

Discrete Structure

هياكل متقطعة

Chapter 2

Sets

Sets : Overview

Principles Concept of Sets •

Venn Diagrams •

Algebra Sets •

Complement Sets •

Set

Set

- هي مجموعة من العناصر ذات خاصية مشتركة، مثلا جميع طلاب المرحلة الاولى في قسم علوم الحاسوب، فان عناصر هذه الفئة هم طلبة المرحلة الاولى في قسم الحاسوب، والخاصية المشتركة بينهم هي قسم علوم الحاسوب.
- نستخدم الاقواس { } في سرد عناصر الفئة ، فمثلا مجموعة الاعداد الفردية بين 1 و 10 $S=\{1,3,5,7,9\}$, قد تكون عناصر الفئة غير محدودة infinite $s=\{1,2,3,\dots\}$ حيث تستخدم النقاط للإشارة الى اللامحدودية.

Principles Concept of Sets

المفاهيم الأساسية للمجموعات

1. Member الانتماء

إذا كانت B مجموعة وكان b عنصر من عناصرها يمكن القول بان b ينتمي الى المجموعة B ($b \in B$). اما اذا كانت b لا تنتمي الى المجموعة B فتكتب بالشكل التالي ($b \notin B$).

مثال اذا كانت لديك المجموعات التالية

$$X = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$Y = \{y \mid y \text{ عدد صحيح زوجي}\}$$

من المجموعات X, Y نجد ان $2 \in X$ و $2 \in Y$ بينما $1 \in X$ و $1 \notin Y$.

2.Empty Set (Null Set)

المجموعة الخالية

تعرف المجموعة الخالية بأنها المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويرمز لها بالرمز \emptyset او $\{\}$

$$\emptyset = \{x \mid x \neq x, x \text{ is number}\}$$

ان المجموعة اعلاه هي مجموعة خالية لانه من غير المعقول ان لا يساوي العدد نفسه.

$$\emptyset = \{x \mid x > 1 \text{ and } x < 2, x \text{ صحيح}\}$$

المجموعة اعلاه عرفت x على انه عدد صحيح, وهي مجموعة خالية لانه لا يوجد عدد صحيح بين 1 و 2

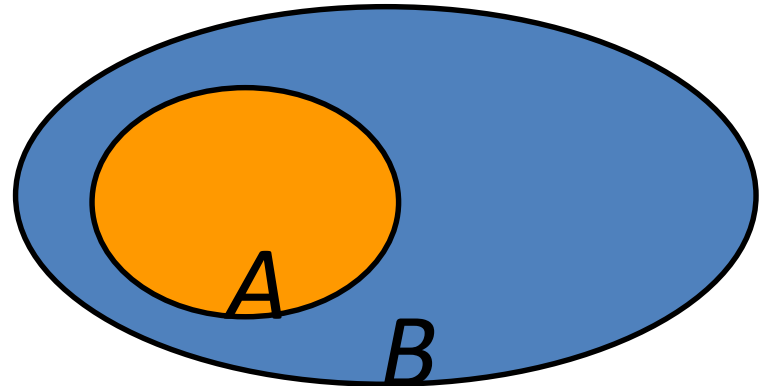
3.SubSet

المجموعة الجزئية

إذا كانت كل من A, B مجموعة, وكانت كل عناصر المجموعة A ينتمي الى المجموعة B يقال ان المجموعة A هي مجموعة جزئية من $A \subseteq B$, ويمكن كتابته بالصيغة الرياضية التالية

$$A \subseteq B \iff \forall X \in A \implies X \in B$$

وتقرأ A مجموعة جزئية من B اذا
و فقط اذا كان كل عناصر A ينتمي الى
 B



Example: $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$

Example

مثال : لتكن

- $A=\{1,5,8\}$
- $B=\{7,3,5,2,1,9,8\}$
- $C=\{2,8\}$
- $D=\{5,1,8\}$

من المجموعات اعلاه نلاحظ ان

$A \subseteq B$ لان كل عنصر من عناصر A ينتمي الى B

$C \subseteq B$ لان كل عنصر من عناصر C ينتمي الى B

$A \subseteq D$ لان كل عنصر من عناصر A ينتمي الى D

$C \not\subseteq A$ لانه ليس كل عنصر من عناصر C ينتمي الى A

المجموعة الغير جزئية

- يمكن التعبير عن المجموعة التي لا تكون مجموعة جزئية من الأخرى بالصيغة الرياضية التالية
- $A \not\subseteq B \iff \exists X \in A \implies \exists X \notin B$
- ويقرأ A ليست مجموعة جزئية من B اذا فقط اذا يوجد عنصر من A لا ينتمي الى B .

4.Universal Set

المجموعة الشاملة

- اذا كانت جميع المجموعات قيد الدراسة هي مجموعات جزئية من مجموعة معينة وثابتة فان هذه المجموعة تسمى المجموعة الشاملة ويرمز لها بالرمز U .
- Example: let $A = \{ \text{English vowels} \mid A, E, I, O, U \}$
 $B = \{ \text{English alphabet come after W} \mid X, Y, Z \}$
المجموعة الشاملة لكل من A, B هي مجموعة الحروف الانكليزية
 $U = \{ \text{English alphabet} \mid A, B, C, \dots, Z \}$

5.Equal sets

المجموعات المتساوية

- يقال ان المجموعة A, B متساويتان اذا فقط اذا كان كل عنصر من عناصر A موجود في B والعكس صحيح ويرمز لتساوي المجموعتين بالرمز $(A=B)$.
- $A=B \iff A \subseteq B \text{ and } B \subseteq A$
- example: Let $A=\{1, 2, 3, 4\}$
 $B=\{b \mid b \text{ is an integer where } b>0 \text{ and } b<5 \}$
 $B= \{1,2,3,4\}$
- $A=B$

- Example

- Let $A=B$ and $A=\{a \mid a^2 - 3a + 2 = 0\}$, found A and B elements.

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 1, a = 2$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

ملاحظة:- تكون المجموعتان غير متساويتان اذا وجد على الاقل عنصر واحد موجود في احدى المجموعتين ولا ينتمي للآخرى

$$A \neq B \iff \exists x \in A, x \notin B$$

6. Finite and Infinite sets

المجموعات المنتهية و غير المنتهية

- يقال على المجموعة منتهية اذا كانت مجموعة خالية او كانت تحتوي على عدد من العناصر التي يمكن عدّها او حصرها , عدا ذلك تكون المجموعات غير منتهية.

$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ The **N**atural numbers.

$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ The **Z** integers.

$T = \{t \mid 10 > t < 100\}$

$Y = \{Y \mid Y < 10 \text{ and } Y \text{ is positive number}\}$

- المجموعة N, Z هي مجموعة غير منتهية , بينما المجموعة Y, T هي مجموعة منتهية.

7.Single set

- هي المجموعة التي تحتوي على عنصر واحد فقط.
- $X = \{x \mid 1 < x < 3, x \text{ is integer number}\}$
- Example
- $A = \{7\}$

8.Set of Sets

مجموعة المجموعات

• تسمى المجموعة التي تكون كل عنصر من عناصرها على شكل مجموعة بمجموعة المجموعات.

- $A=\{1,2\}$
- $B=\{11,12\}$
- $C=\{1,3,5,7,9\}$
- $\emptyset =\{\}$
- $S=\{A,B,C, \emptyset \}$

نلاحظ ان المجموعة S هي متكونة من مجموعات مختلفة وتسمى مجموعة المجموعات.

9. Power Set مجموعة القوى

- تعرف مجموعة القوى بأنها مجموعة جميع المجموعات الجزئية المشتقة من مجموعة معينة , لو فرضنا A هي اية مجموعة فيرمز لمجموعة القوى للمجموعة A بالرمز $P(A)$ ويمكن التعبير عنها كالتالي:
- $P(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- وتحسب المجموعات الجزئية المشتقة بالقانون $P(S)$ is 2^S وتكون \emptyset جزء من اي مجموعة اخرى اي تكون احد عناصر مجموعة القوى
- *Example:*
- $A = \{a, b\}$
- $P(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}. (2^2=4)$
- *Example: Let $A = \{a, b, c\}$*
- $2^3=8$
- $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$