جامعة البصرة
كلية التربية للبنات

قسم الجغرافية
المرحلة الثالثة
المادة : ألاحصاء

المحاضرة : الحادية عشر

تحليل

السلاسل الزمنية

تأليف :

المدرس / وائل قاسم راشد

مفهوم السلاسل الزمنية :

السلسة الزمنية هي مجموعة من قيم الظواهر المختلفة مرتبة وفق اطار زمني ، وهي تصف قيم الظاهرة مع مرور الزمن . وهذا الزمن اما ان يكون (سنوي ، شهري ، فصلي ، اسبوعي) . والهدف من دراسة السلسلة الزمنية هو اولا وصف سلوك الظاهرة في الماضي وثانيا تحليل هذا السلوك للتنبؤ بها في المستقبل .

ويمكن ان تكون قيم السلسلة مطلقة او نسبية او متوسطات وكذلك تكون نقطية (لحظية) او متصلة او تكون متزايدة او متناقصة او ثابتة نسبيا .

تحليل السلسلة الزمنية :

وتعني دراسة مجموعة المؤثرات او المتغيرات التي تؤثر على قيم الظاهرة عبر الزمن للتعرف على طبيعة سلوكها او التنبؤ بها مستقبلا . وتتالف السلسلة الزمنية من اربعة عناصر (مركبات) اساسية يمكن وصفها رياضيا بنموذجين هما النموذج الجمعي والضربي وكما ياتي :

١- الجمعي $Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$

٢- الضربي $Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t$

حيث :

Y_t : المتغير التابع لقيم الظاهرة التي تتغير بتغير المتغيرات المستقلة

T_t: مركبة الاتجاه العام Secular Trend

C_t : مركبة التغيرات الموسمية Seasonal Variations

S_t : مركبة التغيرات الدورية Cyclical Variations

I_t: مركبة التغيرات الفجائية Irregular Variations

ونفترض ان هذه المركبات يؤثر بعضها على بعض رغم اختلاف مصادر حدوثها واستقلالها عن بعض . ودراسة السلسلة الزمنية يستدعي دراسة كل عنصر (مركبة) على حدة وايجاد قيمته وذلك للتخلص منه وازالة تاثيره على اعتبار ان العديد من قيم الظواهر تتغير بتغير عامل الزمن باعتباره (عامل مستقل) يؤثر على الظاهرة ويعبر عنها رياضيا بالمعادلة $Y = f(T)$. حيث ان Y تمثل قيم الظاهرة و T الزمن .

واول هذه العناصر المطلوب دراستها هو الاتجاه العام :

اولا : الاتجاه العام :

اول خطوة لدراسة السلسلة الزمنية هو تمثيلها بيانيا بالرسم لنحصل على خط السلسلة التاريخي الاصلي (المتعرج) والذي يحدد اتجاه السلسلة بالصعود او الهبوط او الثبات ، فاتجاه خط السلسلة صعودا من اليسار لاعلى اليمين او هبوطا من اعلى اليسار الى اسفل اليمين او بالثبات

تسمى الاتجاه العام للسلسة ، وتنتج هذه التغيرات على السلسلة نتيجة لعوامل منتظمة وبطيئة تحتاج لفترة طويلة تصل بين (١٠-٢٠) سنة لظهور التاثير.

ويمكن تمثيل قيم الظاهرة بخط مستقيم (خط الاتجاه العام) موجب طردي او سالب عكسي اذا كان التغير في الزيادة او النقصان على طول السلسلة بمعدل ثابت ، اما اذا كان التغير السنوي بمعدل متغير غير ثابت فيكون خط الاتجاه العام منحنيا او قد يكون خط الاتجاه متزايد ثم فجاة يتناقص او العكس .

وتستخدم طرق عدة لتعيين او رسم خط الاتجاه العام وقياس معادلة خط الاتجاه العام ومن اهمها ما يلي :

١- **طريقة الرسم البياني (الرسم باليد) :** وهي طريقة اولية تعطي فكرة مبدئية وسريعة عن اتجاه السلسلة وفيها يتم رسم خط مستقيم يحدد باكبر عدد من نقاط التقاطع للمتغيرين ، ولذلك فهي تقريبية وغير دقيقة ويختلف تقديرها من شخص لاخر وعلى مدى المهارة في رسم خط يمر باكبر عدد ممكن من نقاط السلسلة .

٢- **طريقة متوسط نصف السلسلة Semi-Average** :

للحصول على معادلة الاتجاه العام يتم تقسيم السلسلة الى قسمين الاول للمتغير(X) و الثانية للمتغير (Y) بعد تحديد رتب لسنوات السلسلة (X)، فاذا كانت قيم السلسلة زوجي نحصل على قسمين متساويين اما اذا كان فردي فنهمل القيمة الوسطى .

ولرسم خط الاتجاه العام يتم تعيين نقطتين بداية ونهاية السلسلة تقريبا الاولى X_1 ونعوضها في معادلة الاتجاه العام لنحصل على Y_1 والثانية نعوض X_2 في المعادلة لنحصل على Y_2 ثم نصل بينهما خط مستقيم لنحصل على خط الاتجاه العام . وللحصول على معادلة خط الاتجاه العام ($Y = a + bx$) نتبع الصيغة الاتية حيث ان قيم (X) و(Y) تمثلان الوسط الحسابي لقيم المتغيرين لكل نصف:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y - Y_1}{X - X_1}$$

وبالاعتماد على معادلة خط الاتجاه العام يمكن التنبؤ بالقيم المستقبلية لقيم المتغير (Y) وذلك باعتماد الفرق بين سنة المقارنة المراد التنبؤ بها مع السنة الاساس ثم اضافة قيمة الفرق الى رتبة سنة الاساس والقيمة الناتجة تعوض في معادلة الاتجاه العام بالمتغير (X) الزمن .

مثال : البيانات الاتية تمثل الانتاج السنوي لمصنع السيارات :

السنة x	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠
عدد السيارات y	١٢	١٣	١١	١٥	١٨	٢١

المطلوب :ايجاد معادلة وخط الاتجاه العام والتنبؤ بالانتاج عام ٢٠٠٥؟

الحل :

١- نعطي رتبا للمتغير X ونقسم السلسلة لنصفين وناخذ متوسط لكل نصف :

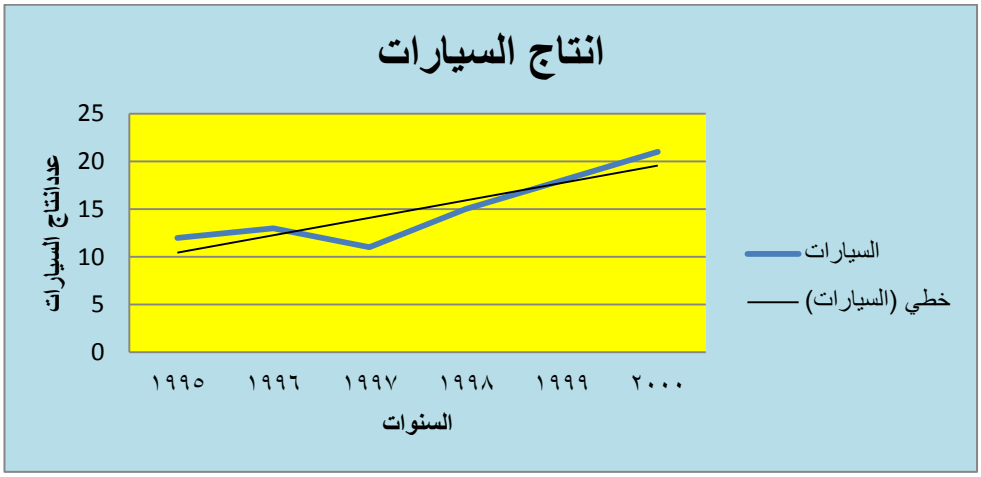
$$\overline{X}_1 = \frac{1+2+3}{3} = 2 \quad ,\overline{X}_2 = \frac{4+5+6}{3} = 5$$

$$\overline{Y}_1 = \frac{12+13+11}{3} = 12 \quad ,\overline{Y}_2 = \frac{15+18+21}{3} = 18$$

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y \ - Y_1}{X \ - X_1} = \frac{18-12}{5-2} = \frac{Y-12}{X-2}$$

معادلة الاتجاه العام $Y - 12 = 2X - 4 \rightarrow Y = 8 + 2X$

ولاجل التنبؤ بقيمة الانتاج عام ٢٠٠٥ نحسب الفرق بين (٢٠٠٥-٢٠٠٠ =٥) ثم نضيف (رتبة سنة ٢٠٠٠ وهي ٦) فيكون النتيجة (١١) نعوضها في معادلة الاتجاه العام : Y=8+2(11)=30ولرسم خط الاتجاه نقوم باختيار الزوج (Y_1 و X_1) و (X_2 ، Y_2) وهي (١٢ و ٢) و (١٨ و ٥) بعد رسم خط الاتجاه العام التاريخي الاصلي وتقسيم قيم المحورين بشكل متناسب بينها



ملاحظة مهمة : لو كانت السنوات من ١٩٩٥-٢٠٠٠ وهي (٧) سنوات فهنا نهمل السنة ١٩٩٨ ومن ثم نعتمد نفس الحل السابق

تمرين ١ : يمثل الجدول الاتي عدد الاجهزة المباعة في محل خلال فترة اسبوع واحد :

الايام X	السبت ١	الاحد ٢	الاثنين ٣	الثلاثاء ٤	الاربعاء ٥	الخميس ٦	الجمعة ٧
عدد الاجهزة المباعة Y	٢٠	٣٠	٢٢	٣٥	٣٧	٤٠	٢٥

ما هو خط الاتجاه العام ؟ وما هي قيمة الاجهزة المباعة المتوقعة بعد (خمسة) ايام من الجمعة ؟

تمرين ٢: اوجدي خط الاتجاه العام ومعادلته للبيانات الاتية التي تمثل درجات الحرارة لاحد الاسابيع في الربيع :

الايام X	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
درجات الحرارة Y	٢٠	٣٠	٢٢	٣٥	٣٧	٤٠	٢٥

الحل : معادلة الاتجاه العام Y=10+2X

٣-**طريقة المربعات الصغرى** Least Squares Method :

وتعتبر اكثر الطرق دقة في ايجاد خط ومعادلة الاتجاه العام وهنا تكون تكون القيم التقديرية لخط الاتجاه العام ممثلة افضل تمثيل لواقع المجتمع الظاهرة بحيث يكون مجموع مربعات انحراف هذه القيم التقديرية عن القيم الاصلية باصغر ما يمكن وهذا السبب التسمية لها وصيغة المعادلة هي :

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$$

ويمكن تقدير المعلمات $\hat{a}$ و $\hat{b}$ كما يلي :

$$\hat{b} = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2} = \text{or } \frac{n\sum x\,y - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - b\bar{x}$$

وعند اعطاء رتب رقمية لسنوات السلسلة تعطى سنة الاساس الاولى قيمة (صفر) ويمكن اختيارها في المنتصف . اما عملية رسم خط الاتجاه العام فيمكن اختيارنقطتين وايصالها لرسم الخط البياني ويتم استخراج قيمة النقطتين بتعويض قيمتين لـ X والتي سبق اعطائها رتب رقمية في معادلة الاتجاه العام للحصول على قيمتين لـY.

اما عملية التنبؤ بقيم y المستقبلية فتقوم بحساب الفرق بين رتبة السنة الاخيرة والسنة المطلوب التنبؤ بها ويضاف هذا الفرق الى قيمة ترتيب السنة الاخيرة

مثال : البيانات الاتية تمثل مبيعات الابقار (بالالاف) المطلوب ايجاد خط ومعادلة الاتجاه العام والتنبؤ بالمبيعات سنة ٢٠١٠

X السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦
Y السنة	٢٠	٣٠	٣٢	٢٣	٣٤	٣٩	٣٢

خطوات الحل :

١- نضع رتبا رقمية للسنوات بدءا من سنة الاساس برقم (صفر)
٢- نستخرج a و b للحصول على معادلة الاتجاه العام
٣- نعوض رتب رقمية لسنتين في معادلة الانحدار للحصول على زوجين مرتبين (نقطتين) لنصل بينهما بخط للحصول على خط الاتجاه العام ويتم ذلك بعدم رسم السلسلة الاصلية على المحورين وبقيم متناسبة .

٤- للتنبؤ بقيمة y المستقبلية تحسب فرق ترتيب السنة الاخيرة مع اعداد التنبؤ بها ثم يضاف الى السنة الاخيرة .

الحل :

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	المجموع
X	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٢١
Y	٢٠	٣٠	٣٢	٢٣	٣٤	٣٩	٣٢	٢١٠
Xy	٠	٣٠	٦٤	٦٩	٣٦	١٩٥	١٩٢	٦٨٦
X^2	٠	١	٤	٤	١٦	٢٥٢	٣٦٠	٩١

$$b = \frac{686 - 630}{91 - 63}$$

$$b = 2$$

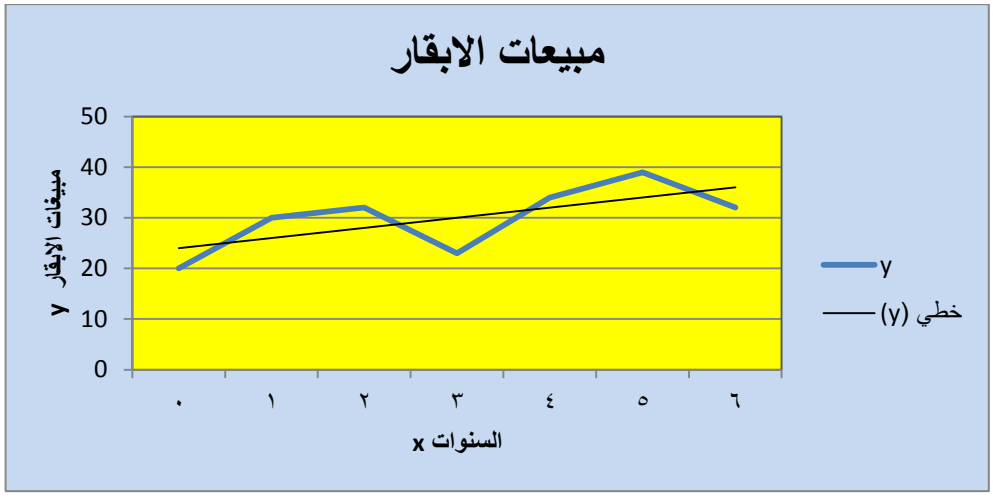
$$\therefore a = \bar{y} - b\bar{x} \rightarrow 30 - 2(3)$$

$$a = 24$$

∴ معادلة الانحدار $y = 24 + 2x$

ولرسم خط الانحدار نفرض ١=X_1 ← Y_1 = ٢٦ ← (١,٢٦)

٤=X_2 ← Y_2 = ٣٢ ← (٤,٣٢)



لتقدير المبيعات عام ٢٠١٠ نعوض معادلة الاتجاه العام بالقيمة (١٠)

$$y = 24 + 2(10)$$

$$y = 44$$

ملاحظة : اذا غيرنا سنة الاساس (الصفر) تتغير معادلة الاتجاه العام

تمرين ١ : البيانات الاتية تمثل كمية الاستيرادات من حديد التسليح (الاف الاطنان) (٩٧ – ٢٠٠٢) :

X السنوات	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢
Y الاستيرادات	١٠٠	٨٠	١٢٠	١٤٠	١٦٠	١٧٠

قدري معادلة وخط الاتجاه العام وتنبئي بالاستيرادات لعام بعد (٦) سنوات من ٢٠٠٢ .

تمرين ٢: طلبة كلية التربية بنات قسم الجغرافية للسنوات ٢٠١١ -٢٠١٦ كما يلي :

Y القيم	٢٥٠	٣٥٠	٣٨٠	٢٥٠	٣٤٠	٣٩٠
X السنوات	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠١٦

قدري معادلة وخط الاتجاه العام وتنبئي باعداد الطلبة بعد (٤) سنوات من ٢٠١٦ .

٤-طريقة المتوسطات المتحركة *Moving Average Methods*

تستخدم هذه الطريقة الدقيقة لتمهيد السلسلة الزمنية وخط الاتجاه العام لها من خلال ؟؟؟؟ من التقلبات (التذبذبات) الشديدة القصيرة الامد ومن ثم ستعطي منحنى اكثر نعومة (املس)من هذه التاثيرات السريعة والقصيرة المدى

ويعرف المتوسط المتحرك بانه عبارة عن الوسط الحسابي لعدد من قيم المشاهدات المتعاقبة في السلسلة بطول معين وغالبا ما يكون هذا الطول فردي او زوجي سنوات ويفضل اختيار المتوسط المتحرك الفردي للحصول على متوسطات متحركة مركزية ، وكلما كان طول المتوسط كبير اصبحت السلسلة اكثر نعومة أي قليلة التكسرات والخشونة لكنها ستؤدي الى فقدان قيم اكثر من السلسلة الزمنية . علما بان هذه الطريقة مفيدة لحساب المركبة الفصلية والدورية والفجائية والتقليل من اثر هذه المركبات على السلسلة . ويمكن توضيح طبقة المتوسط المتحرك رياضيا :

$$\text{المتوسط المتحرك} = \frac{\sum(Y_t+Y_t-1)}{n}$$

حيث Y_t الزمن الحالي، Y_{t-1} الزمن السابق او Y_{t+1} الزمن اللاحق

مثال : تمثل البيانات الاتية اسعار الذهب بالدولار / الاونس للسنوات ١٩٧٠-١٩٨٠ ، المطلوب ايجاد المتوسطات المتحركة باستخدام طول فردي (٣) سنوات وطول زوجي (٤) سنوات .

السنة	سعر الذهب	متوسط متحرك(٣)	متوسط متحرك (٤)
١٩٧٠	٣٦	-	-
١٩٧١	٤١	٤٥,٣٣	-
١٩٧٢	٥٩	٦٦	٧٤
١٩٧٣	٩٨	١٠٥	١٠٤.٣٧
١٩٧٤	١٦٠	١٣٩	١٢٧.٦٢
١٩٧٥	١٦١	١٤٨	١٤٢.٢٥

١٥٢.٧٥	١٤٤	١٢٥	١٩٧٦
١٧٥.٤	١٥٥	١٤٨	١٩٧٧
٢٥٤.٧٥	٢١٦	١٩٩	١٩٧٨
٣٥٤.٧٥	٣٧١	٣٠٨	١٩٧٩
٤١٦.٥٠	٤٦٠	٦١٣	١٩٨٠

نحدد القيم الاصلية بالرسم مع الزمن ثم نحدد المتوسطات المتحركة مع الزمن ونلاحظ الفرق بالقيم حيث يتقلص المنحنى البياني من التعرجات الى حد كبير .

مثال : قيمة الاستيرادات لسلعة خلال ستة سنوات كما يلي :

السنة x	الاستيرادات y	الطول (٣)
١٩٩٧	١٠٠	-
١٩٩٨	٨٠	١٠٠
١٩٩٩	١٢٠	١١٣.٥
٢٠٠٠	١٤٠	١٤٠
٢٠٠٧	١٦٠	١٤٠
٢٠٠٢	١٢٠	-

تمرين : قيمة الانتاج لسلعة معينة (مليون دينار) كما يلي :

السنة x	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩
المتاح y	٣	٤	٨	٦	٧	١١	٩	١٠	١٤	١٢

ثانيا : **مركبة التغيرات الموسمية** *seasonal variations*

لا تنحصر التغير في قيم الظاهرة على الاتجاه العام للقيم وحده لان هناك انواع اخرى من التغيرات تتعرض لها هذه القيم مثل التغيرات الموسمة والدورية والفجائية لذلك فان تحليل السلسلة يدرس كل واحدة على حده والتغيرات او التاثيرات الموسمية هي التغيرات التي تحدث خلال مواعيد زمنية محددة وتتكرر بشكل دوري بنفس الموعد مثل درجات الحرارة اليومية التي تبدا منخفضة ثم تبدا ترتفع الى ان تصل اقصاها ظهرا ثم تبدا بالانخفاض مرة اخرى وتتكرر هذه الظاهرة يوميا .وهناك ظواهر تتكرر اسبوعيا مثل ارتياد المساجد الجمعة او ايداع النقود الخميس وقد تكون شهريا مثل استلام الرواتب للموظفين او سنوية مثل الاعياد السنوية او فصلية موسمية في الاعياد وبداية المدارس . ان كلمة موسمية لا تعني بالضرورة مواسم السنة لكنها تعني أي تغيرات ذات طبيعة دورية متكررة خلال مدة لا تزيد عن ستة ولدراسة التغيرات الموسمية اهمية لانها تكشف عن اوقات التغير واسبابها والاستعداد لمواجهتها .

وهناك (٣) طرق لتقديرالمركبات الموسمية للسلسلة هي طريقة المتوسطات البسيطة وطريقة النسبة الى الاتجاه العام وسنقتصر على طريقة المتوسطات البسيطة .

طريقة المتوسطات البسيطة :

يمكن حساب المركبة الموسمية بالصيغة الاتية :

$$\textbf{المركبة الموسمية (الفصلية)} = \frac{\text{معدل قيم الموسم عبر السنوات} \times 100 \times m}{\text{مجموع معدلات المواسم المختلفة}}$$

حيث :

m : عدد المواسم خلال عام او يسمى (طول الموسم)

مثال : يمثل الجدول الاتي سلسلة زمنية تعطى فيها القيم شهريا على مدار (٩)سنوات ، وفيها طول الموسم $m = ١٢$

السنوات/ الشهر	ك٢	شباط	اذار	نيسان	.....	كانون الاول
١٩٨١	٧٢	٦٨	.....			٧٥
١٩٨٢	٨٢	٧٧	.....			.
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				
١٩٨٩	٩٤	٩٥				

مجموع معدلات المواسم ◄ ٨٢.٣٣ ٨٢.١ ..... ٨٠.٦ = ١٠٨٢.٢٢

$$\text{المركبة الشهرية } Sj = \frac{\text{متوسط قيمة الشهر} \times 100 \times 12}{\text{مجموع متوسطات الشهر}} = \frac{1200 \times 82.33}{1082.22} = 91$$

وهكذا لباقي الاشهر الاثنا عشر في السنة .

مثال : قدر مركبات المواسم الاربعة خلال السنة للجدول الاتي :

الموسم / السنوات	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	المتوسط للموسم الواحد (المجموع / ٤)
شتاء	١٢	١٤	١٥	١٦	١٤.٢٥
ربيع	١٣	١٤	١٥	١٧	١٤.٧٥
صيف	١٣	١٤	١٦	١٧	١٥
خريف	١٣	١٥	١٦	١٧	١٥.٢٥
					٥٩.٢٥ **مجموع متوسطات المواسم**

∴ S للشتاء $= \frac{100\times4\times14.25}{59.25} =$ ٩٦.٢٠ وهكذا لباقي المواسم نطبق نفس الطريقة

تمرين : الجدول يوضح المبيعات الفصلية لشركة الملابس لثلاث سنوات ، المطلوب تقدير المركبات الموسمية الاربعة ؟

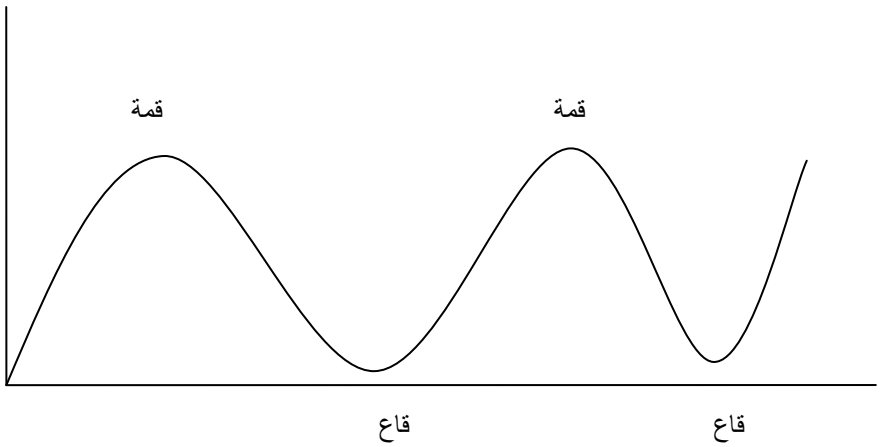
السنوات /الموسم	الموسم الاول	الموسم الثاني	الموسم الثالث	الموسم الرابع	متوسط الموسم الواحد
٢٠٠٠	٢٥٠	٢٥٠	٢٣٠	٤٠٠	؟
٢٠٠١	٣٠٠	٢٥٠	٢٥٠	٤٠٠	؟
٢٠٠٢	٣٠٠	٢٠٠	٤٠٠	٤٢٠	؟

مجموع متوسطات المواسم = ؟

٣-المركبة الدورية *cyclical l component* :

وهي تسمى ايضا بالدورات الاقتصادية او التجارية وتمتاز هذه التاثيرات بالدورية أي التكرار والانتظار لكنها لا تتكرر سنويا كما في الموسمية وانما تتكرر خلال مدة متوسطة تصل بين (٨-١٢) سنة او قصيرة (٣-٤) سنوات او طويلة تصل الى (٥٠) سنة ، وهذه المدة تختلف من اقتصاد لاخر ومن دولة لاخرى بحسب طبيعة المعاملات الاقتصادية .

ويعرف طول الدورة او موجة الدورة بانها الفرق الزمني بين قمتي او قاعي موجتين ويرجع تفسير الموجات الى النظرية الاقتصادية التي تفسر تحول النشاط الاقتصادي من الكساد الى الانتعاش الى الرفاهية والتضخم ثم الانكماش ثم الفساد مرة اخرى ولذلك يهتم به الباحثون ورجال الاعمال لغرض التخطيط ومواجهة المشاكل التي تحدث بسببها وشكلها كما يلي :



ويتم التوصل الى قيمة الدورة عن طريق التخلص من وعزل السلسلة من اثر الاتجاه العام والتغيرات الموسمية فتبقى الدورية والفرضية ثم تعزل الفرضية لعدم توفر بيانات كافية

$$Y = T.C.S.I$$

$$\frac{Y}{T.S} = C.I \gg C = \frac{Y}{T.S}$$

وان كانت السلسلة غير موسمية تصبح $C = \frac{Y}{T}$

ومن الامثلة على الدورة القصيرة الذي يكون كبيرا في سنة ثم ينخفض في السنة التالية اي ان الدورة تتكررکل سنتين كما ان بعض الامطار تكون شحيحة كل (٥) سنوات وتزداد بعد (٥) سنوات التي تليها مما يعني ان طول الدورة (٥) سنوات .

مثال : نفرض ان لدينا معالة خط اتجاه عام $Y_t = ٣.٣٣ + ٦.٠٣$ وعدد المواسم فيها m=١٢ ، وان مركبة الموسم الاول ٤٦.٦٨% وقيمة المشاهدات للسلسة للموسم الاول للعام الثاني (٣.٥) اوجد تقدير مركبة الدورة المناظرة لهذه المشاهدة .

$$T_{12} = 3.33 + 0.03(12) = 3.69$$

$$\therefore C = \frac{3.5 \times 100}{(3.69) \times (64.68)} = 1.48$$

٤-التغيرات العرضية الفجائية Irregular Component

ليس لهذه التغييرات او التاثيرات غير كونها اخطاء بسبب احصاء القياس او اخطاء غير قابلة للحكم خارجة عن السيطرة مثل التاثيرات الطارئة للتوازن الطبيعية (الفيضانات ، الزلازل، ....) او الحروب وغيرها . وبالامكان عزل مركبة الخطا هذه عن السلسلة وحسابها كما يلي :

$$Y = T.C.S.I$$

$$\therefore I = \frac{Y}{T.C.S.}$$

ويعبر عن القيم بنسب مئوية

مثال : نفرض ان قيم احدى قيم او مشاهدات السلسلة ٣٧.٤ = Y وان مركبة الاتجاه العام المناظرة لها ٣٠.٥ = T ومركبة الدوران ٩٠٤= C_t والموسمية ٨٥٤=S_t فما هي مركبة الخطا الفجائية :

$$I = \frac{3.7.4}{(30.3)(0.90)(0.80)} = 161.8$$

مثال

البيانات التالية تمثل المعدل السنوي للامطار المتساقطة في مدينة ما في المدة ٢٠٠١ لغاية ٢٠١٠ :

السنوات	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
المعدل السنوي للامطار المتساقطة /سم	٢٠	٢٥	٢٢	٣٢	٢٩	٣٤	٤١	٣٧	٤٣	٤٦

المطلوب :

١- تعيين الاتجاه العام بطريقة اشباه المتوسطات (متوسط نصف السلسلة)
٢- تعيين الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة
٣- تعيين الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية .

الحل :

١- تعيين الاتجاه العام بطريقة اشباه المتوسطات (متوسط نصف السلسلة) :

السنة	معدل الامطار المتساقطة سم	المجموع	شبه المتوسط	القيمة الاتجاهية $\hat{Y}$
٢٠٠١	٢٠	١٢٨	$\frac{128}{5} = 25.6$	١٩.٧٩
٢٠٠٢	٢٥			٢٢.٦٨
٢٠٠٣	٢١			٢٥.٦٠
٢٠٠٤	٣٢			٢٨.٥٢
٢٠٠٥	٢٩			٣١.٤٤
٢٠٠٦	٣٤	٢٠١	$\frac{201}{5} = 40.2$	٣٤.٣٦
٢٠٠٧	٤١			٣٧.٢٨
٢٠٠٨	٣٧			٤٠.٢٠
٢٠٠٩	٤٣			٤٣.١٢
٢٠١٠	٤٦			٤٦.٠٤

فاذا كانت معادلة خط الاتجاه العام هي $Y = \alpha + b_X$

لذا فان قيمة B ستكون

$$B = \frac{\text{الفرق بين الوسطين}}{\text{الفرق بين الزمنين}}$$

$$B = \frac{40.2 - 25.6}{2003 - 2008} = \frac{14.6}{5} = 2.92$$

$$\therefore \hat{Y} = 25.6 + 2.92(x)$$

ملحوظة : لتقدير $\hat{Y}$ لاي سنة سابقة او لاحقة لسنة الاساس فاننا نحسب قيمة x بمقدار بعد السنة المدروسة عن سنة الاساس . فمثلا لتقدير المعدل السنوي لسقوط الامطار لعام ٢٠١٢ نتبع ما ياتي :

$$\hat{Y}2012 = 25.6 + 2.92(9) = 51.88$$

اما اذا اخذت سنة سابقة لسنة الاساس ٢٠٠١

$\hat{Y}$ = 25.6+2.92(X)

=25.6+2.92(-2)

=25.6+ (-5.84)

25.6 – 5.84

=19.76

اما اذا اخذنا سنة ٢٠٠٨ سنة اساس فان معادلة التقدير ستكون

$\hat{Y}$ = 40.2+2.92(X)

و اردنا معرفة القيمة الاتجاهية لسنة ٢٠١٠

$\hat{Y}2010$ = 40.2+2.92(X)

= 40.2+ 2.92(2)

= 40.2+ 5.84

=46.04

اما اذا اردنا معرفة القيمة الاتجاهية لسنة ٢٠١٢

$\hat{Y}2012$ = 40.2+2.92(X)

= 40.2+ 2.92(4)

= 40.2+ 11.68

=51.88

٢- تعيين الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة :

متوسط متحرك خماسي	مجموع متحرك خماسي	متوسط متحرك ثلاثي	مجموع متحرك ثلاثي	معدل سقوط الامطار السنوي سم	السنوات
-----	-----	-----	-----	٢٠	٢٠٠١
-----	-----	٢٢.٣٣	٦٧	٢٥	٢٠٠٢
٢٥.٦٠	١٢٨	٢٦.٣٣	٧٩	٢١	٢٠٠٣
٢٨.٥٢	١٤٢	٢٧.٦٦	٨٣	٣٢	٢٠٠٤
٣١.٤٤	١٥٨	٣١.٦٦	٩٥	٢٩	٢٠٠٥
٣٤.٣٦	١٧٣	٣٤.٦٦	١٠٤	٣٤	٢٠٠٦
٣٧.٢٨	١٨٤	٣٧.٣٣	١١٢	٤١	٢٠٠٧
٤٠.٢٠	٢٠١	٤٠.٣٣	١٢١	٣٧	٢٠٠٨
----	-----	٤٢	١٢٦	٤٣	٢٠٠٩
-----	-----	-----	-----	٤٦	٢٠١٠

٣- تعيين الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية :

القيمة الاتجاهية $\hat{Y} = \alpha + BX$	$\sum X_i^2$	$\sum XY$	X	معدل سقوط الامطار السنوي سم Y	السنوات
٢٠.١٦	١	٢٠	١	٢٠	٢٠٠١
٢٢.٩٩	٤	٥٠	٢	٢٥	٢٠٠٢
٢٥.٨٢	٩	٦٦	٣	٢١	٢٠٠٣
٢٨.٦٥	١٦	١٢٨	٤	٣٢	٢٠٠٤
٣١.٤٨	٢٥	١٤٥	٥	٢٩	٢٠٠٥
٣٤.٣١	٣٦	٢٠٤	٦	٣٤	٢٠٠٦
٣٧.١٤	٤٩	٢٨٧	٧	٤١	٢٠٠٧
٣٩.٩٧	٦٤	٢٩٦	٨	٣٧	٢٠٠٨
٤٢.٨٠	٨١	٣٨٧	٩	٤٣	٢٠٠٩
٤٥.٦٣	١٠٠	٤٦٠	١٠	٤٦	٢٠١٠
	٣٨٥	٢٠٤٣	٥٥	٣٢٩	

$$\overline{Y} = \frac{329}{10} = 32.9$$

$$\bar{X} = \frac{55}{10} = 5.5$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum XY - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= \frac{10(2043) - (55)(329)}{10(385) - (55)^2}$$

$$= \frac{2335}{825} = 2.830$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{B}\bar{X}$$

$$= 32.9 - (2.830)(5.5) = 17.335$$

∴ معادلة الاتجاه العام هي

$$\hat{Y} = 17.335 + (2.830)(X)$$

تقدير معدل الامطار التي ستتساقط في عام ٢٠١٣

$$\hat{Y} = 17.335 + (2.830)(13)$$

$$\hat{Y} = 17.335 + (36.79)$$

$$\hat{Y} = 54.125$$