Discrete Structure

هياكل متقطعة

Chapter 4

Function
الدالة

الدوالFunctions

- الدالة هي علاقة من المجموعة غير الخالية A الى المجموعة B ويرمز لها بالرمز $f(x)$ او تطبيق من Aالى B اذا اقترن كل عنصر في A مع عنصر وحيد في B ويعبر عنها بالرموز

$$A \xrightarrow{\quad f \quad} B$$

$$f: A \longrightarrow B$$

$$f: a \longrightarrow b$$

$b = f(a)$ or (b image of a)

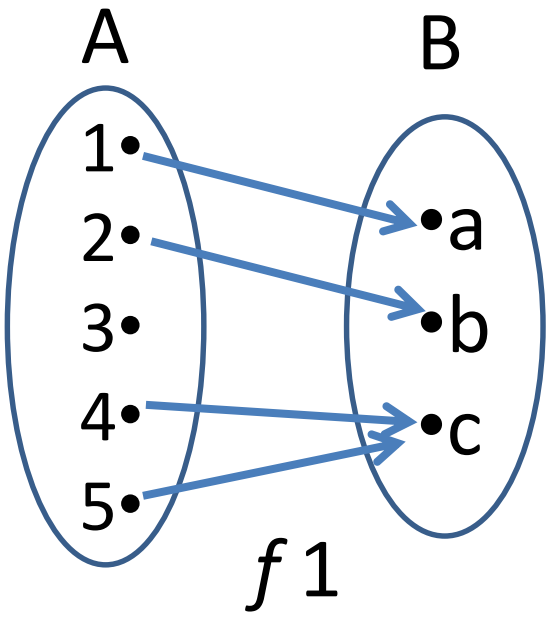
- يسمى العنصر b صورة العنصر a او قيمة الدالة في aهي b .

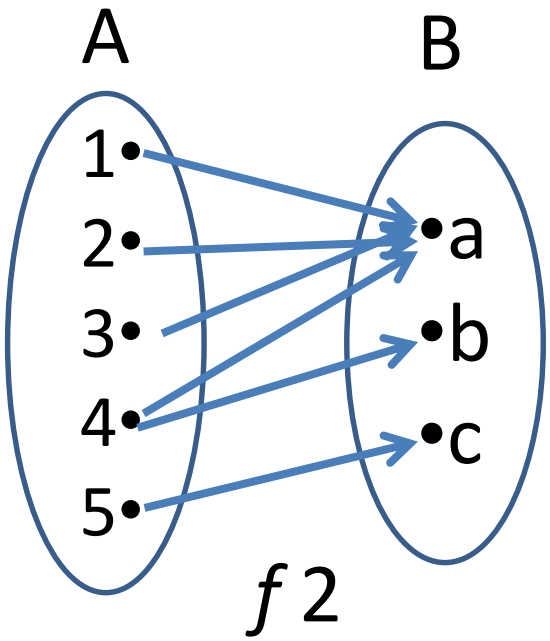
- اذا كان لدينا الثلاثي المركب (f,A,B) فان f تكون مجموعة جزئية للضرب الديكارتي ل $(A\times B)$ وتكون fدالة من Aالى B اذا تحقق الشرطان التاليان:
  - لكل عنصر $a\in A$ يوجد $b\in B$ أي ان الزوج المرتب $(a,b)\in f$ ويعبر عنه $\forall a\in A, \exists\, b\in B \mid (a,b)\in f$

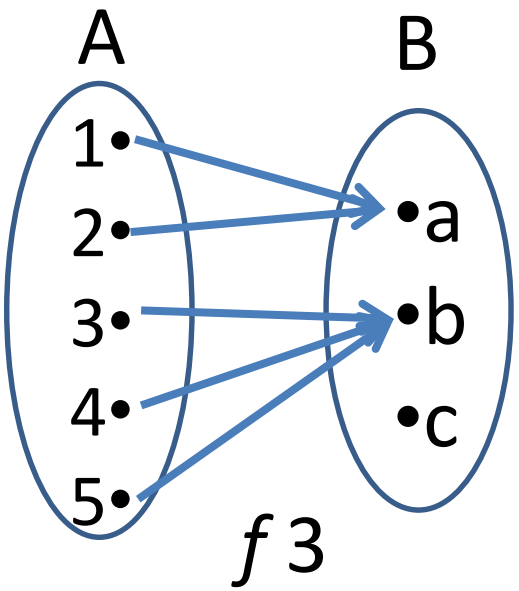
    (كل عنصر له صورة واحدة فقط)
- كل دالة من مجموعة الى اخرى هي علاقة من المجموعة الاولى الى الثانية
- ليس كل علاقة من مجموعة الى اخرى هي عبارة عن دالة

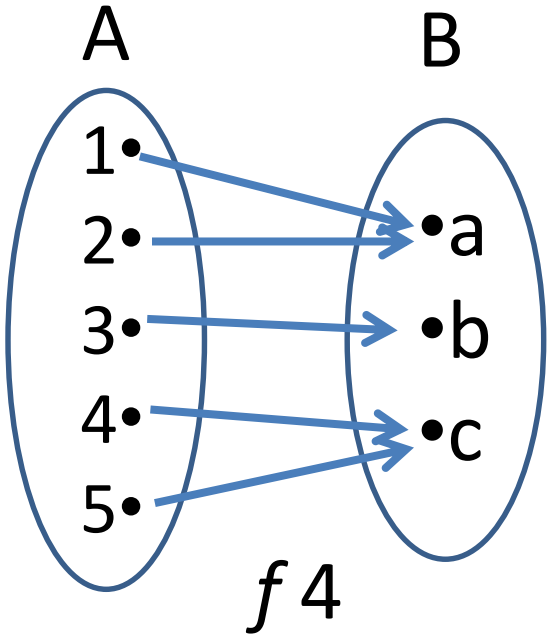
Functions and Relations

- Let A={1,2,3,4,5} B={a,b,c}
- f 1:={(1,a), (2,b), (4,c), (5,c)}
  - Not function (not $\forall$ a$\in$A in f)
- f 2 ={(1,a), (2,a), (3,a), (4,a), (4,b), (5,c)}
  - Not function ($\exists$ a$\in$A have two image – (4,a),(4,b))
- f 3= {(1,a), (2,a), (3,b), (4,b), (5,b)}
  - is function
- f 4= {(1,a), (2,a), (3,b), (4,c), (5,c)}
  - is function ($\forall$ a$\in$A have one image)


A
B
1
2
3
4
5
a
b
c
f 1


A
B
1
2
3
4
5
a
b
c
f 2


A
B
1
2
3
4
5
a
b
c
f 3


A
B
1
2
3
4
5
a
b
c
f 4

بيان الدالة

- لتكن f دالة من المجموعة A الى المجموعة B فان بيان الدالة f هو مجموعة الازواج المرتبة $(a,f(a))$ لكل $a\in A$ أي ان بيان الدالة هو $f=\{(a,f(a)\mid a\in A, a\rightarrow f(a))\}$

- E.g: let $\boldsymbol{f}$ function on N for $\boldsymbol{f}$: N⟶N and $(a,b)\in N\times N$, $b=2a+7$

  $\boldsymbol{f}=\{(0,7),(1,9),(2,11),.....\}$

منطلق ومستقر الدالة

- **منطلق الدالة Domain**
- Let f :A⟶B (function domain is A)
- Dom f =A
- اذا كانت f دالة من Aالى B فان A تسمى منطلق الدالة.
- **مستقر الدالة Codomain**
- Let f :A⟶B function Codomain is B
- CoDom f =B

مدى الدالة Function Range

- لتكن $f: A \longrightarrow B$ دالة من A الى B يطلق على المجموعة التي تتكون من صورة كل عنصر من عناصر A بفعل الدالة باسم **مدى الدالة** ($ran f$) ويرمز لها احيانا ب $f(A)$
- $Ran f = f(A) = \{b \mid b \in B, \exists a \in A \ \exists \ b = f(a)\}$
- اذا كانت $f: A \longrightarrow B$ دالة من A الى B فان
  - $ran f \subseteq B$
  - $f(A) \subseteq B$
- يختلف الرمز $f(a)$ عن $f(A)$ لان $f(a)$ هو صورة العنصر a بينما $f(A)$ هو مجموعة صور جميع عناصر المجموعة A بفعل الدالة f.

Example

- let f is function on real number $f : R \longrightarrow R$ defined as

$$\forall x \in R,\ f(x) = \begin{cases} 1 & \text{If integer number} \\ -1 & \text{If not integer number} \end{cases}$$

  - $Dom f = R$
  - $Codom f = R$
  - $Ran f = \{1,-1\}$

- $f = \{ (x,1) \mid x \in R,\ x \text{ integer} \} \cup \{ (x,-1) \mid x \in R,\ x \text{ not integer} \}$