frac{6.381}{3.162} \leq \mu_D \leq -1.6 + (2.821)\frac{6.381}{3.162}$$

$$-1.6 - (2.821)(2.018) \leq \mu_D \leq -1.6 + (2.821)(2.018)$$

$$-1.6 - 5.693 \leq \mu_D \leq -1.6 + 5.693$$

$$-7.293 \leq \mu_D \leq 4.093$$

فنحن على ثقة بنسبة 98% ان الفرق الحقيقي بين متوسطي الطريقتين يقع بين

(-7.293) و(4.093)

اختبار مربع كاي للاستقلالية χ^2

يستخدم هذا الاختبار اثنين من المتغيرات سواء كانا وصفيان ام احداهما وصفي او كمي ويكشف عن العلاقة بينهما مستقلة ام لا وتكون بيانات المتغيرين من النوع الثنائي ويطلق على جدول البيانات احياناً بجدول التوافق ويرمز لة بالرمز χ^2.

شروط اختبار مربع كاي χ^2

- يجب الحصول على تكرارات لعينة عشوائية للمجتمع.
- يجب ان يكون كل تكرار اكبر اويساوي 5.
- مجموع تكرارات المشاهدات الفعلية = مجموع التكرارات المتوقعة

$$\sum_{i}^{n}\sum_{j}^{m} O_{ij} = \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{m} E_{ij}$$

جدول التوافق:

اذا كانت مستويات الصفة الاولى $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n;\ i=1,2,\dots n}$ (عدد الصفوف)، واذا كانت مستويات الصفة الثانية $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{m;j=1,2,\dots m}$ (عدد الاعمدة) فان جدول التوافق يكون كالاتي:

y / x	$y_{.1}$	$y_{.2}$	.....	$y_{.m}$	$\sum x_{i.}$
$x_{1.}$	O_{11}	O_{12}	.....	O_{1m}	$O_{1.}$
$x_{2.}$	O_{21}	O_{22}	.....	O_{2m}	$O_{2.}$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
$x_{n.}$	O_{n1}	O_{n2}	.....	O_{nm}	$O_{n.}$
$\sum y_{.j}$	$O_{.1}$	$O_{.2}$	.....	$O_{.m}$	$O_{..}$

خطوات اختبار مربع كاي $\aleph^2$

1- تحديد الفرضية

$\mathbf{H_0}$: لاتوجد علاقة بين تصنيفات المتغيرين X و Y

$\mathbf{H_1}$: توجد علاقة بين تصنيفات المتغيرين X و Y

2- تحديد مستوى المعنوية

3- حساب احصاءة الاختبار $\aleph^2$ وفق القانون الاتي:

$$\aleph^2 = \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{m}\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

اذ ان

O_{ij} : تكرار المشاهدة الفعلية في الصف i وعمود j

E_{ij} : تكرار المتوقع في الصف i وعمود j

4- حساب التكرارات المتوقعة E_{ij} وفق القانون الاتي:

$$E_{ij} = \frac{O_{i.} - O_{.j}}{O_{..}}$$

5- درجات الحرية لاختبار الاستقلالية

df=(n-1)(m-1)

حيث ان

n: عدد الصفوف

m: عدد الاعمدة

6- القرار

اذا كانت قيمة $\aleph^2$ المحسوبة > (اكبر من) $\aleph^2$ الجدولية

نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، اي ان توجد علاقة بين المتغيرين.

مثال/ لدراسة العلاقة بين التعليم والتدخين سُحبت عينة من 400 شخص فكانت النتائج الموضحة في الجدول ادناة.المطلوب هل توجد علاقة بين التعليم والتدخين عند مستوى معنوية 0.05 ، علماً ان قيمة χ^2 الجدولية هي (5.99).

التدخين / التعلم	مدخن	غير مدخن
غيرمتعلم	170	50
تعليم متوسط	50	70
تعليم عالي	20	40

الحل/

1-

$\mathbf{H_0}$: لاتوجد علاقة بين تصنيفات المتغيرين التدخين و التعليم

$\mathbf{H_1}$: توجد علاقة بين تصنيفات المتغيرين التدخين و التعليم

2- نجد مجموع كل صف وكل عمود

التدخين / التعلم	مدخن	غير مدخن	المجموع
غيرمتعلم	170	50	220
تعليم متوسط	50	70	120
تعليم عالي	20	40	60
المجموع	240	160	400

3- وضع جدول القيم المتوقعة لكل مشاهدة باستخدام القانون الاتي:

$$E = \frac{\text{مجموع العمود} * \text{مجموع الصف}}{\text{مجموع الكلي للمشاهدات}} \quad \text{(القيم المتوقعة)}$$

4- نحسب قيمة χ^2 المحسوبة باستخدام القانون الاتي:

$$\chi^2 = \sum_{i}^{n}\sum_{j}^{m} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

- نجد القيم المتوقعة

$$E_{11} or\ (170) = \frac{220 * 240}{400} = 132$$

$$E_{12}or\ (50) = \frac{220 * 160}{400} = 88$$

$$E_{21}or\ (50) = \frac{120*240}{400} = 72$$

$$E_{22}or\ (70) = \frac{120 * 160}{400} = 48$$

$$E_{31}or\ (20) = \frac{60 * 240}{400} = 36$$

$$E_{32}or\ (40) = \frac{60*160}{400} = 24$$

5- درجة الحرية

df =(n-1)(m-1)

= (3-1)(2-1)=2*1=2

نضع القيم المتوقعة في الجدول التالي لاستخراج قيم χ^2 المحسوبة

المشاهدات الفعلية O	المشاهدات المتوقعة E	$(O - E)$	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
170	132	38	1444	10.939
50	88	-38	1444	16.409
50	72	-22	484	6.722
70	48	22	484	10.083
20	36	-16	256	7.111
40	24	16	256	10.667
المجموع				61.931

اذن قيمة χ^2 المحسوبة هي:

$$\chi^2 = \sum_i^n \sum_j^m \frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} = \mathbf{61.931}$$

χ^2 الجدولية $= 5.99$

نلاحظ قيمة χ^2 المحسوبة > من χ^2 الجدولية

اذن نرفض فرضية العدم (الصفرية) ونقبل الفرضية البديلة ، اي ان توجد علاقة بين التدخين ومستوى التعليم (انهما غير مستقلين).

مثال واجب/ سحبت عينة عشوائية من 100 شخص تم تصنيفها حسب ظاهرتين لاجراء اختبار الاستقلالية بين الدخل ومستوى التعليمي عند مستوى معنوية 0.05 ، علماً بان قيمة χ^2 الجدولية هي 9.488

الاولى / الثانية	حالة أ	حالة ب	حالة ج
منخفض	28	6	6
متوسط	22	8	10
عالي	10	6	4

تحليل الانحدار Regression Analysis

تحليل الانحدار هو اداة احصائية تقوم ببناء نموذج احصائي وذلك لتقدير العلاقة بين متغيركمي واحد اوعدة متغيرات كمية (متغيرات مستقلة) ومتغير تابع، بحيث تنتج معادلة احصائية توضح العلاقة بين المتغيرات.ويمكن استخدام هذة المعادلة في معرفة نوع العلاقة بين المتغيرات وتقدير المتغير التابع باستخدام المتغيرات الاخرى. وعندما تكون العلاقة في النموذج الاحصائي بين متغير تابع واحد مع متغيرمستقل واحد فان هذا النموذج هو ابسط نماذج الانحدار ويسمى نموذج الانحدار الخطي البسيط Simple Leaner Regression ، وعندما تكون اكثر من متغير مستقل مع متغير تابع واحد يسمى نموذج الانحدار المتعدد multiple Regression.

نموذج الانحدارالخطي البسيط Simple Leaner Regression

نموذج الانحدار البسيط هو نموذج احصائي يقوم بتقدير العلاقة التي تربط بين متغير تابع واحد مع متغير مستقل واحد، وينتج من هذا النموذج معادلة احصائية خطية يمكن استخدامها لتفسير العلاقة بين المتغيرين او لتقدير قيمة المتغير التابع عند معرفة قيمة المتغير المستقل، ويمكن صياغة العلاقة الاحصائية بالنموذج الاتي:

$$\mathbf{y} = \widehat{\boldsymbol{B_0}} + \widehat{\boldsymbol{B_1}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}$$

حيث ان

y: المتغير التابع ، x : المتغير المستقل ،u: الخطأ العشوائي ، $\boldsymbol{B_0}$ هي قيمة ثابتة تعبر عن قيمة y عندما تكون قيمة x تساوي صفراً، $\boldsymbol{B_1}$ تمثل ميل خط المستقيم الذي يوضح العلاقة بين المتغيرات، ويمكن تقدير معالم النموذج وفق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية .

لتقدير معالم نموذج الانحدار الخطي البسيط $\boldsymbol{B_0}, \boldsymbol{B_1}$سنستخدم الصيغ الاتية:

$$\widehat{\boldsymbol{B_0}} = \bar{\boldsymbol{y}} - \widehat{\boldsymbol{B_1}}\bar{\boldsymbol{x}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{B_1}} = \frac{\sum \boldsymbol{xy} - \boldsymbol{n}\bar{\boldsymbol{x}}\bar{\boldsymbol{y}}}{\sum \boldsymbol{x^2} - \boldsymbol{n}\bar{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}}}$$

مثـال/ مـن الجـدول الاتـي يمثـل العلامـات النهائيـة لــ8 طـلاب فـي مـادتي الاحصـاء والرياضيات

الرياضـــيات (x)	الاحصاء (y)
85	77
65	67
60	62
45	52
80	72
65	57
85	82
95	87

م/ جد معادلة خط الانحدار

الحل/

لايجـاد معادلـة خـط الانحـدار يجـب تقـدير معلمـات النمـوذج وهـي $\boldsymbol{B_0, B_1}$ باسـتخدام القوانين الاتية:

$$\widehat{\boldsymbol{B_0}} = \bar{y} - \widehat{\boldsymbol{B_1}}\bar{x}$$

$$\widehat{\boldsymbol{B_1}} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

الاحصـــــاء (y)	الرياضـيات (x)	xy	$\boldsymbol{x^2}$
77	85	6545	7225
67	65	4355	4225
62	60	3720	3600
52	45	2340	2025
72	80	5760	6400
57	65	3705	4225
82	85	6970	7225
87	95	8265	9025
556= مج	580=مج	41660	43950

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{556}{8} = 69.5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{580}{8} = 72.5$$

$$\widehat{\boldsymbol{B_1}} = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{41660 - 8 * 72.5 * 69.5}{43950 - 8 * (72.5)^2}$$

$$= \frac{41660-40310}{43950-42050} = \frac{1350}{1900} = 0.711$$

$$\widehat{\boldsymbol{B_0}} = \bar{y} - \widehat{\boldsymbol{B_1}}\bar{x}$$

$$= 69.5 - (0.711)(72.5) = 17.952$$

اذن معادلة خط الانحدار هي:

$$y=17.952+0.711x$$

مقاييس العلاقة

يواجة الباحث في العلوم التربوية والنفسية حالات عديدة في التعرف على العلاقة بين متغيرين او اكثر .

اما كيفية الكشف عن درجة الارتباط فهناك مؤشران رئيسيان هما معامل الارتباط وشكل الانتشار، ويعد معامل الارتباط اكثر الاكثر اهمية لانة مؤشر كمي لقوة واتجاة العلاقة ، وقوة العلاقة تقاس بمدى اقترابها من القيمة (1,-1) وعندما تقترب هذة القيمة من الصفر هذا يدل على ضعف العلاقة وينبغي التنبية الى عندما تكون قيمة معامل الارتباط صفراً فان هذا لايعني عدم وجود علاقة بل قدتكون هناك علاقة بين المتغيرين

منحنية ومن هنا لابد من رسم مخطط الانتشار لغرض ملاحظة توزيع نقاط الاستدلال على وجود او عدم وجود علاقة بين المتغيرين.

ومن جهة اخرى فان الحكم على قوة وضعف العلاقة الارتباطية ينبغي الايكون على اساس معامل الارتباط من دون ان الاخذ بعين الاعتبار العوامل عديدة مثل نوع المتغيرات ، حجم العينة وهدف البحث وغيرها ولكن بصورة عامة اذا اردنا ان نستدل على قوة وضعف العلاقة هناك عدة طرق للارتباط الخطي البسيط Simple Leanear Corrlation منها(معامل ارتباط بيرسون، ومعامل ارتباط سبيرمان ، معامل ارتباط فاي ، معامل ارتباط كاندال)وسنتطرق التوضيح هذه المعاملات لاحقاً.

اما اتجاة العلاقة فنستدل علية من خلال الاشارة فيما اذا كانت موجبة او سالبة حيث اذا كانت الاشارة سالبة تدل على ان العلاقة بين المتغيرين عكسية بمعنى ان الزيادة في احد المتغيران يصاحبة نقصان في المتغير الاخر، وبالعكس فيما اذا كانت الاشارة موجبة تشير الى العلاقة الطردية بين المتغيرين بمعنى الزيادة في احد المتغيرين يصاحبة زيادة في المتغير الاخر وبالعكس في حالة النقصان احداهما يصاحبة نقصان في الاخر.

1- معامل الارتباط بيرسون

ذكرنا فيما سبق ان معامل الارتباط يعطي تقديراً كمياً للعلاقة بين المتغيرين اذ يكون لكل فرد قيمتان احداهما على المتغير x وتقابلها قيمة اخرى على المتغير y
اي ان معامل الارتباط لعينة عشوائية حجمها n

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots\dots\dots, (x_n, y_n)$$

والذي يرمز لة بالرمز r هو تقدير غير متحيز لمعامل ارتباط المجتمع والقانون الرياضي لهذا المعامل ياخذ الشكل الاتي:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

او

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \sqrt{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}}$$

مثال/ احسب معامل الارتباط بيرسون بين المتغيرين x,y حيث تكون قيم كل منهما كما في الجدول الاتي:

x	Y
8	6
1	4
6	3
4	4
7	5
7	4
4	2

الحل/

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\sum {x_i}^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \sqrt{\sum {y_i}^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}}$$

x_i	y_i	$x_i y_i$	${x_i}^2$	${y_i}^2$
8	6	48	64	36
1	4	4	1	16
6	3	18	36	9
4	4	16	16	16
7	5	35	49	25
7	4	28	49	16
4	2	8	16	4
$\sum = 37$	$\sum = 28$	$\sum = 157$	$\sum = 231$	$\sum = 122$

$$\boldsymbol{r = \frac{157 - \frac{(37)(28)}{7}}{\sqrt{231 - \frac{(37)^2}{7}}\sqrt{122 - \frac{(28)^2}{7}}}}$$

$$r = \frac{157 - 148}{\sqrt{231 - 195.571}\sqrt{122 - 112}} = \frac{9}{\sqrt{35.429}\sqrt{10}}$$

$$= \frac{9}{(5.952)(3.162} = \frac{9}{18.820} = 0.478$$

اذن توجد علاقة طردية متوسطة بين المتغيرين x,y

2- معامل ارتباط سبيرمان (لارتباط الرتب)

هوقياس لمستوى لارتباط الاحصائي بين متغيرين انطلاقاً من ترتيب البيانات من خلال اعطاء ارقام تسلسلية ويحسب معامل ارتباط الرتب سبيرمان باستخدام القانون الرياضي الاتي:

$$\boldsymbol{r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}}$$

حيث ان

d: الفروق بين رتب المتغيرين

n: حجم العينة

مثال/احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين للمعدلات 10 طلاب في الشهادة الثانوية والفصل الجامعي الاول كما في الجدول الاتي:

Y (المعدل الثانوي)	X (الفصل الجامعي الاول)
61	77.5
72.8	85.5
65.5	79.5
71	88.8
80	93.5
74.5	85
82	94.1
81	90.5
76.1	87.2
78	89.8

الحل/

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

X (الفصل الجامعي الاول)	Y (المعدل الثانوي)	رتب x	رتب y	d	d^2
77.5	61	10	10	0	0
85.5	72.8	7	7	0	0
79.5	65.5	9	9	0	0
88.8	71	5	8	-3	9
93.5	80	2	3	-1	1
85	74.5	8	6	2	4
94.1	82	1	1	0	0
90.5	81	3	2	1	1
87.2	76.1	6	5	1	1
89.8	78	4	4	0	0
مج					16

$$r = 1 - \frac{6(16)}{10(100-1)} = 1 - \frac{96}{990}$$

$$= 1 - 0.097 = 0.903$$

اذن هناك علاقة ارتباط طردية وقوية جداً بين المتغيرين x,y

مثال واجب/ جد معامل ارتباط سبيرمان لتقديرات الطلبة في مادتي الفلسفة والاحصاء

الفلسفة	امتياز	امتياز	جيد	متوسط	ضعيف	ضعيف
الاحصاء	امتياز	جيد	جيد	متوسط	متوسط	ضعيف