مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

الاحصاء الوصفي

بعض المفاهيم الاساسية في علم الاحصاء

1- علم الاحصاء: هو العلم الذي يبحث في جمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول الى النتائج واتخاذ القرارات السليمة .
2- المجتمع : هوعبارة عن جميع القيم او المفردات التي يمكن ان ياخذها المتغير ، والمجتمع ينقسم الى مجتمع محدود اي يمكن حصر عدد مفرداتة مثل اطوال طلبة كلية التربية للعلوم الانسانية.
اما المجتمع غير المحدود لايمكن حصر عدد مفرداتة مثلا عدد البكتريا في حقل ما.
3- العينة : عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع اي ان العينة هي جزء من المجتمع.
4- المتغير: هواي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها ويرمز لة بالرمز X ،Y،....

المتغيرات نوعين هما

ا- المتغيرات نوعية (وصفية): هي تلك الظواهر او الصفات التي لايمكن قياسها مباشرة بالارقام العددية مثل صفة لون العيون(ازرق ، احضر، اسود) او الحالة الاجتماعية(متزوج ، اعزب،مطلق).
2- المتغيرات الكمية : هي الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بالارقام كالطول او الوزن او كمية المحصول وتنقسم هذة المتغيرات الى نوعين هما:
1- متغير كمي متصل(مستمر): هوالمتغير الذي تاخذ المشاهدة او المفردة فية اي قيمة رقمية في مدى معين .

مثل: $0<x<1$

2- متغير كمي منفصل(غير مستمر): هوالمتغير الذي تاخذ المشاهدة او المفردة فية قيم متباعدة وغير مستمرة مثلاً:

$$X=1,2,3,4,....$$

مجالات علم الاحصاء

يعد الاحصاء احد الفروع ذات التطبيقات الواسعة لعلم الرياضيات وهو يبحث بشكل رسمي في الامور التالية:

1- جمع البيانات والمعلومات الخاصة بمختلف الظواهر وتسجيلها في صورة رقمية وتصنيفها في جداول منتظمة وتمثيلها بيانياً.
2- تحليل البيانات واستخلاص النتائج منها والخروج باستنتاجات حول المجتمع الاحصائي الذي يمثل جميع المفردات التي تتكون منها الظاهرة.
3- مقارنة الظواهر ببعضها ودراسة العلاقة بينهما واستخدامها في تفهم حقيقة الظواهر ومعرفة القوانين التي تسير تبعاً لها.

اهم فروع علم الاحصاء

1- الاحصاء الوصفي: وهو الاحصاء الذي يتناول تنظيم وعرض ووصف البيانات والمعلومات سواء كانت هذة المعلومات كمية كالمساحات والمسافات وكميات الانتاج اوكانت نوعية كانواع الترب او انواع المناخ او الحالة الاجتماعية للأفراد.
2- الاحصاء الاستدلالي : وهو يهتم بالعمليات التي تؤدي الى استخلاص النتائج العامة من النتائج الجزئية وفقا لقوانين احصائية معينة وتعميم النتائج التي يتم التوصل اليها من دراسة عينة مختارة من مجتمع البحث.

انواع البيانات الاحصائية

1- البيانات النوعية(الوصفيةاو الاسمية)Nominal Data:

نحصل على هذا النوع من البيانات عندما تكون السمة تحت الدراسة هي سمة نوعية والتي يمكن تصنيفها حسب الاصناف او الانواع وليس بقياسات عددية فمثلا تصنيف نوع فصيلة الدم وغيرها.

2- البيانات الترتيبية Ordinal Data

تمتاز البيانات الترتيبية عن البيانات الاسمية بان الفئات التي يتكون منها المجتمع الاحصائي تكون على هيئة رتب وليس مجرد فئات فمثلاً الرواسب النهرية تتصنف الى غليظة ومتوسطة ودقيقة وتتصنف المؤهلات العلمية الى دكتوراة وماجستير وبكلوريوس واعدادية ومتوسطة...الخ.

3- البيانات الكمية Scale:

هي البيانات التي يكون للأرقام فيها مدلول حسابي، اي انها تخضع للعمليات الحسابية العادية وهي افضل انواع البيانات واكثرها استخداماً في العملية الاحصائية مثلاً سنوات الخدمة والرواتب وغيرها.

تصنيف وتبويب البيانات وتمثيلها بيانياً

عند جمع البيانات الاولية الخاصة بدراسة ظاهرة او صفة ما فانة عادة لايمكن الاستفادة منها وهي بهذه الصورة لذا فغالباً ماتضع في جداول مبسطة او يعبر عنها في هيئة صور واشكال ورسوم بيانية لكي يسهل دراستها وتحليلها.

وهناك نوعين رئيسيين من الجداول الاحصائية هما:

1- الجدول البسيط: وهو الجدول التي توزع فية البيانات حسب صفة واحدة ويتألف من عمودين احدهما بيمثل تقسيمات الظاهرة او الصفة الى مجموعات او فئات والعمود الاخر يمثل عدد المفردات او المشاهدات التابعة لكل مجموعة او فئة كما في المثال التالي:

مثال// جدول توزيع اعضاء البعثات الموفدين الى الخارج حسب المواد الدراسية لسنة 1970-1971.

اسماء البعثات	عدد الطلبة
علوم اساسية	25
علوم زراعية	50
علوم هندسية	75
علوم طبية	50
علوم اجتماعية	30
علوم بيطرية	20
المجموع	250

2- الجدول المركب:هو الجدول الذي توزع فية البيانات حسب صفين او ظاهرتين في نفس الوقت ، فالجدول يتألف من صفوف واعمدة تمثل الصفوف المجاميع او الفئات احد الصفات وتمثل الاعمدة مجاميع او فئات الصفة الاخرى،اما المربعات التي تقابل الصفوف والاعمدة فتحتوي على عدد التكرارات او عدد المفردات المشتركة في فئات كلا الصفتين كما في المثال التالي:

مثال// الجدول التالي يبين مساحات وسكان بعض الدول العربية لعام 2015.

الدولة	المساحة كم2	عدد السكان
العراق	37072	36575000
الاردن	92300	9500000
الكويت	17820	4161000
سوريا	185180	23270000
مصر	1002000	90759000

الجداول التكرارية: وهو اسلوب احصائي مهم لختزال عدد كبير من البيانات الى عدد محدود من الفئات واحصاء عدد المشاهدات التي تقع ضمن حدود كل فئة ويتكون الجدول التكراري من عمودين:

العمود الاول: يقسم قيم المتغير او الظاهرة الى اقسام او مجموعات تدعى فئات Classes

العمود الثاني: يبين عدد المفردات التي تقع قيمها ضمن الفئة وتسمى تكراراتFrequence ويرمزلة بالرمز(f).

بعض المفاهيم الاساسية لموضوع الجداول التوزيع التكراري

1- البيانات غير المبوبة: وهي البيانات الاولية او الاصلية التي جمعت قبل تبويبها ووضعها في جدول توزيع تكراري.

2- البيانات المبوبة: وهي البيانات التي تم تبويبها ووضعها في جدول توزيع تكراري.

3- الفئات: وهي المجموعات التي تقسم قيم المتغير او الظاهرة مثل الفئة (10-15).

4- حدود الفئة : لكل فئة حدان حد ادنى وحد اعلى فالفئة (5-10) الحد الادنى لها 5 والحد الاعلى 10.

5- طول الفئة: هو المدى بين حدي الفئة ويرمز لة بالرمز L .

6- مركز الفئة: هو عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة ويرمزلة بالرمز X، وقانونة هو:

$$X=\frac{\text{الحد الادنى الفئة+الحد الاعلى الفئة}}{2}$$

خطوات بناء جدول توزيع تكراري

1- استخراج المدى للبيانات وفق القانون التالي:

المدى = اكبر قيمة – اصغر قيمة

$$R= X_{max} - X_{min}$$

2- ايجاد عدد الفئات ويجب ان يكون عدد الفئات لايقل عن 5 فئات ولايزيد عت 15 يتم استخراجة حسب طريقة سترجس

$$n= 1+3.3\log X_i$$ **(تقريب العدد الكسري الى اقرب العدد الصحيح)**

حيث ان

X: المشاهدات او القيم

n: عدد الفئات

3- ايجاد طول الفئة

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ **(تقريب العدد الكسري الى اقرب عدد صحيح)**

$$L= \frac{R}{n}$$

4- ايجاد الحدالاعلى للفئة الاولى

$$X_{min} + L - 1$$

5- استخراج التكرارات لكل فئة

مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

مثال// انشئ جدول توزيع تكراري من البيانات التالية:

65	72	73	73	77
77	82	82	85	87
88	91	93	94	75

Sol:-

1) $R = X_{max} - X_{min}$

$= 94 - 65$

$= 29$

2) $n = 1+3.3\log X_i$

$= 1+3.3 \log(15)$

$= 1+3.3(1.176)$

$= 4.880 \sim 5$

3) $L = \frac{R}{n}$

$= \frac{29}{5}$

$= 5.8 \sim 6$

4) $X_{min} + L - 1$

$65 + 6 - 1 = 70$

5)

Class	f_i
65 - 70	1
71 - 76	4
77 - 82	4
83 – 88	3
89- 94	3

مثال واجب/ كون جدول توزيع تكراري لعلامات (30) طالب في امتحان مادة الاحصاء والبيانات كانت كماياتي:

46	49	48	58	54	50
40	62	37	48	54	75
54	48	59	45	34	58
47	61	49	44	68	39
63	56	43	57	40	45

جدول التوزيع التكراري النسبي Relative Frequency

ان التكرار النسبي لكل فئة هو نسبة تكرار تلك الفئة الى مجموع التكرارات، فاذا كان مجموع التكرارات $\sum f_i$ وتكرار الفئة f فأن التكرار النسبي هو:

$$RF = \frac{f}{\sum f_i}$$

اما التكرارالمئوي هو ضرب التكرار النسبي * 100

اي ان

$$RF\% = RF * 100$$

مثال// من الجدول التوزيع التكراري التالي احسب التكرار النسبي والمئوي

Class	f_i
22 – 26	10
27 – 31	8
32 – 36	12
37 – 41	9
42 – 46	13
47 – 51	8

Sol:-

$$RF = \frac{f}{\sum f_i}$$

$$RF\% = RF * 100$$

Class	f_i	RF	RF%
22 - 26	10	0.166	16.6
27 - 31	8	0.133	13.3
32 - 36	12	0.2	20
37 – 41	9	0.15	15
42 - 46	13	0.216	21.6
47 - 51	8	0.133	13.3

مثال واجب/ من الجدول التوزيع التكراري التالي احسب التكرار النسبي والمئوي

Class	0 – 4	5 - 9	10 - 14	15 - 19	20 - 24	25 - 29
f_i	4	5	15	25	6	5

التوزيعات التكرارية المتجمعة

نحتاج في كثير من الاحيان معرفة عدد المشاهدات التي تساوي قيمة معينة او تكون اصغر منها فعلى سبيل المثال،اذا حصل طالب على درجة 80 في احد الامتحانات فانة يرغب في معرفة عدد الطلبة الحاصلين علة درجة 80 او اقل من ذلك ويوجد نوعان من هذه الجداول هما:

1- جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد UCD

هو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الادنى لفئة معينة.

ملاحظة/عندما نجمع جميع قيم جدول التوزيع التكرار الصاعد يجب ان يساوي مجموع التكرار الاصلي لجدول التكراري.

2- جدول التوزيع التكراري المتجمع النازل LCD

هو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الادنى لفئة معينة.

مثال/ اليك الجدول التكراري التالي بناءاً علية كون

1) جدول توزيع تكراري صاعد
2) جدول توزيع تكراري نازل

Class	4 - 6	7 - 9	10 - 12	13 - 15	16 - 18
f_i	7	5	10	8	10

Sol:-

Class	f_i	Ucd	LCD
4 - 6	7	7	40
7 - 9	5	12	33
10 - 12	10	22	28
13 – 15	8	30	18
16 - 18	10	40	10

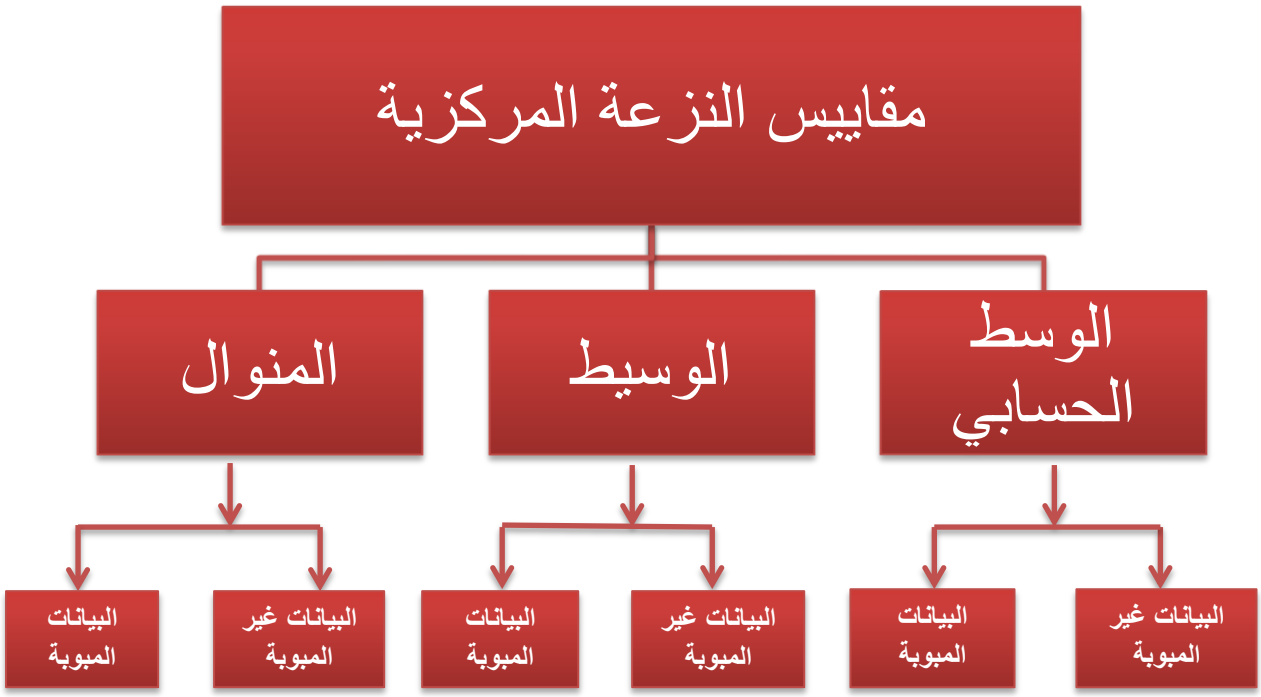
مثال واجب/ الجدول التالي يمثل علامات(30) طالب كون جدول تكرار متجمع صاعد ونازل

Class	34-39	40 - 45	46 - 51	52 - 57	58 - 63	64-69	70-75
f_i	3	6	8	5	6	1	1

مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

مقاييس النزعة المركزية

المقصود بالنزعة المركزية هو تجمع معظم المشاهدات حول قيمة متوسطة تمثل نقطة ارتكاز تلك المشاهدات او بؤرتها ومركز ثقلها، كالمتوسط الحسابي والوسيط والمنوال ، وكلما كانت تلك القيمة تمثل مركز ثقل فعلي تجذب اليها اكبر عدد ممكن من المشاهدات تكون اكثر قدرة على قياس النزعة المركزية للمشاهدات وتفقد تلك القيمة اهميتها اذا كانت اعداد كبيرة من المشاهدات تبتعد عنها، ومن اهم مقاييس النزعة المركزية هي:



اولاً: الوسط الحسابي Mean

يعد الوسط الحسابي اكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعاً او يستخدمها الجغرافيون لوصف الكثير من الظواهرالجغرافية كمتوسط الزيادة السنوية للسكان ومتوسط حجم الاسرة ومتوسط دخل الفرد، واهم الخصائص التي يتميز بها الوسط الحسابي هي البساطة والوضوح، كما ان معظم اساليب التحليل الاحصائي تعتمد علية ولكي يتم حساب الوسط الحسابي في كلا الحالتين:

مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

1- حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات لغير مبوبة

تعريف/ اذا كان للمتغير x قيماً عددها n ولتكن $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ فان:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

مثال1/ البيانات التالية تمثل اعداد افراد 10 اسر، احسب الوسط الحسابي لعدد افراد الاسر.

5,8,5,3,7,6,11,7,3,5

Sol:-

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{5+8+5+3+7+6+11+7+3+5}{10}$$

$$= \frac{60}{10} = 6$$

مثال 2/ من البيانات التالية استخرج المتوسط الحسابي

4,5,2,9

Sol:-

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{20}{4} = 5$$

مثال واجب 1/ اذا علمت قيمة $\overline{X} = 7$, n= 4 فماهي قيمة مجموع القيم.

مثال واجب 2/ اوجد قيمة $\sum_{i=1}^{4} 3i + 2$

2- حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة

تعريف/ اذاكان لدينا توزيع تكراري عدد فئاته n وكانت مراكز الفئات (او القيم) $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ والتكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_n$ فان الوسط الحسابي يكون:

$$\bar{X}=\frac{X_1f_1+X_2f_2+\cdots+X_nf_n}{f_1+f_2+\cdots+f_n}$$

وباستعمال رمز المجموع يكون:

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

حيث ان/ f_i : تكرار الفئة i

مثال// احسب الوسط الحسابي للجدول التوزيع التكراري التالي

Class	12 – 16	17 - 21	22 - 26	27 - 41
f_i	10	13	7	5

Sol:-

Class	f_i	X_i	$X_i f_i$
12 - 16	10	14	140
17 - 21	13	19	247
22 – 26	7	24	168
27 – 41	5	29	145
المجموع	35		700

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

$$\bar{X}=\frac{700}{35}$$

$$=20$$

مثال 2/ جد الوسط الحسابي للبيانات التالية:

Class	20 - 24	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49
f_i	8	11	21	28	17	15

Sol:-

Class	f_i	X_i	$X_i f_i$
20 - 24	8	22	176
25 - 29	11	27	297
30 – 34	21	32	672
35 - 39	28	37	1036
40 - 44	17	42	714
45 – 49	15	47	705
المجموع	100		3600

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{3600}{100}=36$$

مثال واجب/ من الجدول التكراري التالي احسب الوسط الحسابي

Class	10 -13	14 – 17	18 - 21	22 - 25	المجموع
f_i	5	11		6	30

2- الوسيط :Median

هو القيمة التي تقسم القيم الى نصفين متساويين، أي هو القيمة التي تقع في الوسط .ويستخرج بطريقتين :

أ- في حالة البيانات غير المبوبة

((الشرط ألساسي في هذه الطريقة ان ترتب القيم ترتيبا تصاعدياً اوتنازليا))

- **في حالة اذا كانت القيم او الدرجات ذات عدد فردي فان الوسيط هو الدرجة التي تقع في الوسط بعد ترتيب البيانات، ويمكن ان نحدد موقعه في المعادلة التالية:**

$$Me=\frac{n+1}{2}$$

حيث n تعني عدد الدرجات

مثال: استخرج الوسيط للبيانات (19 13، 23، 30، 15)

الحل/

اولاً: ينبغي ترتيب الارقام ترتيب تصاعدي او تنازلي: (30 23، 19، 15، 13)

ثانياً: نحدد موقع الوسيط بتطبيق القانون

$$Me=\frac{n+1}{2}$$

$$=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

اذن مرتبة الوسيط هي الثالث وهذا يعني انها الرقم (19) (30 23، 19، 15)

- **اذا كانت القيم ذات عدد زوجي، فسيكون هنالك وسيطين، فالوسيط هو حاصل قسمة مجموع الدرجتين الوسطين بعد استخراج مرتبتيهما .**

مثال: استخرج الوسيط للبيانات (7 6، 9، 5، 2، 3)

الحل/

اولاً: نرتب البيانات تصاعديا: (9 7، 6، 5، 3، 2)

ثانياً: نحدد موقع الوسيطين بتطبيق القانون التالي:

$$Me=\frac{\frac{n}{2}+\frac{n}{2}+1}{2}$$

$$=\frac{\frac{6}{2}+\frac{6}{2}+1}{2} \quad =\frac{3+4}{2} \quad =\frac{5+6}{2} \quad =5.5$$

ب- في حالة البيانات المبوبة (ذات الفئات)

نطبق القانون التالي:

$$Me=L+\frac{\frac{\Sigma f_i}{2}-f_1}{f_2}*W$$

حيث ان

L= الحد الادنى للفئة الوسيطية

$\frac{\Sigma f_i}{2}$ = ترتيب الوسيط

f_1= التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة للفئة الوسيطية

f_2= التكرار الاصلي للفئة الوسيطية

W = طول الفئة

مثال/ جد الوسيط للتوزيع التكراري للمصروف الشهري لستين طالباً المعطى في الجدول التالي:

Classes	f_i
32 - 35	10
36 - 39	6
40 - 43	8
44- 47	4
48 - 51	8
52- 55	9
56 – 59	15
المجموع	60

الحل/

1- حساب التكرار المتجمع الصاعد

Classes	f_i	UCD
32 - 35	10	10
36 - 39	6	16
40 - 43	8	24
44- 47	4	28
48 - 51	8	36
52- 55	9	45
56 – 59	15	60
المجموع	60	

الفئة الوسيطية ← 48 - 51

→ $\frac{\sum f_i}{2}$

2- ايجاد ترتيب الوسيط

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

L= 48 ; f_1 = 28 ; f_2 = 8; W= 4

3- حساب الوسيط

$$Me = L + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_2} * W$$

$$Me = 48 + \frac{30-28}{8} * 4$$

$$= 48 + \frac{2}{8} * 4$$

$$= 48 + 1 = 49$$

مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

مثال// جد الوسيط للجدول التكراري

Classes	10-14	15 - 19	20 - 24	25 - 29
f_i	4	8	9	3

الحل/

1- ايجاد التكرار المتجمع الصاعد

Classes	f_i	UCD
10 - 14	4	4
15 - 19	8	12
20 - 24	9	21
25 - 29	3	24
المجموع	24	

الفئة الوسيطية ← 15 - 19

$\frac{\sum f_i}{2}$ →

2- ايجاد ترتيب الوسيط

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

L= 15 ; f_1 = 4 ; f_2 = 8; W= 5

4- حساب الوسيط

$$Me = L + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_2} * W$$

$$= 15 + \frac{12-4}{8} * 5$$

$$= 15 + \frac{8}{8} * 5$$

$$= 15 + 5 = 20$$

3- المنوال Mode

أ / في حالة البيانات غير المبوبة

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الاكثر تكراراً بين البيانات ،اي ان اذا كان لدينا n من البيانات او المشاهدات $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ فان المنوال لهذة البيانات هو القيمة الاكثر تكراراً ونرمز له بالرمز Mo.

مثال / جد المنوال للقيم التالية:

9,8,6,5,4,4,2

الحل/

المنوال هو(4) لانها القيمة التي تكررت اكثر من غيرها.

مثال 2/ جد المنوال للقيم التالية:

4,0,3,3,1,2

الحل/

المنوال هو(3) لانها القيمة التي تكررت اكثر من غيرها.

- اما اذا تكررت قيمتان او اكثر بالعدد نفسة بين مجموعة من القيم فان هذا يعني وجود اكثر من منوال للقيم.

مثال/ جد المنوال للقيم التالية:

9,2,4,8,2,6,6,5

الحل/

يوجد منوالين هما(2) و(6) لانهما تكررتا مرتين.

- اما اذا تكررت كل القيم بالعدد نفسة فهذا يعني لايوجد منوال

مثال/ جد المنوال للقيم التالية:

8,6,4,2

الحل/

لايوجد منوال لان ولا قيمة تكررت.

ب/ في حالة البيانات المبوبة

ان قيمة المنوال تكون تلك القيمة التي تقابل اكبر تكرار، اي ان اذا كان لدينا توزيع تكراري عدد فئاته n وكانت مراكز الفئات (او القيم) $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ والتكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_n$ وفي حالة وجود اكثر من مشاهدة يقابلها نفس التكرار فان التوزيع من هذا النوع يمتلك اكثر من قيمة واحدة اي التوزيع يمتلك اكثر من منوال.

ولحساب المنوال للبيانات المبوبة نتبع الصيغة التالية:

$$\mathbf{Mo= L+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2} *W}$$

حيث ان:

f_1= التكرار الذي يقابل الفئة المنوالية(اكبر تكرار بين التكرارات الاصلية).

f_0= التكرار السابق للفئة المنوالية.

f_2= التكرار اللاحق للفئة المنوالية.

مدرس المادة / م.م. دعاء بشير عباس

مثال/ جد المنوال لجدول التكراري التالي:

Classes	f_i
25 - 29	5
30 - 34	7
35 – 39	8
40 - 44	15
45 – 49	9
50 - 54	12
55 - 59	4

الفئة المنوالية ← 40 - 44 | 15 → اكبر تكرار

الحل/

$$Mo= L+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2} *W$$

- لايجاد قيمة المنوال يجب تحديد قيمة كل من:

$$L= 40 \ ; f_1 = 15 \ ; \ f_0 = 8 \ ; f_2 = 9 \ ; W = 5$$

$$Mo= 40 +\frac{15-8}{2(15)-8-9} *5$$

$$= 40 +\frac{7}{30-8-9} *5 = 40 + \frac{7}{13} * 5$$

$$=40 + \frac{35}{13} \quad = 40 + 2.692= 42.692$$

مثال / الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لاعداد العمال الزراعيين في المزارع التعاونية لاحد الاقاليم الزراعة ، المطلوب ايجاد المنوال لهذا التوزيع.

Classes	f_i
6 - 10	8
11 - 15	12
16 - 20	20
21 - 25	10
26 - 30	96

الفئة المنوالية ← 16 - 20 (20) → اكبر تكرار

الحل/

$$Mo = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} * W$$

- لايجاد قيمة المنوال يجب تحديد قيمة كل من:

$$L = 16 \; ; f_1 = 20 \; ; f_0 = 12 \; ; f_2 = 10 \; ; W = 5$$

$$Mo = 16 + \frac{20-12}{2(20)-12-10} * 5$$

$$= 16 + \frac{8}{40-12-10} * 5 = 16 + \frac{8}{18} * 5$$

$$= 16 + \frac{40}{18} \quad = 16 + 2.222 = 18.222$$

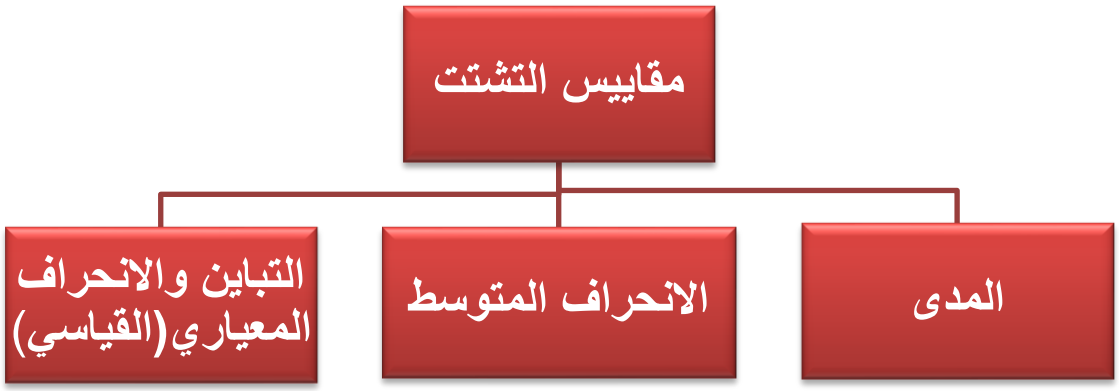
مقاييس التشتت Measures of Dispersion

التشتت يعني مدى انتشار او تباين قيم الظاهرة قيد الدراسة،والتشتت قد يكون قليلاً بمعنى ان الاعداد القريبة من بعضها تختلف عن بعضها ولكن في حدود ضيقة، وقد يكون التشتت كبيراً بمعنى ان الاعداد متفاوتة فيما بينها تفاوتاً كبيرا. ولمقارنة ظاهرتين او اكثر لانكتفي بمقاييس النزعة المركزية التي تم دراستها ، فقد يكون للظاهرتين المتوسط نفسه ولكنهما يختلفان في درجة التشتت فاذا اخذنا درجة حرارة خلال خمسة اشهر في مدينتين فكانتا على النحو التالي:

المدينة أ: 24,23,20,18,15 .

المدينة ب:36,26,20,10,8.

ان المدينتين السابقتين لهما نفس المتوسط هو (20) والوسيط نفسة هو (20)فاذا اكتفينا بمقارنة القيم الوسطى فاننا نستنتج ان درجات الحرارة متماثلة في المدينتين وهذا يخالف الواقع، لان درجات الحرارة في المدينة أ متقاربة مع بعضها وتتركز حول وسطها، والمدى هو (15-24=9)، اما المدينة ب فدرجات الحرارة الاشهر متباعدة ومتبعثرة والفرق بين اعلى قيمة وادنى قيمة هو (8-36= 28) وهو يزيد ثلاثة امثال المدى في المدينة الاولى. ان المتوسطات في الظاهرة المدروسة قد يخفي وراءة اختلافات كبيرة في شكل التوزيع ممايجعل الاعتماد على المتوسطات وحدها مضللاً في بعض الاحيان، لذا ينبغي البحث عن مقاييس تبين مدى تباعد الظواهر عن متوسطاتها وهذه المقاييس هي مقاييس التشتت ومن اهمها:



اولاً: المدى Rang

1- المدى للبيانات غير المبوبة: هو ابسط مقاييس التشتت وهو عبارة عن الفرق بين اكبر قيمة واقل قيمة في المجموعة او التوزيع اي ان:

$$\text{Rang}=X_{max}- X_{min}$$

مثال / احسب المدى للبيانات التالية:

5,7,20,13,10,15,18

الحل/

$$\text{Rang}=X_{max}- X_{min}$$

= 20 – 5 =15

2- المدى للبيانات المبوبة: يحسب حسب الصيغة التالية

المدى = الحد الاعلى الاكبر للفئات - الحد الادنى الاصغرللفئات

مثال/ جد المدى للفئات التالية:

1-10

11-20

21-30

31-40

الحل/

المدى = الحد الاعلى الاكبر للفئات - الحد الادنى الاصغرللفئات

1 -40 =

39 =

خصائص المدى

1- مقياس سهل وسريع الحساب.

2- لايمكن حسابة من توزيع تكراري مفتوح.

3- يتأثر بالقيم المتطرفة مما قد يؤدي الى اعطائة صورة غير صحيحة عن درجة تجانس توزيع الظاهرة.

ثانياً: الانحراف المتوسط Mean Deviation (MD)

أ- في حالة البيانات غير المبوبة

تعريف/ اذا كان لدينا n من المشاهدات $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ فان الانحراف المتوسط له هو الانحراف المطلق للقيم عن وسطها الحسابي اي ان:

$$\text{MD} = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

مثال/ اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

7,6,10,8,4,5,7,9

الحل/

$$\text{MD} = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

- لحساب الانحراف المتوسط يجب ان نحسب الوسط الحسابي اولاً:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{7+6+10+8+4+5+7+9}{8}$$

$$= \frac{56}{8} = 7$$

X_i	$X_i - \bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$
7	0	0
6	-1	1
10	3	3
8	1	1
4	-3	3

5	-2	2
7	0	0
9	2	2
المجموع		12

$$MD = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$MD = \frac{12}{8}$$

$$= 1.5$$

مثال/ اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

10,8,7,6,9,8

الحل/

$$MD = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

ـ لحساب الانحراف المتوسط يجب ان نحسب الوسط الحسابي اولاً:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$= \frac{10+8+7+6+9+8}{6}$$

$$= \frac{48}{6} = 8$$

X_i	$X_i - \bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$
10	2	2
8	0	0
7	-1	1
6	-2	2
9	1	1
8	0	0
المجموع		6

$$MD = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$MD = \frac{6}{6}$$

$$= 1$$

ب- في حالة البيانات المبوبة

تعريف/ اذا كان لدينا $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ تمثل مراكز الفئات في جدول توزيع تكراري وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_n$ على التوالي فان الانحراف المتوسط هو:

$$MD = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| f_i}{\sum f_i}$$

مثال/ احسب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري في الجدول التالي:

Classes	f_i
4 - 10	1
11 - 17	2
18- 24	6
25 - 31	2
32 -38	1
المجموع	12

الحل/

$$MD = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{252}{12} = 21$$

Classes	f_i	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert f_i$
4 - 10	1	7	7	-14	14	14
11 - 17	2	14	28	-7	7	14
18- 24	6	21	126	0	0	0
25 - 31	2	28	56	7	7	14
32 -38	1	35	35	14	14	14
المجموع	12		252			56

$$MD = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|f_i}{\sum f_i}$$

$$MD = \frac{56}{12} = 4.666$$

ثالثاً: التباين والانحراف المعياري (القياسي)

أ/ في حالة البيانات غير المبوبة

تعريف/ التباين هو مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوماً على n-1 اي ان اذا كان لدينا n من المشاهدات من $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ فان التباين لها هو:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

اما الانحراف المعياري(القياسي): هو الجذر التربيعي للتباين اي ان

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال/ احسب التباين والانحراف القياسي للبيانات التالية:

4,8,6,7,5,8,4,9,7,2

الحل/

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

1- نحسب الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{4+8+6+7+5+8+4+9+7+2}{10} = 6$$

2- نجد فرق البيانات عن وسطها الحسابي ثم نربع تلك الفروق

$$S^2 = \frac{(4-6)^2 + (8-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (4-6)^2 + (9-6)^2 + (7-6)^2 + (2-6)^2}{9}$$

$$S^2 = \frac{4+4+0+1+1+4+4+9+1+1+16}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5} = 2.236$$

مثال/ بلغت المعدلات السنوية للدخل الفردي في ستة اقاليم في بلد ما كما في الجدول الاتي، المطلوب ايجاد التباين والانحراف القياسي لمعدلات الدخول.

الاقاليم	معدل الدخل الفردي *$1000
A	10
B	8
C	7
D	6
E	9
F	8

الحل/

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

1- حساب الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{48}{6} = 8$$

2- ايجاد انحرافات القيم عن وسطها الحسابي وتربيعها

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
10	2	4
8	0	0
7	-1	1
6	-2	4
9	1	1
8	0	0

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S = \sqrt{2} = 1.414$$

ب/ في حالة البيانات المبوبة

تعريف/ اذا كان لدينا $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ تمثل مراكز الفئات في جدول توزيع تكراري وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_n$ على التوالي فان التباين هو:

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال/ احسب التباين والانحراف القياسي للجدول التكراري التالي:

Classes	4 - 10	11-17	18 - 24	25 -31	32- 38
f_i	1	2	6	2	1

الحل/

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}$$

1- نحسب الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{252}{12} = 21$$

Class	f_i	x_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
4- 10	1	7	7	-14	196	196
11 - 17	2	14	28	-7	49	98
18 - 24	6	21	126	0	0	0
25 - 31	2	28	56	7	49	98
32 - 38	1	35	35	14	196	196
المجموع	12		252			588

2- نحسب التباين والانحراف القياسي

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{588}{11} = 53.454$$

$$S = \sqrt{53.454} = 7.311$$

معامل الاختلاف

يعرف بأنة نسبة حاصل قسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي مضروباً * 100.

اي ان:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري (القياسي)}}{\text{الوسط الحسابي}} * 100$$

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

ويستعمل معامل الاختلاف لاغراض المقارنة بين مجموعتين او اكثرفكلما كان معامل الاختلاف للمجموعة اصغر كانت قيم المجموعة اقل تشتتاً واكثر تجانساً وتشابهاً والعكس بالعكس.

مثال / من البيانات الجدول الاتي جد اي دولة هي اقل تشتتاً في توزيع الدخل الفردي السنوي ؟

الدولة	العملة النقدية	متوسط الدخل	الانحراف المعياري
A	يورو	1500	900
B	بأوند	2200	1100
C	دولار	1600	1040

الحل/

بتطبيق صيغة معامل الاختلاف نحصل على:

1- الدولة A

$$C.V(A) = \frac{900}{1500} * 100 = 60\%$$

2- الدولة B

$$C.V(A) = \frac{1100}{2200} * 100 = 50\%$$

3- الدولة C

$$C.V(A) = \frac{1040}{1600} * 100 = 65\%$$

نستنتج من ذلك ان التشتت في توزيع الدخل لدولة B اقل مما هو علية في الدولتين A,C والتشتت في الدولة A اقل من الدولة C، وهذا يعني ان الدولة B اكثر عدالة في توزيع الدخل الفردي السنوي لمجتمها.

الدرجة المعيارية

هي تعبير كمي عن انحراف المشاهدة عن الوسط الحسابي باستخدام الانحراف المعياري مقياساً، فهي تحدد موقع المشاهدة اتجاهاً او بعدا فالاتجاه تحددة الاشارة فاذاكانت موجبة فتكون المشاهدة اعلى من الوسط الحسابي وبالعكس اذا كانت سالبة فتكون اقل من الوسط الحسابي، اما البعد فيعني مقدار القيمة فكلما كبرت القيمة ابتعدت عن الوسط الحسابي وبالعكس.

وقانون الدرجة المعيارية هو:

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{القيمة – االوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$Z=\frac{X-\bar{X}}{S}$$

مثال/ إذا كان متوسط درجات الطالب في مقرر الاحصاء هو (70) درجة وبانحراف معياري(10) درجات حصل أحد الطالب على (90) درجة.

المطلوب : أوجد الدرجة المعيارية التي حصل عليها الطالب.

الحل/

$$Z=\frac{X-\bar{X}}{S}$$

$$Z=\frac{90-70}{10}=2$$

مثال واجب /اذا كان عدد نزلاء فندق في الاسبوع الاول من شهر تموز هو(84) وكان معدل النزلاء في الشهر نفسه (67) والانحراف المعياري له (10) وكان عدد النزلاء في الاسبوع الاول من شهر اب (90) ومعدلهم لهذا الشهر (82) والانحراف المعياري (16) في أي شهرين كانت الايرادات اكثر حسب الدرجة المعيارية.