جامعة البصرة

كلية الإدارة والاقتصاد

قسم الاحصاء

محاضرات في مادة السيطرة النوعية-1

للمرحلة الثانية /قسم الإحصاء

إعـداد

م.د. علي عبدالزهره حسن

2024-2023

مفردات المنهج:

الاسبوع المادة

2-1 مقدمة في السيطرة النوعية ولوحاتها

3- لوحات السيطرة النوعية وانواعها

4- 5 اولا: لوحات السيطرة للمتغيرات

لوحة الوسط الحسابي ($\bar{X}$-Chart)

6-5 لوحة الانحراف المعياري (S-Chart)

7- لوحة المدى (R-Chart)

8- امتحان الشهر الأول

9- ثانيا: لوحات السيطرة للخواص

10- لوحة نسبة الوحدات المعيبة (P-Chart)

11- لوحة عدد الوحدات المعيبة (nP-Chart)

12- لوحة التحكم في عدد العيوب (C-Chart)

14-13 لوحة متوسط عدد العيوب في الوحدة الواحدة (U-Chart)

15 - امتحان الشهر الثاني

مقدمة :

أن الاهتمام بجودة الإنتاج بدأ مواكبا مع بدء تعلم الإنسان للحرف وقد ازداد هذا الاهتمام مع الزمن ، كما أن ازدياد المدنية وتعقيداتها وتعدد المنافسة بين الإفراد ثم الشركات ثم التداول أدى الى عمل اشتراطات دقيقة في جودة المنتجات ، ومازالت هذه الدقة تتطور بتطور أجهزة القياس تطورا هائلا بسبب الحاجة إليها للأغراض المطلوب تحقيقها .

ظل مفهوم الجودة حتى بدايات القرن العشرين مقتصراً على المطابقة للمواصفات أي أن الجودة تعني درجة مطابقة منتج معين لتصميمه أو مواصفاته غير أن هذا المفهوم قد أخذ في التطور خلال القرن الماضي وطرأ عليه العديد من التعديلات المختلفة من قبل المفكرين وممارسي الجودة وكثرت تعريفات الجودة ولم تتفق الآراء على تعريف واحد شامل جامع لها لما للمحتوى الفكري للمفهوم من تشعب وفيما يلي نستعرض بعضاً من تعريفات الجودة.

- جليمور (Gilmore 1974-p.16) : درجة تحقيق منتج معين لرغبات مستهلك محددة
- الجمعية الأمريكية لضبط الجودة (ASQ 1983): مجمل سمات وخصائص منتج أو خدمة تحمل تلك الخصائص القدرة على الوفاء باحتياجات محددة.
- ديمنج (Deming 1986) : تحقيق احتياجات وتوقعات الزبون حالياً ومستقبلا .
- جوران (Juran 1988): الجودة هي الملائمة للاستخدام
- ماكينلي (1993) تحقيق احتياجات وتوقعات الزبائن أو تجاوزها، وهذا يتطلب أن تركز المنظمة بشكل مستمر على الزبائن.
- كروسبي (Crosby 1995) : هي المطابقة للاحتياجات
- بيستر فيلد (Bester field 2001):الجودة هي شيء غير ملموس تعتمد على الإدراك. .

•وباختصار يمكن تعريف الجودة(النوعية) بانها يقصد ملائمة المنتج للاستعمال في الغرض المخصص له بدرجة ترضي المستهلك ويختلف مستوى الجودة المناسب للغرض في مختلف الأحوال ..

مفهوم السيطرة النوعية :

النوعية (Quality)

ان مصطلح (Quality) في اللغة الإنكليزية يقابله في اللغة العربية استخدام مصطلحين (النوعية) ،(الجودة) وفي الغالب تخصصات الإدارة والهندسة تستخدم تعبير (الجودة) اكثر تعبير النوعية بينما في الإحصاء وعلوم أخرى يستخدم مصطلح (النوعية) .

وعرفت المنظمة الاوربية للسيطرة النوعية بانها الدرجة التي يكون فيها المنتوج مستوفيا لمتطلبات الاستهلاك .

كذلك عرفتها بكونها مطابقة السلعة للمواصفات ولكونه المستهلك هو المستفيد من الإنتاج او الخدمة لذلك أيضا نعرف النوعية بانها (قدرة المنتج او الخدمة على الوفاء بتوقعات المستهلك او تجاوزها).

السيطرة Control

في اللغة الإنكليزية مصطلح (control) يقابله في اللغة العربية استخدام ثلاث مصطلحات هي(سيطرة)،(تحكم)،(رقابة) و وكلها ضمن دائرة الإجراءات المتخذة للتأكد من مطابقة المنتوج او الخدمة للمواصفات المحددة وعدم تجاوزها لتلك المواصفات بما يهدد المستهلك بمواجهة مخاطر متعدد نتيجة ذلك .

لذلك عندما نعبر عنها بـ(السيطرة) هي نوع من الإجراءات التي تمنع تجاوز او مرور حالة خارج المواصفات بحيث ان هذا التعبير يستخدم حتى في الحالات الأمنية فسميت المفرزة التي توضع في منطقة معينة لمراقبة مرور الأشخاص او العجلات بانها (سيطرة).

ويمكن القول انها (التحكم) في مرور الاشخاص او العجلات وهكذا في الصناعة فأنها (سيطرة) تمنع مرور المنتجات غير المطابقة لمواصفات الانتاج وهكذا في ميادين عديده في الحياة حتى في الحياة الشخصية فان الشخص يعرض نفسه على (المرآة) للتأكد من توفر المواصفات المطلوبة للخروج خارج البيت لمختلف الاسباب للتوجه الى العمل او لحضور حفل ..... الخ .

السيطرة النوعية : Control Quality

يقال لها كذلك السيطرة على النوعية وايهما استخدم فانه يؤشر(مجموع الاجراءات المتخذة بمختلف الطرق والاساليب للتأكد من مطابقة المنتوج أو الخدمة (او اي شيء يمتلك مواصفات تحتاج الى مراقبه) للمواصفات المحددة له مسبقا لضمان امكانية قبوله من المستهلك ودراسة تحسينه وكذلك التحكم بتكاليفه ومحاولة خفضها .

السيطرة الإحصائية على النوعية:

تمثل استخدام الطرق والأساليب والنظريات الإحصائية للتأكد من توافر المواصفات المطلوبة للمنتوج او الخدمة ودراسة تحسينها ووضع الخطط الخاصة بالفحص او اجراءاتها، وتعتمد العديد من الأساليب الإحصائية في مجال السيطرة النوعية كذلك فيما يسمى بالسيطرة على الجودة ضمن إدارة الجودة الشاملة تعتمد هذه الأساليب على نمط عمليات السيطرة وخصائص العملية الإنتاجية او الهندسية ودرجة تعقيدها ومراحلها الإنتاجية ، كذلك يجب النظر الى نتائج تحليل البيانات احصائيا لتحديد طبيعة تلك البيانات وتوزيعها ومن ثم وضع الأسلوب المناسب للسيطرة على الجودة من خلال التحليل الاحصائي للبيانات حيث يمكن تحديد بعض المؤشرات المهمة كالمتوسط والتباين لوضع التطبيقات المناسبة .

أهمية السيطرة النوعية

تكمن أهمية السيطرة النوعية في النقاط التالية:

1- التأكد من نوعية المستخدم والمنتج والتي لا تؤثر على المستوى المطلوب للإنتاج.

2- تحسين العلاقة بين المنشأة (إنتاجية كانت او خدمية) والمستهلكين او المستفيدين وكذلك العاملين فيها.

3- القدرة على تحقيق وضع تنافسي مناسب .

4- تخفيض نسب الوحدات غير المطابقة للمواصفات وكذلك المرتجع .

5- توفير الظروف المناسبة للعمل .

6- رفع مستوى الأداء وانتاجية العمل .

7- خفض تكاليف الإنتاج وتكاليف عملية السيطرة نفسها بمرور الوقت .

8- تخفيض نسب العادم (التالف) اثناء العملية الإنتاجية.

9- تقليل حالات المطالبة بالتعويضات نتيجة لعيوب الإنتاج وشروط التجهيز .

إجراءات السيطرة النوعية

يمكن تحديد اهم الإجراءات المتخذة في السيطرة النوعية وحسب الترتيب بما يلي :

1- وضع مجموعة من المعايير والمقاييس وفقا للمواصفات المحددة .

2- فحص المواد المستخدمة والمنتجة للتحقق من مطابقتها للمواصفات.

3- اكتشاف الانحرافات والتغيرات واتخاذ الإجراءات المطلوبة .

4- التخطيط للتحسين المستمر للنوعية .

ابعاد النوعية : Dimension of Quality

حدد(Garvin 1987) ثمانية ابعاد للنوعية وكما يلي :

1. **الاداء وتعني ببساطة هل المنتج يؤدي الوظيفة المطلوبة .**
2. **المعولية (الموثوقية) وتعني عادة كيف يفشل المنتج .**
3. **المتانة : المدة(عمر) المنتج او الخدمة الفعلية للمنتج.**
4. **الخدمة : مدى سهولة او امكانية اصلاح المنتج.**
5. **الجمالية : وتشير الى كيف يبدو المنتج ، كيف ينظر للمنتج من ناحية لونه مثلا.**
6. **الملامح : ويقصد بها ما هي امكانيات المنتج ، ماذا يمكن ان يعمل .**
7. **النوعية (الجودة) المدركة : ما سمعة المنتج او الشركة المنتجة (القوة التنافسية).**
8. **مطابقة المواصفات (المعايير) : هل المنتج مصنع وفقا للتصميم الاساسي.**

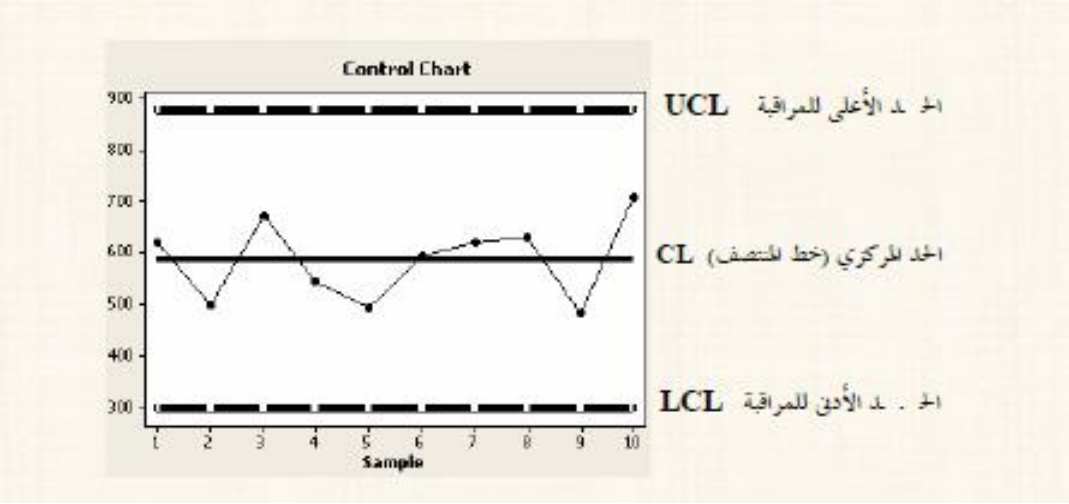
لوحات السيطرة النوعية

تعريف : هي أداة إحصائية لمراقبة مطابقة العملية الإنتاجية للمواصفات المحددة مسبقا واكتشاف مواطن الخلل والانحرافات غير المرغوب فيها في الأداء ، ثم تحديد أسباب هذا الخلل لضمان التحسين المستمر .

او : هي لوحة بيانية تستخدم كوسيلة لاتخاذ القرار المناسب بشان العملية الإنتاجية في مرحلة أنتاج معينة وفق المسار المحدد لها .

وهذا الأسلوب وضعه الاحصائي شيوارت لمراقبة النوعية وتحسينها

المكونات الأساسية للوحة:



1. الحد المركزي (خط المنتصف)CL - Centerl Line يمثل المستوى الأمثل للجودة .
2. الحد الأعلى للوحة : (UCL) Upper control Limit
وهو يمثل الحد الأعلى المسموح به للاختلافات عن المستوى المطلوب بالزيادة.
3. الحد الأدنى للوحة : (LCL) Lower control Limit
ويمثل الحد الأدنى المسموح به للاختلاف عن المستوى المطلوب بالنقصان.

- هذان الحدان يمثلان حدود السماح الإحصائي لأنهم مهما بلغت العملية الإنتاجية من الدقة لابد من وجود اختلافات بين الوحدات المنتجة فإذا وقعت النقاط في فترة السماح

بين حدي السيطرة وتتوزع بشكل طبيعي حول خط الوسط تكون العملية تحت السيطرة الإحصائية إما عند خروج واحد او أكثر من النقاط عن حدي السيطرة يعني ذلك وجود خلل في العملية ولابد من اكتشاف السبب وإزالته.

- المحور الراسي يمثل القيم الخاصة بالمتغير المراد عمل لوحة مراقبة له ، أما المحور الأفقي فيمثل رقم العينة .

أهمية واستخدامات لوحات السيطرة :

تعتبر لوحات السيطرة من الأساليب الإحصائية المهمة التي تستخدم في مجال السيطرة النوعية على العملية الإنتاجية سواء للسيطرة على التغيرات والانحرافات لمتوسط او تباين او كلاهما للعملية الإنتاجية ، وكذلك للمساعدة في اتخاذ القرار المناسب بشأن سير العملية في كافة مراحلها.

وفما يلي بعض استخدامات لوحات السيطرة :

1- وضع البيانات المطلوبة عن التباين والانحراف المعياري في العملية الإنتاجية لدراستها وتصميم لوحات سيطرة جديدة عند الحاجه لذلك.
2- اكتشاف أخطاء العملية الإنتاجية وتحديدها لغرض معالجتها.
3- وضع المقترحات لافضل طريقة انتاج من خلال تقليل نسب الوحدات غير المطابقة .
4- وضع المقترحات لتقليل إجراءات الفحص وصولا للاستغناء عن الفحص الشامل.
5- وضع المؤشرات الخاصة بأساليب تقييم الأداء ووضع الحوافز للعاملين لتطويرهم ومن ثم تطوير العملية الإنتاجية .
6- المساهمة في خفض تكاليف العملية الإنتاجية وتحسين النوعية وزيادة الإنتاج.

أنواع لوحات السيطرة النوعية .

يمكن تصنيف لوحات السيطرة النوعية على أساس البيانات التي يتم الحصول عليها :

1- لوحات السيطرة للمتغيرات 2. لوحات السيطرة للصفات 3- لوحات السيطرة للمتوسطات المتحركة والموزنة 4- لوحات متقدمة أخرى .

اولا":- لوحات السيطرة للمتغيرات : Variable Chart

بعض الخصائص النوعية يعبر عنها بقياسات رقمية (عددية) مثل (الطول , الوزن , الحجم ، ..... الخ وهذه الخصائص تسمى متغيرات وبذلك نستنتج بان الخاصية النوعية التي يمكن قياسها على التدرج الرقمي تسمى متغيرات (variable).

تعتبر لوحات التحكم للمتغيرات وسيلة مهمة لرقابة جودة العمليات الإنتاجية وحيث أن أي تغيرات معنوية في متوسط العملية الإنتاجية او مداها تعتبر دلالة على تغيرات معنوية في العملية ذاتها ولذلك فان من أشهر لوحات التحكم للمتغيرات :

1. لوحة الوسط الحسابي .
2. لوحة الانحراف المعياري .
3. لوحة المدى .

1. لوحة الوسط الحسابي ($\bar{X}$-Chart)

عند بناء لوحة الوسط الحسابي لعملية إنتاجية معينة يتم سحب (K) من العينات بحيث تتضمن كل عينة (n) وحدة . وهناك ثلاث حالات:

أ) في حالة معلومية كل من: الوسط الحسابي للمجتمع (μ)، الانحراف المعياري للمجتمع (σ): هنا يتم حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة كما يلي:

$$UCL = \mu + \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

2) في حالة أن يكون الوسط الحسابي للمجتمع (μ) مجهول، ولكن الانحراف المعياري للمجتمع (σ) معلوم: في هذه الحالة نستبدل (μ) بـ ($\bar{\bar{X}}$)، ويتم حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة كما يلي:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$CL = \overline{\overline{X}}$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

حيث $\overline{\overline{X}}$: المتوسط العام.

3) أما في حالة أن يكون الانحراف المعياري للمجتمع (σ) غير معلوم:

وهناك ثلاث بدائل لحساب او تقدير الانحراف المعياري للمجتمع .

البديل الأول: استخدام (R- bar)

يتم حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة كما يلي:

$$UCL = \mu + (A_2\ \overline{R})$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - (A_2\ \overline{R})$$

حيث:

($\overline{R}$) : تمثل متوسط الأمدية = [مدى العينة الأولى + مدى العينة الثانية + ... + مدى العينة (K)] ÷ عدد العينات (K) .

A_2 : قيمة يتم إستخراجها من جدول خاص لمعالم خرائط المراقبة.

البديل الثاني: إستخدام (S - bar)

يتم حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة كما يلي:

$$UCL = \mu + \left(\frac{3\,\bar{s}}{\sqrt{n}}\right)$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - \left(\frac{3\,\bar{s}}{\sqrt{n}}\right)$$

حيث :

$\bar{S}$: متوسط الانحرافات المعيارية للعينات [الانحراف المعياري للعينة الأولى + الانحراف المعياري للعينة الثانية + ... + الانحراف المعياري للعينة (K) ÷ عدد العينات (K)].

البديل الثالث: الانحراف المعياري المشترك (التجميعي)

Pooled Standard Deviation

يتم حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة كما يلي:

$$UCL = \mu + \left(\frac{3\,(S)\,pooled}{\sqrt{n}}\right)$$

$$CL = \mu$$

$$LCL = \mu - \left(\frac{3\,(S)\,pooled}{\sqrt{n}}\right)$$

حيث :

$(S)\,pooled$: يتم حسابها كما يلي :

$$(S)pooled = \sqrt{\frac{(n-1)\left(S_1^2 + S_2^2 + \ldots\ldots + S_k^2\right)}{K(n-1)}}$$

S_1^2 : تباين العينة الأولى .

S_2^2 : تباين العينة الثانية .

S_k^2 : تباين العينة الأخيرة.

وغنى عن البيان : أنه في حالة أن يكون متوسط المجتمع (μ) غير معلوم (في البدائل الثلاثة الأخيرة) ، فإننا نستبدله بالمتوسط العام ($\bar{\bar{X}}$) .

مثال : (في حالة معلومية كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجتمع)

يرغب احد المصانع التي تنتج المصابيح الكهربائية في بناء لوحة مراقبة الانتاج للوسط الحسابي $\bar{X}$ ( ) للتأكد من سير العملية الانتاجية وفقا لمواصفات جودة الانتاج التي تحددها ادارة الانتاج بالمصنع . فقام مدير الانتاج بسحب (4) وحدات يوميا ولمدة (10) يوم ،اي أن $n= 4$, $k=10$. والجدول التالي يوضح عمر هذه المصابيح .

المطلوب // انشاء لوحة مراقبة الانتاج للوسط الحسابي $\bar{X}$ في هذا المصنع مع العلم بأن متوسط عمر المصباح من أنتاج هذا المصنع يساوي 600 ساعة بانحراف معياري 80 ساعة .

العينات	الوحدة(1)	الوحدة(2)	الوحدة(3)	الوحدة(4)	الوسط الحسابي $\bar{X}$
1	620	687	666	659	658
2	501	585	524	585	548.75
3	673	701	686	567	656.75
4	546	726	572	628	618
5	494	984	659	643	695
6	595	755	664	582	649
7	619	710	664	693	671.5

8	630	723	614	353	580	
9	482	791	533	612	604.5	
10	706	524	626	503	589.75	
				المجموع	6271.25	627.12

طريقة حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة التي أمامنا:

1) خط المنتصف (**CL**) : الوسط الحسابي للمجتمع يساوى (**600**).

2) الحد الأعلى للمراقبة (**UCL**) : تم حسابه كما يلي:

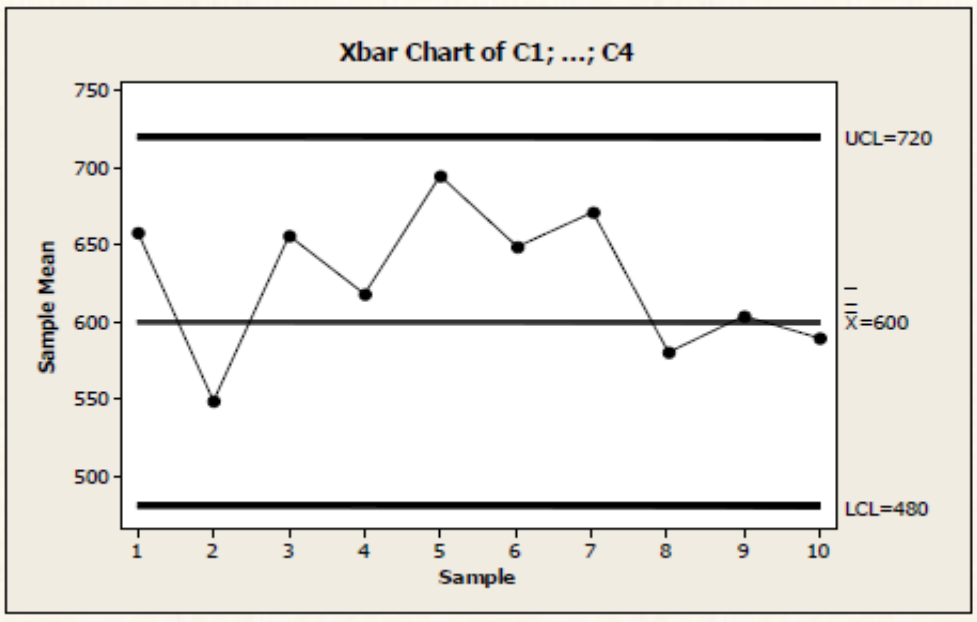
$$UCL = \mu + \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= 600 + \left(\frac{3\times 80}{\sqrt{4}}\right) = 720$$

3) الحد الأدنى للمراقبة (**LCL**) : تم حسابه كما يلي:

$$LCL = \mu - \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= 600 - \left(\frac{3\times 80}{\sqrt{4}}\right) = 480$$



التعليق على النتائج :

نلاحظ هنا عدم وجود نقاط اقل من الحد الأدنى او أعلى من الحد الأعلى للمراقبة ، ومن ثم فان العملية الانتاجية تسير وفقا للمواصفات ..

مثال (2) : في حالة معلومية الانحراف المعياري فقط :

من المثال السابق بفرض ان متوسط المجتمع غير معلوم ،في حين أن الانحراف المعياري يساوي 45 ، المطلوب رسم لوحة المتوسط الحسابي للمراقبة .

الحل :

طريقة حساب الحدود الثلاثة للوحة المراقبة

1. خط المنتصف (CL) يتم حسابه كما يلي :

$CL = \overline{\overline{X}}$

ويحسب بطريقتين اما نحسب مجموع كل القيم على عددها

=25085 /40=627.1

او مجموع المتوسطات على 10 = 627.12 = 6271.25/ 10

2) الحد الأعلى للمراقبة (**UCL**) : تم حسابه كما يلي :

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

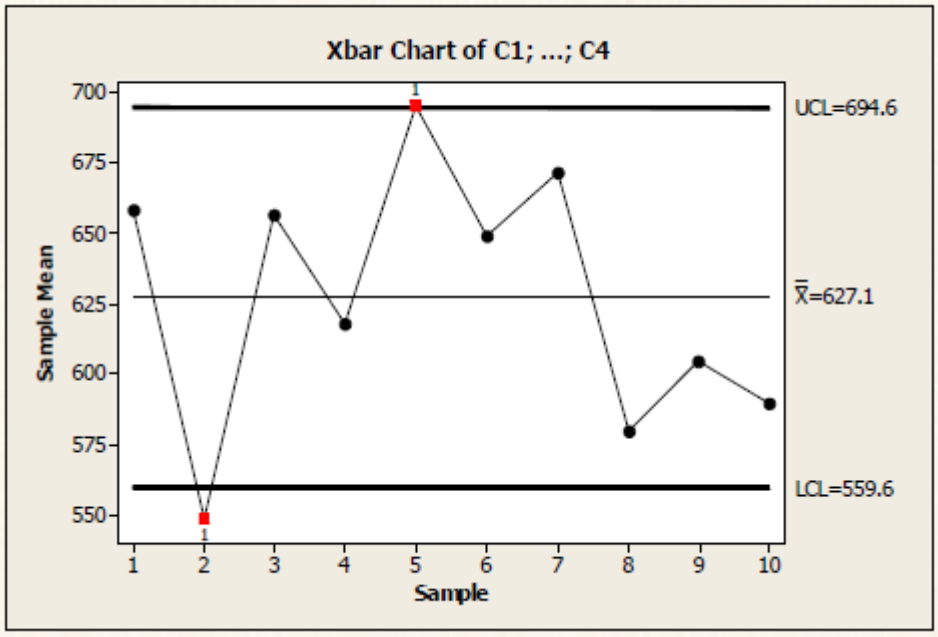
$$= 627.1 + \left(\frac{3 \times 45}{\sqrt{4}}\right) = 694.6$$

3) الحد الأدنى للمراقبة (**LCL**) : تم حسابه كما يلي:

$$LCL = \bar{\bar{X}} - \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= 627.1 - \left(\frac{3 \times 45}{\sqrt{4}}\right) = 559.6$$

ونقوم برسم لوحة المراقبة حسب الحدود أعلاه .



التعليق: يلاحظ من خريطة مراقبة الجودة السابقة أن:

هناك نقطتين تقع خارج نطاق حدى المراقبة: النقطة الأولى تمثل العينة رقم (2) ، نجد أنها أقل من الحد الأدنى للمراقبة (LCL) وهى تمثل مشكلة يتعين على مدير الإنتاج تحديد سبب هذا الانحراف لتقديم العلاج المناسب. أما النقطة الثانية فهى تمثل العينة رقم (5) تمثل إنحراف إيجابى يتعين – أيضاً – دراسة أسباب هذا الانحراف ولكن بهدف تدعيمه.

مثال [3] : [في حالة أن يكون كل من المتوسط والانحراف المعياري للمجتمع مجهولين] :

بهدف تقييم جودة الإنتاج في أحد مصانع السكر، تم سحب (15) عينة من إنتاج هذا المصنع خلال الأسبوعين الماضيين، وكل عينة تتضمن (3) عبوات من أكياس السكر. والجدول التالي يوضح وزن أكياس السكر في هذه العينات: فإذا كان الوزن المثالي للعبوة الواحدة (للكيس الواحد) هو **1000** جرام.

المطلوب:

رسم خريطة مراقبة جودة الإنتاج للمتوسط وذلك في الحالات التالية:

أ- باستخدام (**R- bar**).

ب- باستخدام **(S - bar)**.

ج- الانحراف المعياري المشترك (التجميعي) **Pooled Standard Deviation**

رقم العينة	الوحدة (1)	الوحدة (2)	الوحدة (3)
1	1044	992	1013
2	929	981	937
3	923	925	987
4	1016	1022	994
5	974	991	900
6	1022	925	904
7	984	1032	1045
8	900	959	1040
9	976	1023	1018
10	916	1031	1049
11	1017	948	1016
12	1045	925	1024
13	915	907	927
14	972	914	957
15	990	1044	947

جامعة البصرة /كلية الادارة والاقتصاد /قسم الاحصاء/ المرحلة الثانية /
محاضرات مادة السيطرة النوعية -1 (2024-2023)
مدرس المادة م.د علي عبد الزهرة حسن

نقوم بحساب الوسط الحسابي والمدى والانحراف المعياري لكل عينة :

رقم العينة	الوحدة(1)	الوحدة(2)	الوحدة(3)	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري S	المدى R	التباين S^2
1	1044	992	1013	1016.33	26.16	52	684.35
2	929	981	937	949.00	28.00	52	784.00
3	923	925	987	945.00	36.39	64	1324.23
4	1016	1022	994	1010.67	14.74	28	217.27
5	974	991	900	955.00	48.38	91	2340.62
6	1022	925	904	950.33	62.95	118	3962.70
7	984	1032	1045	1020.33	32.13	61	1032.34
8	900	959	1040	966.33	70.29	140	4940.68
9	976	1023	1018	1005.67	25.81	47	666.16
10	916	1031	1049	998.67	72.15	133	5205.62
11	1017	948	1016	993.67	39.55	69	1564.20
12	1045	925	1024	998.00	64.09	120	4107.53
13	915	907	927	916.33	10.07	20	101.40
14	972	914	957	947.67	30.11	58	906.61
15	990	1044	947	993.67	48.60	97	2361.96
المجموع				14666.67	609.42	1150	30200
المتوسط				977.78	40.63	76.67	

توضيح ::

المدى للعينة الأولى: $R_1 = 1044 - 992 = 52$

الوسط الحسابي للعينة الأولى $\bar{X} = \frac{1044+992+1013}{3} = 1016.13$

الانحراف المعياري للعينة الأولى :

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_i^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(1013-1016.33)^2+(992-1016.33)^2+(1044-1016.33)^2}{3-1}}$$

= 26.15977 = 26.16

لاحظ في هذا المثال :

أن متوسط المجتمع معلوم (μ) ويساوى **1000** جرام، أما الانحراف المعياري للمجتمع (σ) فهو غير معلوم.

الحالة الأولى : باستخدام (R- bar) :

الخطوات :

- خط المنتصف (**CL**): الوسط الحسابي للمجتمع(μ) وهو معلوم، ويساوى **1000**، لذا نجد أن القيمة المقابلة لهذا الخط:

$$CL = \mu = 1000$$

- الحد الأعلى للمراقبة (**UCL**) : تم حسابه كما يلي :

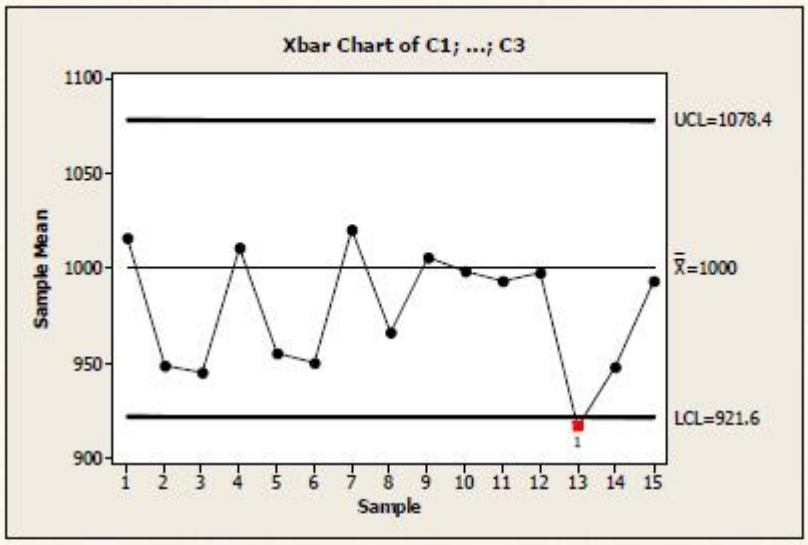
$$UCL = \mu + (A_2\ \bar{R}) = 1000 + (1.022 \times 76.67) = 1078.4$$

A_2 : وتحسب من جداول خاصة بخرائط المراقبة من امام حجم العينة (n = 3). نجد انها تساوي (1.022) .

- الحد الأدنى للمراقبة (**LCL**) : تم حسابه كما يلي

$$LCL = \mu - (A_2\ \bar{R}) = 1000 - (1.022 \times 76.67) = 921.6$$

ويتم رسم لوحة المراقبة بالشكل التالي :



التعليق:

توضح خريطة مراقبة الجودة أن: الإنتاج في هذا المصنع لايسير وفقاً لمواصفات الجودة المحددة من جانب إدارة المصنع، حيث أن العينة رقم (13) قد تجاوزت الحد الأدنى للمراقبة .

الحالة الثانية : باستخدام ($\bar{S}$)

طريقة حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة :

1) خط المنتصف (CL): الوسط الحسابي للمجتمع (μ) وهو معلوم، حيث انه يساوى 1000 لذا نجد أن القيمة القابلة لهذا الخط

$$CL = \mu$$
$$= 1000$$

2) الحد الأعلى للمراقبة (UCL) : تم حسابه كما يلي :

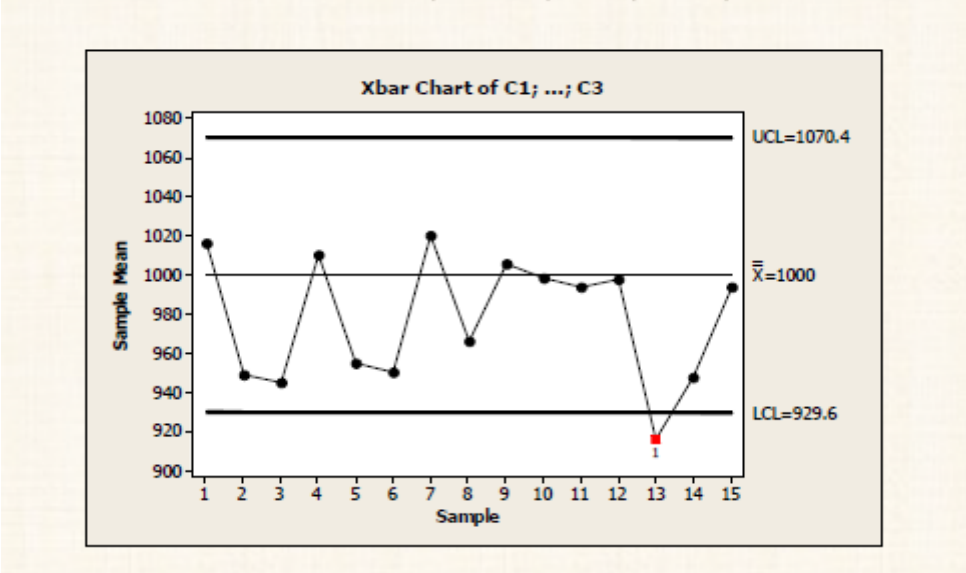
$$UCL = \mu + \left(\frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}}\right)$$
$$= 1000 + \left(\frac{3 \times 40.36}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= 1070.4$$

$\bar{S}$: هى عبارة عن متوسط الانحرافات المعيارية للعينات [أى أنها متوسط القيم الموجودة في العمود (C5)].

3) الحد الأدنى للمراقبة (LCL): تم حسابه كما يلي:

$$UCL = \mu - \left(\frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}}\right)$$
$$= 1000 - \left(\frac{3 \times 40.36}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= 929.6$$

الحالة الثالثة : باستخدام (Pooled Standard Deviation).



الحالة الثالثة : باستخدام S_{pooled}

طريقة حساب الحدود الثلاثة لخريطة المراقبة :

1) خط المنتصف (CL): الوسط الحسابي للمجتمع (μ) وهو معلوم ، حيث انه يساوى 1000 لذا نجد أن القيمة المقابلة لهذا الخط

$$CL = \mu$$
$$= 1000$$

2) الحد الأعلى للمراقبة (UCL) : تم حسابه كما يلي :

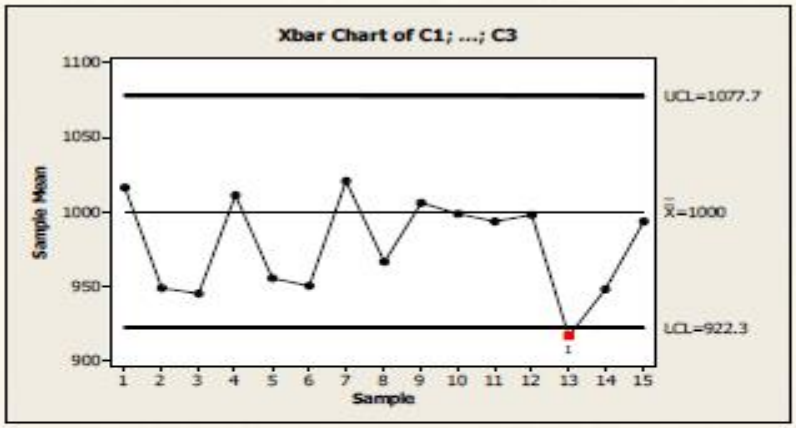
$$UCL = \mu + \left(\frac{3\,(S)\,pooled}{\sqrt{n}}\right)$$
$$= 1000 + \left(\frac{3\times(44.780)}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= 1077.7$$

$(S)\,pooled$: هى عبارة عن الانحراف المعياري.

$$(S)pooled = \sqrt{\frac{(n-1)\left(S_1^2 + S_2^2 + \ldots\ldots\ldots + S_k^2\right)}{K(n-1)}}$$
$$= \sqrt{\frac{(3-1)(30200)}{15\times(3-1)}}$$
$$= 44.780$$

3) الحد الأدنى للمراقبة (LCL): تم حسابه كما يلي:

$$UCL = \mu - \left(\frac{3\,(S)\,pooled}{\sqrt{n}}\right)$$
$$= 1000 - \left(\frac{3\times(44.780)}{\sqrt{3}}\right)$$
$$= 922.3$$



التعليق:

توضح خريطة مراقبة الجودة أن الإنتاج في هذا المصنع لايسير وفقاً لمواصفات الجودة المحددة من جانب إدارة المصنع، حيث أن العينة رقم (13) قد تجاوزت الحد الأدنى للمراقبة.

ثانيا": لوحة الانحراف المعياري (S-Chart)

في هذا النوع من لوحات مراقبة الجودة يتم فحص الانحراف المعياري لكل عينة من العينات لتحديد مدى وجود عينة شاذة تخرج عن النطاق المتوقع لحدود الانحرافات المعيارية في العملية الإنتاجية .

ملاحظة :

يشترط في استخدام لوحة الانحراف المعياري ان يكون عدد العينات اكبر من او تساوي (9) اما في حالة عدد العينات الأقل من (9) فأننا نستخدم نوع اخر من لوحات المراقبة وهي لوحة المدى (R- Chart) .

عند رسم لوحة الانحراف المعياري (S-Chart) يجب ان نفرق بين حالتين :-

1- في حالة ان يكون الانحراف المعياري للمجتمع معلوم .
2- في حالة ان يكون الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم .

الحالة الأولى: (في حالة معلومية الانحراف المعياري للمجتمع (σ) .

يتم حساب حدود (S-Chart) كما يلي :

$$UCL = B_6 \sigma$$

$$CL = C_4 \sigma$$

$$LCL = B_5 \sigma$$

حيث ان :

B_6 ، B_5 ، C_4 : قيم ثابتة يتم استخراجها من جداول خاصة .

الحالة الثانية: (في حالة ان يكون الانحراف المعياري للمجتمع (σ) غير معلوم .

في هذه الحالة يمكن رسم لوحة (S-Chart) بطريقتين :

الطريقة الأولى :(باستخدام متوسط الانحرافات المعيارية $\overline{S}$

ويتم حساب الحدود الثلاث للوحة المراقبة كما يلي :

$$UCL = B_6 \frac{\overline{S}}{C4}$$

$$CL = \overline{S}$$

$$LCL = B_5 \frac{\overline{S}}{C4}$$

حيث ان :

$\overline{S}$: متوسط الانحرافات المعيارية للعينات .

الطريقة الثانية : باستخدام الانحراف المعياري المشترك (التجميعي)

ويتم حساب حدود لوحة المراقبة كما يلي :

$$UCL = B_6 \frac{Sp}{C4}$$

$$CL = Sp$$

$$LCL = B_5 \frac{Sp}{C4}$$

حيث ان :

S_p: تمثل اختصار للانحراف المعياري التجميعي(المشترك) ويتم حسابه كما يلي:

$$S_p = \sqrt{\frac{(n-1)(S_1^2+S_2^2+\cdots\ldots\ldots+S_k^2)}{K(n-1)}}$$

مثال 1:

يقوم احد المصانع التي تقوم بتعبئة المعكرونة بتقييم الوضع الحالي لمستوى الجودة في العملية الإنتاجية من خلال رسم لوحة (S-Chart) وقد تم تجميع البيانات الموضحة بالجدول التالي لاحد خطوط الإنتاج .

والمطلوب // رسم لوحة الانحراف المعياري (S-Chart) لهذه البيانات مع العلم بان حدود الانحراف المعياري المسموح به في الوزن من جانب الإدارة هو (20±) غرام في العبوة الواحدة .علما ان :

$B_6 = 1.806$, $B_5 = 0.113$, $C_4 = 0.9594$

رقم العينة	الوحدة(1)	الوحدة(2)	الوحدة(3)	الوحدة(4)	الوحدة(5)	الوحدة(6)	الوحدة(7)	الانحراف المعياري s	التباين S^2
1	951	1000	1005	1020	1000	974	960	25.64	657.48
2	1013	955	1004	1009	967	1030	991	26.53	703.95
3	1006	971	989	1002	988	998	994	11.54	133.29
4	1008	971	977	988	989	975	980	12.46	155.33
5	996	970	962	958	995	980	975	14.90	221.95
6	1026	968	960	961	1027	1030	964	34.55	1193.48
7	988	956	965	988	979	970	996	14.37	206.62
8	983	995	1000	1008	952	1009	993	19.57	382.95
9	971	978	959	965	984	1023	962	21.96	482.29
10	950	989	1021	1024	970	1014	1009	28.11	789.90
11	987	959	993	965	1022	1012	1003	23.32	543.95
12	972	953	998	1011	1023	969	1029	29.32	859.95
13	961	960	975	1011	1019	978	972	23.45	549.90
14	1009	1006	991	976	1021	1009	955	22.97	527.57
15	954	982	1028	953	1000	983	969	26.56	705.24
16	981	986	1016	1028	987	961	1028	25.97	674.48
17	992	968	1000	1018	984	1021	979	19.76	390.62
18	963	1004	1002	956	1014	1008	957	26.20	686.24
19	966	951	972	1030	957	986	1024	31.64	1000.90
20	1018	1004	1020	966	1024	959	981	27.09	733.67
المجموع								465.8	11599.8

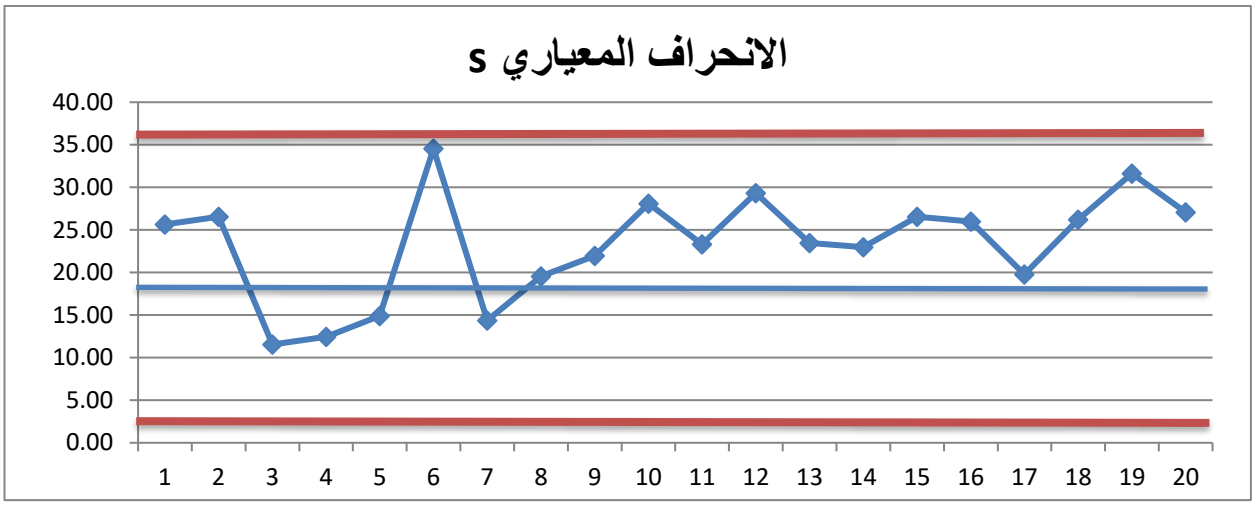
نقوم بحساب الحدود الثلاث علمان ان الانحراف المعياري معلوم $(\sigma = 20)$ لذا نستعمل القوانين التالية

$$UCL = B_6\,\sigma = (1.806)(20) = 36.12$$

$$CL = C_4\,\sigma = (0.9594)(20) = 19.19$$

$$LCL = B_5\,\sigma = (0.113)(20) = 2.26$$

ويكون الرسم بالشكل التالي:



التعليق :

من ملاحظة الرسم أعلاه نجد ان العملية الإنتاجية تسير وفق المواصفات ولا توجد أي انحرافات عن الوضع المثالي

مثال 2:

من المثال السابق بفرض انه لم يتوفر بيان بشأن الانحراف المعياري لوزن العبوة في ذلك المصنع .

المطلوب : ارسم لوحة الانحراف المعياري (S-Chart) (باستخدام متوسط الانحرافات المعيارية للعينات (S-bar) .

الحل :

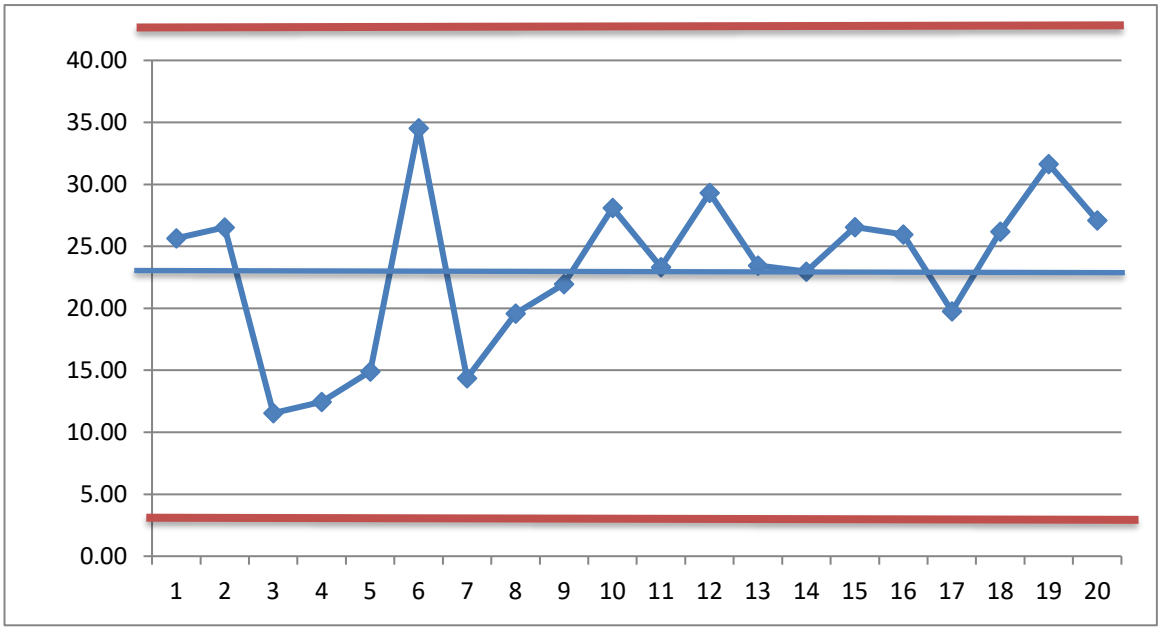
- نقوم بحساب الانحراف المعياري لكل عينة وتم الحصول على النتائج في الجدول أعلاه .
- يتم حساب الحدود كما يلي :
- نقوم بحساب متوسط الانحرافات المعيارية:

$$\bar{S} = \frac{465.8}{20} = 23.3$$

$$UCL = B_6 \frac{\bar{S}}{C4} = (1.806)\left(\frac{23.3}{0.9594}\right) = 43.86$$

$$CL = \bar{S} = 23.3$$

$$LCL = B_5 \frac{\bar{S}}{C4} = (0.113)(\frac{23.3}{0.9594}) = 2.74$$



التعليق :

من ملاحظة الرسم أعلاه نجد ان العملية الإنتاجية تسير وفق المواصفات ولا توجد أي انحرافات عن الوضع المثالي .

مثال 3:

نفس المثال السابق

المطلوب / رسم لوحة الانحراف المعياري باستخدام الانحراف المعياري التجميعي (S (pooled

الحل :

نقوم بحساب التباين لكل عينه وتم حسابها والنتائج موضحة بالجدول (العمود الأخير) ثم نقوم بحساب الانحراف التجميعي

$$S_p = \sqrt{\frac{(n-1)(S_1^2+S_2^2+\cdots\ldots\ldots+S_k^2)}{K(n-1)}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(7-1)(11599.8)}{20(7-1)}} = 24.08$$

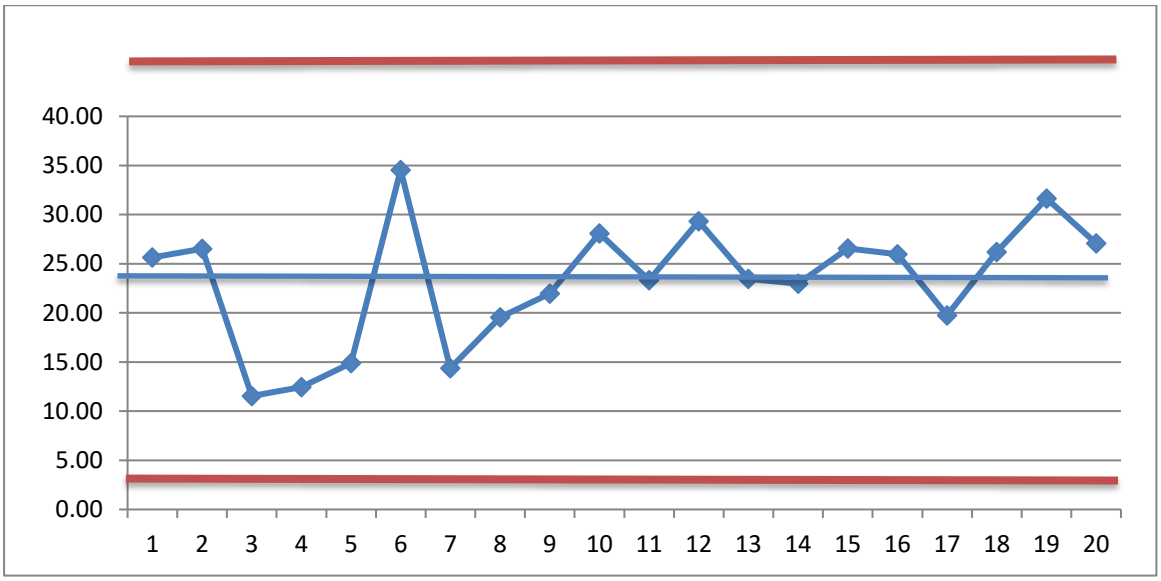
ويتم حساب حدود لوحة المراقبة كما يلي :

$$UCL = B_6 \frac{Sp}{C4} = (1.806)\left(\frac{24.08}{0.9594}\right) = 45.33$$

$$CL = Sp = 24.08$$

$$LCL = B_5 \frac{Sp}{C4} = (0.113)\left(\frac{24.08}{0.9594}\right) = 2.83$$

ويتم رسم اللوحة كما في ادناه



التعليق :

من ملاحظة الرسم أعلاه نجد ان العملية الإنتاجية تسير وفق المواصفات ولا توجد أي انحرافات عن الوضع المثالي .

ثالثا": لوحة المدى (R-Chart)

تعتبر لوحة المدى بديلا الى لوحة الانحراف المعياري وتتسم هذه اللوحة بسهولة الفهم بالمقارنة بالانحراف المعياري خاصة لغير المتخصصين في علم الإحصاء .

يتم حساب حدود لوحة المدى (R-Chart) كما يلي :

1- خط المنتصف (CL) يتم حسابه كما يلي :

$$CL = \bar{R}$$

2- الحد الأعلى للمراقبة (UCL) يتم حسابه كما يلي :

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

3- الحد الأدنى للمراقبة (LCL) يتم حسابه كما يلي :

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

حيث:

$\bar{R}$: متوسط المدى

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{K} \quad , \quad i = 1 , 2 , ..., k$$

D_3 , D_4 : قيم يتم استخراجها من جدول خاص لمعامل لوحات المراقبة .

مثال :

من البيانات التالية ارسم لوحة مراقبة الجودة للمدى (R-Chart) وعلق على النتائج؟

اذا علمت ان : $D_4 = 2.28$, $D_3 = 0$

رقم العينة	الوحدة(1)	الوحدة(2)	الوحدة(3)	الوحدة(4)	Rالمدى
1	969	989	1009	970	40
2	971	977	988	989	18
3	970	962	985	995	33
4	968	960	968	1027	67
5	955	965	988	979	33
6	995	1000	1008	952	56
7	978	959	965	984	25
8	988	1021	1024	970	54
المجموع					326

نقوم بحساب الحدود الثلاثة للوحة المراقبة كما يلي :

1- خط المنتصف (CL) يتم حسابه كما يلي :

$$CL = \bar{R} = \frac{326}{8} = 40.75$$

2- الحد الأعلى للمراقبة (UCL) يتم حسابه كما يلي :

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

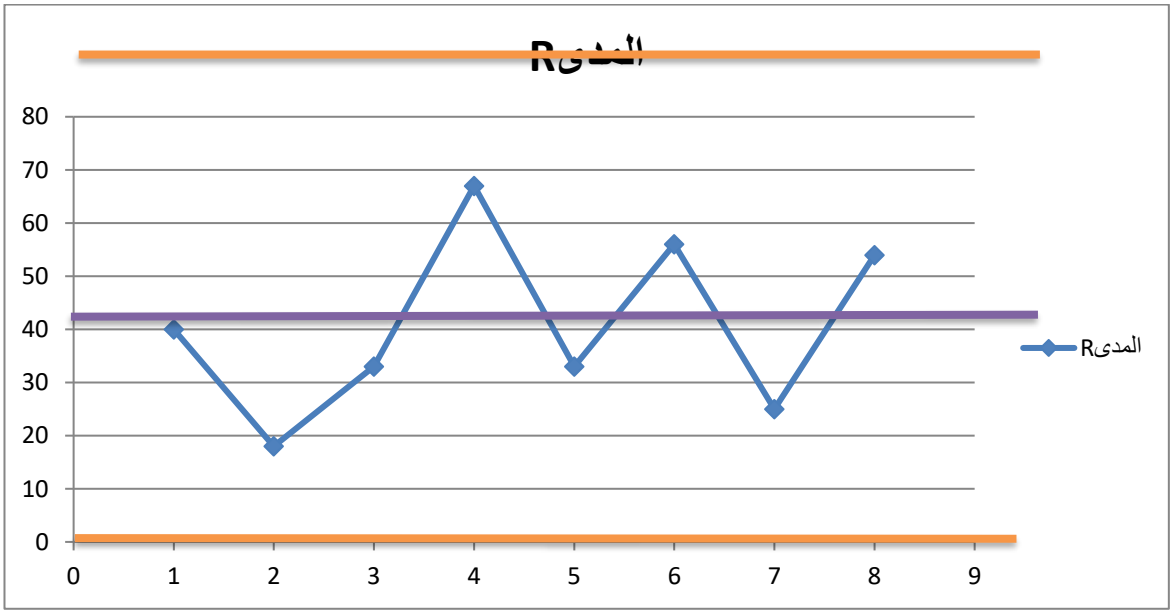
$$= (2.28)(40.75) = 92.91$$

3- الحد الأدنى للمراقبة (LCL) يتم حسابه كما يلي :

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

$$= (0)(40.75) = 0$$

ويكون الرسم بالشكل التالي :



التعليق:

نلاحظ من رسم اللوحة انه لا توجد أي نقطة تقع خارج حدي المراقبة وبالتالي فان العملية الإنتاجية تسير وفق ما مخطط لها .

ثانيا" : لوحات السيطرة للخواص (الصفات)

تستخدم هذه اللوحات في حالة الفحص التمييزي للخواص الصريحة أي التي لاتقاس بوحدات قياس .

وتهدف هذه اللوحات الى تحديد مستوى الجودة (نسبة المعيب او عدد العيوب او عدد الوحدات المعيبة) وتوجيه الانتباه لتصحيح أي تغيرات في المتوسط بالإضافة الى تحديد معايير القبول للمنتجات قبل الشحن الى العميل .

وتقسم الى :

1- لوحة نسبة الوحدات المعيبة (p – chart)
2- لوحة عدد الوحدات المعيبة (NP- Chart)
3- لوحة التحكم في عدد العيوب (c-chart)
4- لوحة متوسط عدد العيوب في الوحدة الواحدة (U- chart)

1- لوحة نسبة الوحدات المعيبة (p – chart)

تعرف نسبة الوحدات المعيبة بانها حاصل قسمة عدد الوحدات المعيبة الى حجم العينة.
وتوضح هذه اللوحة التغيرات في نسبة المعيب للمنتجات المصنعة من العملية الإنتاجية .
وتقسم الى :

a- في حالة معلومية نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع .

عند سحب (k) من العينات بحيث تحتوي كل عينة على (n) من الوحدات فان لوحة (p – chart) يتم حساب حدودها كما يلي :

- الحد المركزي(خط المنتصف) CL

$$CL = P$$

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = P + 3\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = P - 3\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

حيث ان :

P : نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع .

b- في حالة نسبة الوحدات المعيبة للمجتمع غير معلومة .

وتوجد هناك حالتين : 1- عند ثبات حجم العينة 2- عندما يكون حجم العينة متغير

1- عند ثبات حجم العينة.

تعرف نسبة المعيب كما يلي:

$$P_j = \frac{D_j}{n_j}$$

حيث ان :

P: تمثل نسبة المعيب .

n_j : عدد وحدات العينة j .

D_j : عدد الوحدات المعيبة في العينة j .

ويتم حساب الحدود للوحة التحكم كما يلي

- خط المنتصف CL.

وهو متوسط نسبة الوحدات المعيبة لجميع العينات

$$CL = \bar{P}$$

اوهو ناتج قسمة عدد الوحدات المعيبة على عدد الوحدات المفحوصة

$$\bar{P} = \frac{\sum P_j}{K}$$

OR :

$$\bar{P} = \frac{\sum D_j}{\sum n_j} = \frac{\sum D_j}{n*K}$$

حيث

$\bar{P}$: معدل (متوسط) نسبة المعيب

K : عدد العينات المسحوبة

D_j : عدد الوحدات المعيبة في العينة (j)

n_j : حجم العينة رقم (j)

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

2- عندما يكون حجم العينة متغير

لا يمكن ان يكون حجم العينة ثابتا دائما ولكنه قد يختلف بين الحين والأخر نلاحظ ان الحدود للوحة نسبة الوحدات المعيبة تعتمد على حجم العينة (n) لذلك لابد من حساب الحدود العليا والدنيا لكل عينة على حدة .

$$P_s = \frac{D_s}{n_s}$$

$$\bar{P} = \frac{\sum D_s}{\sum n_s} = \frac{\sum P_s}{K}$$

حيث ان :

P: نسبة المعيب

D_S : عدد الوحدات المعيبة في العينة

n_s : حجم العينة S

$\bar{P}$: متوسط نسبة المعيب

S: تسلسل العينة

ويتم حساب الحدود الثلاث كما يلي :

- الحد المركزي(خط المنتصف) CL

$$CL = \bar{P} = \frac{\sum D_s}{\sum n_s}$$

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_s}}$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_s}}$$

ملاحظة :

يتم حساب الحد الأعلى والادنى لكل عينة وبعدها يمثل على الرسم بشكل نقطة لكل حد وبالتالي يتم إيصال النقاط التي تمثل الحد الأعلى لكل عينة مع بعضها وكذلك النقاط التي تمثل الحدود الدنيا لكل عينة أيضا وبالتالي نحصل على رسم الحد الأعلى والادنى للوحة ككل ويكون بشكل متعرج وليس خط مستقيم كما في حالة حجم العينة الثابت .

****

مثال 1:

على فرض انه تم سحب (15) عينة من انتاج احد المصانع وتحتوي كل عينة على (50) وحدة والجدول التالي يوضح عدد الوحدات المعيبة في كل عينة .

المطلوب: رسم لوحة p-chart مع العلم بان نسبة الوحدات المعيبة في انتاج هذا المصنع تساوي 4% .

رقم العينة	عدد الوحدات المعيبة D	نسبة المعيب p
1	2	2/50= 0.04
2	4	0.08
3	1	0.02
4	5	0.10
5	2	0.04
6	6	0.12
7	2	0.04
8	3	0.06
9	1	0.02
10	8	0.16
11	4	0.08
12	7	0.14
13	5	0.1
14	2	0.04
15	4	0.08
المجموع	56	1.12

نقوم بحساب الحدود الثلاثة علما ان نسبة الوحدات المعيبة معلومة P= 0.04

علما ان حجم العينة (عدد الوحدات داخل كل عينة) هو n= 50 ثابت .

- خط المنتصف CL . ويمثل نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع P وهي معلومة (0.04)

CL= P = 0.04

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = P + 3\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= 0.04 + 3\sqrt{\frac{0.04(1-0.04)}{50}} \quad = 0.04 + 3\sqrt{0.00768}$$

$$= 0.04 + 0.0831 = 0.1231 = 0.12$$

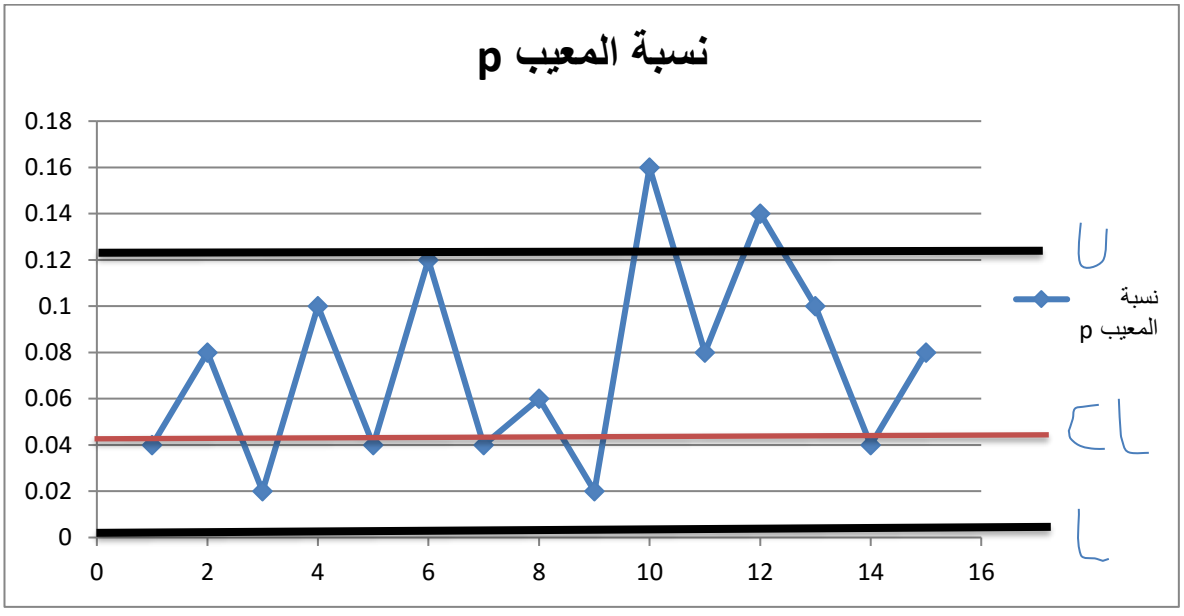
- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = P - 3\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$= 0.04 - 0.0831 = -0.0431 = 0$$

ملاحظة : في حالة ان يكون الحد الأدنى سالبا فانه يستبدل بالصفر .

وبعد حساب الحدود الثلاث وكذلك حساب نسب المعيب لكل عينة كما في الجدول نقوم برسم اللوحة كما يلي :



التعليق :

وجود عينتين رقم 10 و 12 قد تجاوزت الحد الأعلى للمراقبة وبذلك نستدل على وجود خلل في العملية الإنتاجية .

مثال 2: من بيانات المثال السابق

المطلوب : رسم لوحة p- chart (مع افتراض ان نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع مجهولة)

الحل :

يتم حساب الحدود الثلاث للوحة المراقبة كالاتي :

- خط المنتصف CL ويمثل نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع P ونظرا لأنها مجهولة فقد تم تقديرها كما يلي :

$$\bar{P} = \frac{\sum D_j}{\sum n_j} = \frac{\sum D_j}{n*K} = \frac{56}{50*15} = \frac{56}{750} = 0.075$$

$$OR \quad \bar{P} = \frac{\sum P_j}{K} = \frac{1.12}{15} = 0.075$$

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

$$= 0.075 + 3\sqrt{\frac{0.075(1-0.075)}{50}} = 0.075 + 3\sqrt{0.00139}$$

$$= 0.075 + 0.112 = 0.187$$

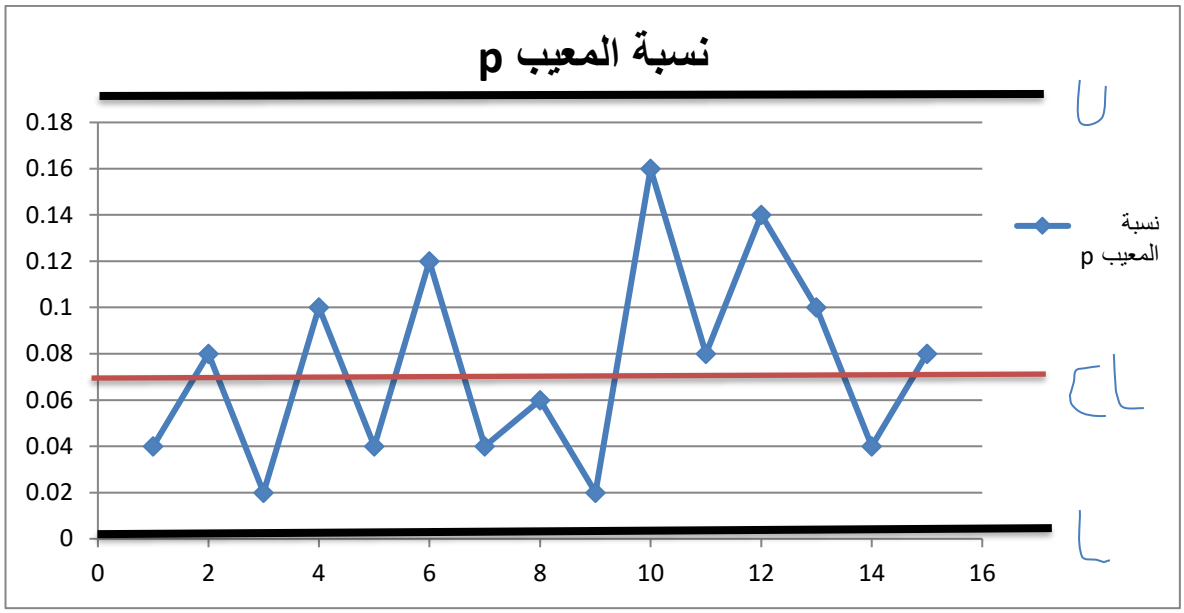
- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

$$= 0.075 - 3\sqrt{\frac{0.075(1-0.075)}{50}} = 0.075 - 3\sqrt{0.00139}$$

$$= 0.075 - 0.112 = -0.037 = 0$$

وبعد احتساب الحدود يتم رسم اللوحة كما يلي :



التعليق :

نلاحظ من رسم اللوحة بانه لا توجد أي نقطة (عينة) تقع خارج حدي المراقبة وبالتالي فان العملية الإنتاجية تسير في الاطار الطبيعي لها .

ملاحظة هامة (اللوحة المعدلة)

في حالة وجود نقاط تقع خارج حدود السيطرة فيمكن استبعادها ويتم انشاء حدود للوحة الجديدة تسمى اللوحة المعدلة وكالاتي:

$$\bar{P}_{new} = \frac{\sum P_{j-} P_d}{K - k_d}$$

$$\text{Or } \bar{P} = \frac{\sum D_{j-} D_d}{\sum n_s - n_d}$$

حيث ان :

P_d : مجموع نسب المعيب للعينات المستبعدة

K_d : عدد العينات المستبعدة

D_d : مجموع عدد العيوب للعينات المستبعدة

n_d : مجموع حجم العينات المستبعدة .

مثال 3: (عندما يكون حجم العينة غير ثابت)

جمعت بيانات خاصة بإنتاج مصنع معين لمعرفة مستوى النوعية للإنتاج بحجم (20) عينة كالتالي :

رقم العينة	حجم العينة	عدد المنتجات المعيبة	نسبة المعيب p	الحد الأعلى ucls	الحد الأدنى lcls
1	1000	8	0.008	0.022	0.002
2	900	9	0.010	0.023	0.001
3	1100	11	0.010	0.022	0.002
4	800	10	0.013	0.024	0.000
5	1200	12	0.010	0.021	0.003
6	1200	10	0.008	0.021	0.003
7	900	9	0.010	0.023	0.001
8	1100	11	0.010	0.022	0.002
9	1100	10	0.009	0.022	0.002
10	1000	15	0.015	0.022	0.002
11	900	12	0.013	0.023	0.001
12	900	15	0.017	0.023	0.001
13	800	8	0.010	0.024	0.000
14	1000	15	0.015	0.022	0.002
15	900	12	0.013	0.023	0.001
16	1100	11	0.010	0.022	0.002
17	1100	20	0.018	0.022	0.002
18	900	18	0.020	0.023	0.001
19	1200	24	0.020	0.021	0.003
20	1000	15	0.015	0.022	0.002
المجموع	20100	255	0.254		

الحل :

يتم احتساب نسبة المعيب لكل عينة

$$P=\frac{D_s}{n_s}$$

ثم نقوم باحتساب متوسط نسبة المعيب والتي تمثل الحد المركزي

- الحد المركزي(خط المنتصف) CL

$$\bar{P} = \frac{\sum D_s}{\sum n_s} = \frac{255}{20100} = 0.012$$

ثم نقوم بحساب الحد الأعلى والادنى لكل عينة فمثلا العينة الأولى يكون :

- الحد الأعلى للمراقبة UCL_1

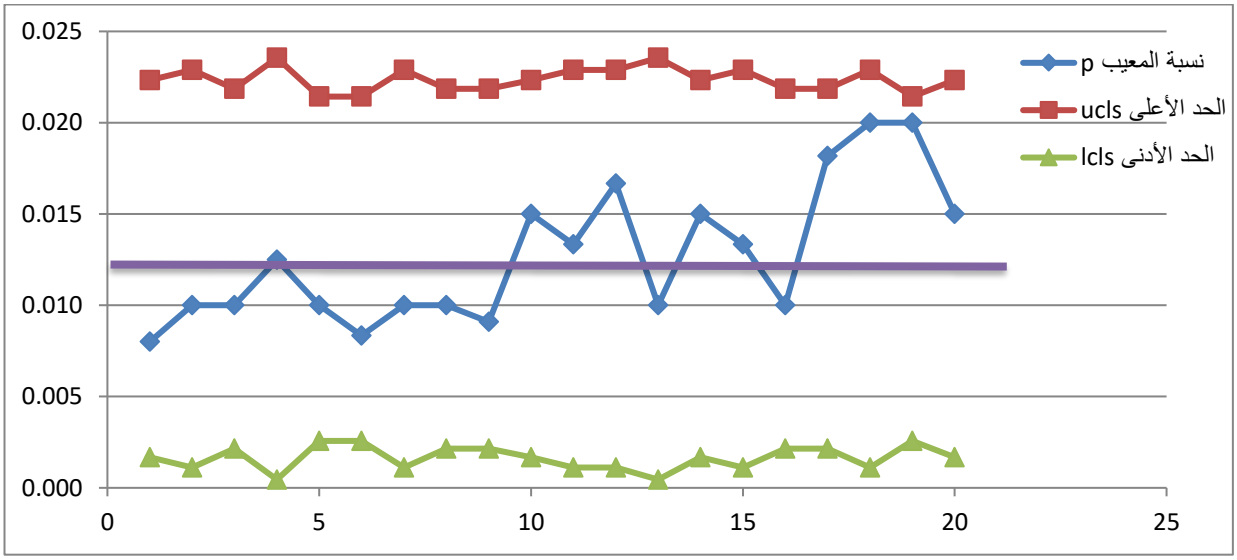
$$UCL_1 = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_1}} = 0.012 + 3\sqrt{\frac{0.012(1-0.012)}{1000}} = 0.012 + 0.010 = 0.022$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL_1

$$LCL_1 = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_1}} = 0.012\ 0.010 = 0.002$$

وهكذا يتم حساب الحدود العليا والدنيا لبقية العينات وكما موضح في الجدول

وبالتالي نرسم اللوحة كما يلي:



2- لوحة عدد الوحدات المعيبة (عدد المعيب) (np – chart)

ان الهدف من هذه اللوحة مراقبة عدد الوحدات غير المطابقة في العملية الإنتاجية وتستخدم هذه اللوحة عندما يكون حجم العينة ثابت .

- عند سحب k من العينات ،تحتوي كل عينة على n من الوحدات فان لوحة np- chart يتم حساب الحدود كما يلي :
- خط المنتصف CL CL = np
- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = np + 3\sqrt{np(1-p)}$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

حيث :

P: تمثل نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع .

ملاحظة : في حالة النسبة P غير معلومة يتم تقديرها بإحدى الطريقتين المذكورتين سابقا في لوحة نسبة المعيب

$$\overline{P} = \frac{\sum D_j}{n*K}$$

OR :

$$\overline{P} = \frac{\sum P_j}{K}$$

مثال(1) : بفرض انه تم سحب (10) عينة بحيث تحتوي كل عينة على (100) وحدة من انتاج احد المصانع والجدول التالي يوضح عدد الوحدات المعيبة في كل عينة .

المطلوب // رسم لوحة np- chart مع العلم بأن نسبة الوحدات المعيبة في هذا المصنع تساوي 6% ؟

رقم العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
عدد الوحدات المعيبة np	2	7	4	11	8	15	6	10	5	3	71

الحل : من السؤال نلاحظ بان نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع معلومة p=0.06 ،
اذن يتم حساب الحدود الثلاثة كما يلي :

- خط المنتصف يحسب كما يلي :

CL = np = (100)(0.06) = 6

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = np + 3\sqrt{np(1-p)}$$

$$UCL = 6 + 3\sqrt{6(1-0.06)} = 6 + 3\sqrt{5.64}$$

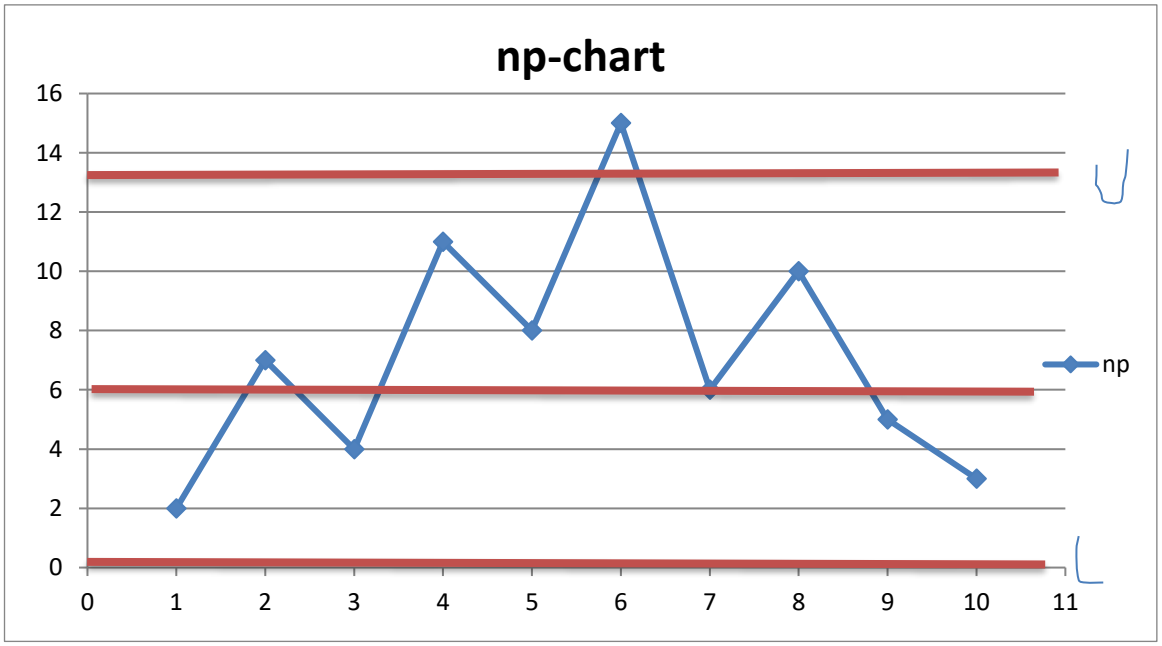
$$= 6 + 7.1246 = 13.12$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

$$LCL = 6 - 7.1246 = -1.1246 = 0$$

ويكون رسم اللوحة كالاتي:



التعليق : نلاحظ من اللوحة أعلاه بان هناك نقطة واحدة وهي العينة رقم (6) تجاوزت الحد الأعلى للوحة المراقبة وهذا يدل على ان هناك خلل في العملية الإنتاجية يتعين دراسة الأسباب

وتكون اللوحة المعدلة في هذه الحالة فقط باستبعاد العينة رقم 6 وتبقى الحدود هنا كما هي عليه دون تغيير .

مثال(2): نفس معلومات المثال السابق المطلوب رسم لوحة np-chart (بافتراض ان نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع غير معلومة). وارسم اللوحة المعدلة في حال وجود عينات تقع خارج حدود التحكم .

الحل :- يتم حساب الحدود كما يلي :

- **خط المنتصف CL**

نظرا لان نسبة الوحدات المعيبة في المجتمع غير معلومة لذا يتم تقدير $\bar{P}$ كما يلي :

$$\bar{P} = \frac{\sum D_j}{n*K} = \frac{71}{(100)(10)} = \frac{71}{1000} = 0.071$$

$$CL = n\bar{P} = (100)(0.071) = 7.1$$

- **الحد الأعلى للمراقبة UCL**

$$UCL = n\bar{P} + 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$UCL = 7.1 + 3\sqrt{7.1\,(1-0.071)} = 7.1 + 3\sqrt{6.5959}$$

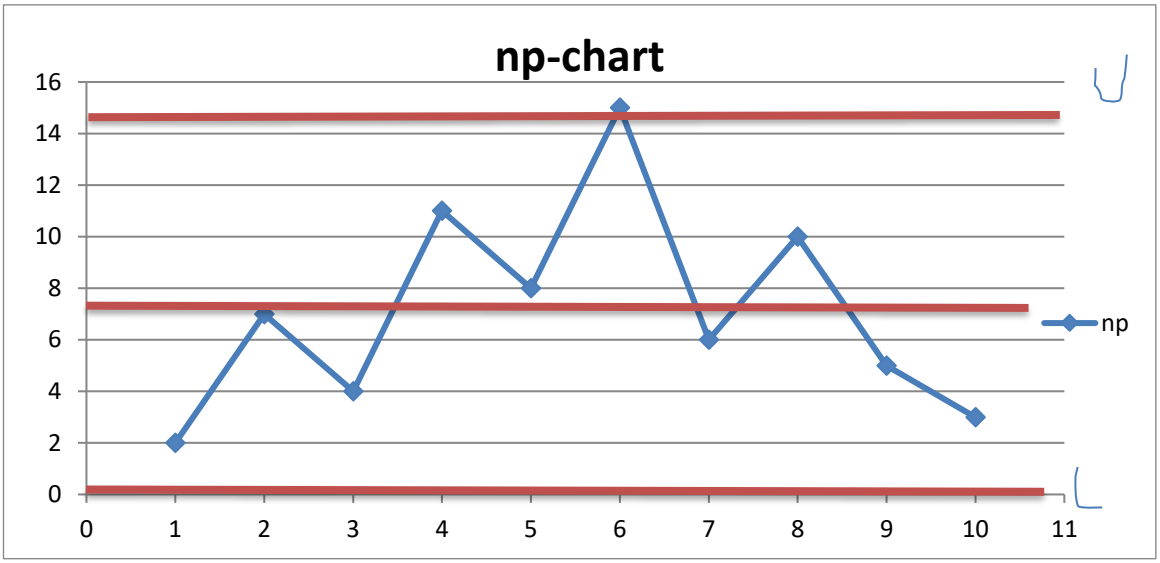
$$= 7.1 + 7.7 = 14.8$$

- **الحد الأدنى للمراقبة LCL**

$$LCL = n\bar{P} - 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$= 7.1 - 7.7 = -0.6 = 0$$

ويتم رسم اللوحة كما يلي :



التعليق : نلاحظ من اللوحة أعلاه بان هناك نقطة واحدة وهي العينة رقم (6) تجاوزت الحد الأعلى للوحة المراقبة وهذا يدل على ان هناك خلل في العملية الإنتاجية يتعين دراسة الأسباب

اللوحة المعدلة :

بما ان العينة رقم 6 تقع خارج الحد الأعلى لذا يجب استبعادها وحساب حدود التحكم للوحة الجديدة كما يلي :

$$\bar{P}_{new} = \frac{71-15}{(100)(10-1)} = \frac{56}{900} = 0.062$$

- $CL = n\bar{P}_{new} = (100)(0.062) = 6.2$
- الحد الأعلى للمراقبة UCL
- $UCL = n\bar{P}_{new} + 3\sqrt{n\bar{P}_{new}(1-\bar{P}_{new})}$

$$UCL = 6.2 + 3\sqrt{6.2(1-0.062)} = 6.2 + 3\sqrt{5.83}$$

$$= 6.2 + 7.24 = 13.44$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL
- $UCL = n\bar{P}_{new} - 3\sqrt{n\bar{P}_{new}(1-\bar{P}_{new})}$

$$= 6.2 - 7.24 = 0$$

وبذلك يتم رسم اللوحة الجديدة

3- لوحة التحكم في عدد العيوب (C – chart)

تستخدم هذه اللوحة لبيان عدد العيوب في الوحدة المنتجة لانه في بعض الأحيان قد يكون المنتج يحتوي على عدد من العيوب ولكن لا يمكن ان يعتبر معيبا.

مثلا :

في صناعة الاقمشة فقد يحتمل ان يكون هناك اكثر من عيب في اطوال القماش عند نقاط مختلفة لكن لا يمكن ان نعتبر ان القماش كله معيب وكذلك الحال بالنسبة الى صناعة السيارات والنقالات وفي أجهزة الراديو والتلفزيون وفي طباعة الورق وغيرها .

وكذلك يفضل استخدام هذه اللوحة عندما لا يمكن سحب اكثر من عينة من المنتج مثل صناعة الطائرات .

وتتكون حدود اللوحة كما يلي :

- خط المنتصف CL

$$CL = \overline{C}$$

ويمثل متوسط عدد العيوب لجميع العينات المأخوذة .

$$\overline{C} = \frac{\sum C_i}{K}$$

حيث ان :

$\overline{C}$: متوسط عدد العيوب لجميع العينات

C_i : عدد العيوب في العينة رقم (i)

K: عدد العينات

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$$

الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$$

وأيضا يمكن انشاء اللوحة المعدلة في حالة وجود عينات خارج الحدود ولها أسباب ملموسة.

وكالاتي :

$$\overline{C}_{new} = \frac{\sum C_{i-} c_d}{K - k_d}$$

K_d: عدد العينات التي تقع خارج الحدود التي لها أسباب ملموسة .

C_d : عدد العيوب العائدة للعينات الخارجة عن الحدود

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \overline{C}_{new} + 3\sqrt{\overline{C}_{new}}$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \overline{C}_{new} - 3\sqrt{\overline{C}_{new}}$$

مثال :تم تسجيل بيانات عدد عيوب الطباعة لعدد (20) عينة من اثواب القماش وكل عينة تحتوي على ثوب واحد .
المطلوب // انشاء لوحة التحكم في عدد العيوب (c-chart) وحلل النتائج في مجال ضبط جودة المنتج .

رقم العينة	عدد العيوب	الملاحظات
.1	12	
.2	13	
.3	10	
.4	15	
.5	10	
.6	11	
.7	11	
.8	15	
.9	13	
.10	12	
.11	25	وجود اعطال في ماكينات الطباعة
.12	11	
.13	9	
.14	10	
.15	7	
.16	11	
.17	9	
.18	13	
.19	8	

.20	15	

الحل :

- الحد الأوسط CL

$$CL = \overline{C}$$

$$\overline{C} = \frac{\sum C_i}{K} = \frac{240}{20} = 12$$

- الحد الأعلى للمراقبة UCL

$$UCL = \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$$

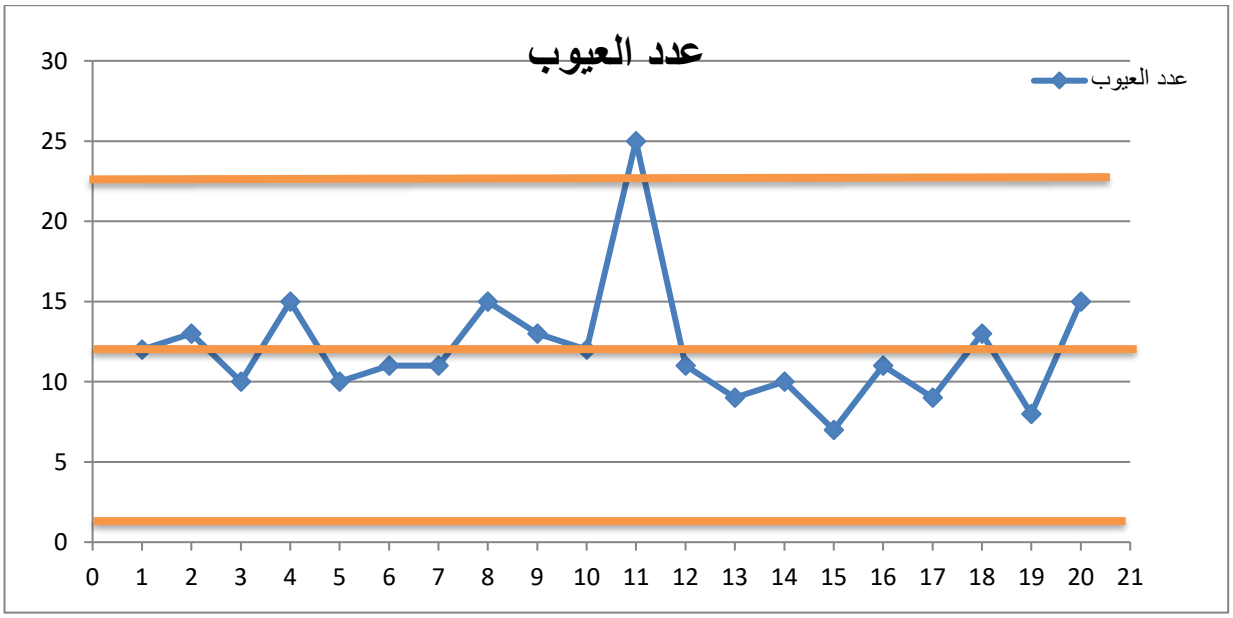
$$= 12 + 3\sqrt{12} = 12 + 10.38 = 22.38$$

الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$$

$$= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 10.38 = 1.62$$

ويكون رسم اللوحة كما يلي :



يتضح من الرسم ان النقطة رقم (11) خرجت عن حدود التحكم بسبب وجود اعطال في ماكينات الطباعة وليس هناك أي دليل على وجود تغيرات غير عشوائية داخل حدود التحكم .

الاجراء التصحيحي (اللوحة المعدلة)

- يتم استبعاد النقاط التي خرجت عن حدود التحكم نتيجة لأسباب ملموسه مثل النقطة (11) .

لذلك يتم انشاء لوحة (C- chart) المعدلة وكالتالي :

- الخط الوسط CL
- $\overline{C}_{new} = \frac{\sum C_{i-} C_d}{K-k_d} = \frac{240-25}{20-1} = \frac{215}{19} = 11.32$
- الحد الأعلى للتحكم UCL

$$UCL = \overline{C}_{new} + 3\sqrt{\overline{C}_{new}}$$

$$= 11.32 + 3\sqrt{11.32} = 11.32 + 3(3.36) = 11.32 + 10.08 = 21.4$$

- الحد الأدنى للمراقبة LCL

$$LCL = \overline{C}_{new} - 3\sqrt{\overline{C}_{new}}$$

$$= 11.32 - 10.08 = 1.24$$

ويتم رسم اللوحة بناءا على الحدود الجديدة ومن خلال الرسم نجد ان جميع العينات تكون داخل حدود التحكم .

فلو كانت لدينا نقاط أيضا تقع خارج حدود التحكم ولها أسباب ملموسة فنقوم باستبعاد تلك النقاط ونعيد احتساب الحدود العليا والدنيا مع الرسم من جديد .

4- لوحة متوسط عدد العيوب في الوحدة الواحدة (U – chart)

تُراقب متوسط عدد المخالفات في الوحدة الواحدة ، مثل عدد العيوب في طائرة او في قارب او قطعة قماش ، وغالبا ما تُستخدم مع احجام متغيرة من العينات مع إمكانية استخدامها أيضا مع احجام ثابته، ورياضيا تتوافق هذه اللوحة مع لوحة (C-chart) كونها تُراقب بيانات تتبع توزيع بواسون ولذلك فان خطواتها واجراءاتها مشابه الى لوحة (C-chart) لتحقيق الأهداف .

- بناء لوحة (U – chart)

تكون لوحة المراقبة هذه لمراقبة حالة تتبع توزيع بواسون ومنه فان :

$$\mu = u \quad , \quad \sigma_u = \sqrt{\frac{u}{n}}$$

حيث ان :

U: تمثل متوسط عدد العيوب (المخالفات) في الوحدة الواحدة .

$$U = \frac{C_i}{n}$$

حيث :

n : تمثل حجم العينة

C_i : عدد المخالفات (العيوب) في المجموعة الجزئية (العينة)

ويتم احتساب حدود لوحة التحكم (U – chart) في الحالات التالية :

أولا": عندما يكون حجم العينة (n) ثابت

(أ) عندما تكون U معلومة مسبقا :

ويتم حساب الحدود كما يلي :

$$UCL = U + 3\sqrt{\frac{U}{n}}$$

$$CL = U$$

$$LCL = U - 3\sqrt{\frac{U}{n}}$$

(ب)في حالة كون (u) مجهولة :

$$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

$$CL = \bar{U}$$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

حيث ان:

$\bar{U}$: يمثل معدل متوسط عدد العيوب(المخالفات) في المجموعات الجزئية أي ان:

$$\bar{U} = \frac{\sum U_i}{K}$$

K: تمثل عدد العينات

U_i: تمثل متوسط عدد العيوب في المجموعة الجزئية i .

ثانيا": عندما يكون حجم العينة (n) متغير

ويمكن استخدامها بثلاث حالات :

1- بقاء حجم العينة متغير لكل عينة واستخراج حدود السيطرة لكل عينة حسب حجمها وعندها سيكون لدينا من الرسم حدود سيطرة متذبذبة (أي لا يكون الخط مستقيم). ويمكن استخدام مع U معلومة او استخراج المتوسط $\bar{U}$ عندما لا تكون معلومة وتستخرج لكل عينة وفي الحالتين سيكون لدينا متغير واحد هو حجم العينة في صيغة الانحراف المعياري حيث :

U معلومة $\quad \sigma_u = \sqrt{\frac{u}{n}} = \frac{\sqrt{\bar{U}}}{\sqrt{n_i}}$

U مجهولة $\quad$ or : $\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = \frac{\sqrt{\bar{U}}}{\sqrt{n_i}}$

ويتم حساب الحدود كما يلي :

- عندما تكون U معلومه

$$UCL = U + 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_i}}$$

$$CL = U$$

$$LCL = U - 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_i}}$$

- **عندما تكون U مجهولة**

- $UCL = \overline{U} + 3\frac{\sqrt{\overline{U}}}{\sqrt{n_i}}$
- $CL = \overline{U}$
- $LCL = \overline{U} - 3\frac{\sqrt{\overline{U}}}{\sqrt{n_i}}$

2- استخدام متوسط حجم العينة $(\overline{n})$ والذي يستخرج وفق الصيغة :

$$\overline{n} = \frac{\sum n_i}{K}$$

وأيضا يمكن استخدامها مع U معلومة او مجهولة وهنا للحالتين عند الرسم سيكون حدي السيطرة بخط مستقيم وتكون لدينا الصيغ التالية :

- **عندما تكون U معلومه**

$$UCL = U + 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{\overline{n}}}$$

$$CL = U$$

$$LCL = U - 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{\overline{n}}}$$

- **عندما تكون U مجهولة**

- $UCL = \overline{U} + 3\frac{\sqrt{\overline{U}}}{\sqrt{\overline{n}}}$
- $CL = \overline{U}$
- $LCL = \overline{U} - 3\frac{\sqrt{\overline{U}}}{\sqrt{\overline{n}}}$

3- استخراج لوحة السيطرة المعيارية :

حيث ان حدود التحكم تكون كما يلي :

$UCL = 3$

$CL = 0$

$LCL = -3$

وتستخرج القيم القياسية وفق الصيغة

$$Z_i = \frac{U_i - \overline{U}}{\sqrt{\frac{\overline{U}}{n_i}}}$$

ويتم رسم اللوحة مع القيم القياسية .

مثال1 :

ادناه بيانات عن عدد المخالفات المسجلة في (15) عينة كل منها تحتوي على (60) وحدة في عملية فحص لعملية إنتاجية

1,2,3,6,4,8,5,3,3,2,1,2,7,4,3

م// استخدم لوحة متوسط عدد المخالفات في الوحدة الواحدة لبيان اذا كانت العملية تحت السيطرة

الحل : نستخرج معدل المخالفات في الوحدة الواحدة لكل عينة بقسمة عدد المخالفات على حجم العينة (60) ثم للمجموع كما في الجدول التالي :

رقم العينة	C	U = $\frac{C}{n}$
.1	3	3/60 = 0.05
.2	4	0.07
.3	7	0.12
.4	2	0.03
.5	1	0.02
.6	2	0.03
.7	3	0.05
.8	3	0.05
.9	5	0.08
.10	8	0.13
.11	4	0.07
.12	6	0.10
.13	3	0.05
.14	2	0.03
.15	1	0.02
المجموع	54	0.90

$= \frac{54}{15} = 3.6\bar{C}$

$= \frac{0.90}{15} = 0.06\bar{U}$

بما ان U مجهولة

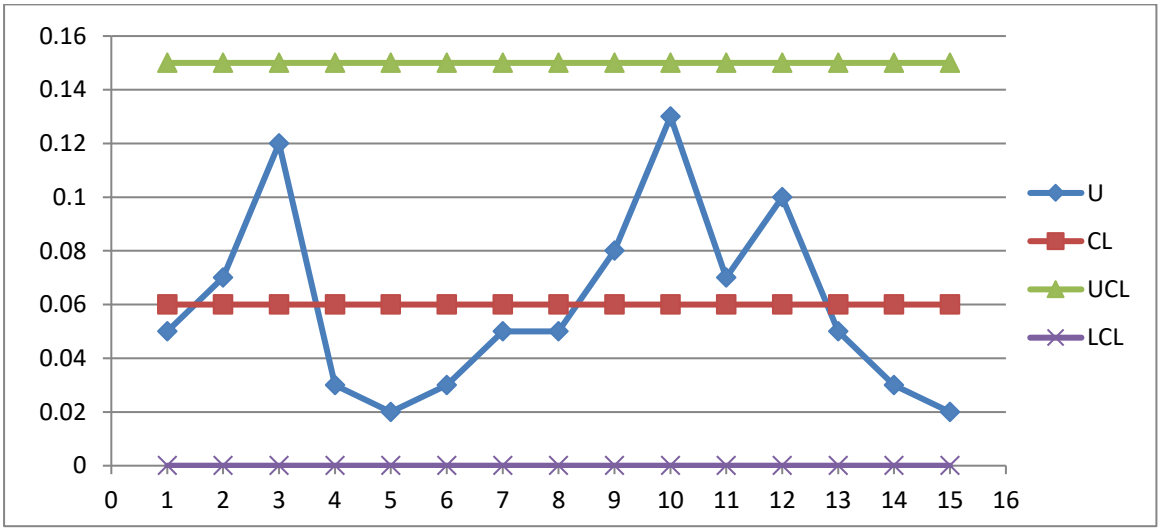
يتم حساب الحدود كما يلي :

$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.06 + 3\frac{\sqrt{0.06}}{\sqrt{60}} = 0.1549$

$CL = \bar{U} = 0.06$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.06 - 3\frac{\sqrt{0.06}}{\sqrt{60}} = -0.03 \cong 0$$

ويتم رسم اللوحة لقيم U للعينات كما يلي :



التعليق : من الرسم نلاحظ ان جميع النقاط تقع ضمن الحدود وبالتالي فان العملية تحت السيطرة .

مثال 2:

سحبت (12) عينة مختلفة الاحجام من خط انتاجي لإنتاج الورق وكان عدد المخالفات وحجم العينة ومعدل العيوب كما في الجدول التالي :-

رقم العينة	n	C	U	LCL	UCL
1	12	22	22/12= 1.83	0.50	2.7
2	10	16	1.60	0.40	2.8
3	8	10	1.25	0.26	2.94
4	14	20	1.43	0.59	2.61
5	11	8	0.73	0.46	2.74
6	13	18	1.38	0.55	2.65
7	9	11	1.22	0.34	2.86
8	10	10	1	0.40	2.80
9	12	23	1.92	0.50	2.70
10	10	15	1.5	0.40	2.80
11	8	14	1.75	0.26	2.94
12	12	14	1.17	0.50	2.70

المجموع	129	181	16.78		

ويتم رسم اللوحة كما يلي علما ان الحد الأعلى والادنى سوف يكون شكلهما متعرج وليس خط مستقيم

م// تحديد فيما اذا كانت العملية تحت السيطرة باستخدام لوحة (u-chart) عندما

1- U = 1.6
2- باستخدام $\bar{U}$
3- باستخدام $\bar{n}$ (اذا كانت U مجهولة)
4- استخدام اللوحة القياسية .

الحل:

1- U=1.6 معلومة وحجم العينة متغير

يتم حساب حد السيطرة المركزي وهو القيمة المعلومة أي ان :

CL = U = 1.6

ويتم حساب حدي السيطرة الأعلى والادنى لكل عينة

فمثلا للعينة الأولى :

$UCL_1 = U + 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_1}} = 1.6 + 3\frac{\sqrt{1.6}}{\sqrt{12}} = 1.6 + 1.1 = 2.7$

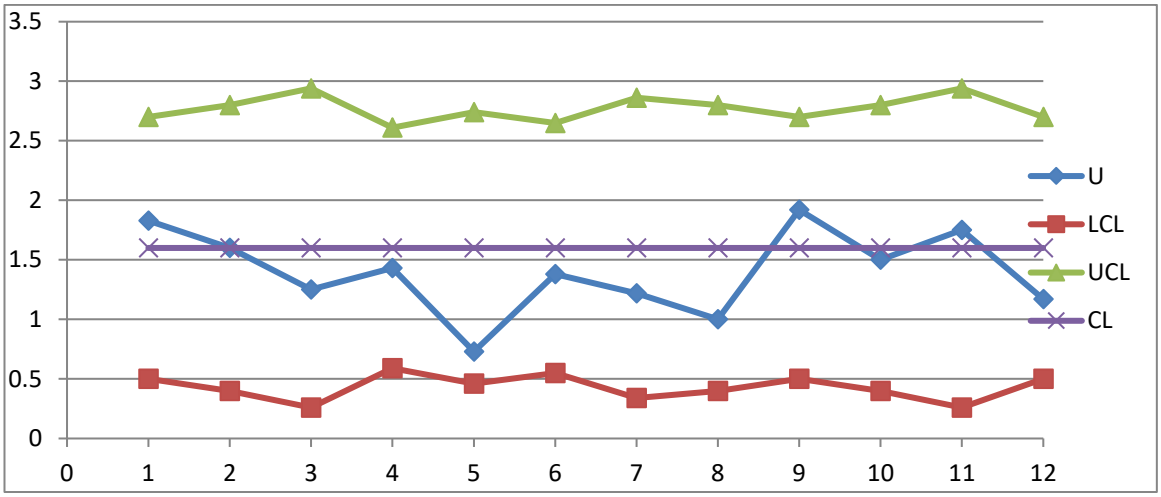
$LCL_1 = U - 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_1}} = 1.6 - 3\frac{\sqrt{1.6}}{\sqrt{12}} = 1.6 - 1.1 = 0.5$

والعينة الثانية :

$UCL_2 = U + 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_2}} = 1.6 + 3\frac{\sqrt{1.6}}{\sqrt{10}} = 1.6 + 1.2 = 2.8$

$LCL_2 = U - 3\frac{\sqrt{U}}{\sqrt{n_2}} = 1.6 - 3\frac{\sqrt{1.6}}{\sqrt{10}} = 1.6 - 1.2 = 0.4$

وهكذا لبقية العينات
وتم حساب الحدود لجميع العينات وكانت النتائج موضحة بالجدول اعلاه
وبعد الانتهاء نرسم اللوحة مع قيم U للعينات



ومن ملاحظ الرسم نجد ان جميع العينات تقع ضمن حدود التحكم مما يدل على ان العملية الإنتاجية تحت السيطرة .

2- باستخدام $\bar{U}$

ويتم حسابة بالصيغة :

$$\bar{U} = \frac{\sum U_i}{K} = \frac{16.78}{12} = 1.398$$

ويتم حساب الحدود كما يلي :

- الحد الأوسط

$CL = \bar{U} = 1.398$

ويتم حساب حدي السيطرة الأعلى والادنى لكل عينة فمثلا

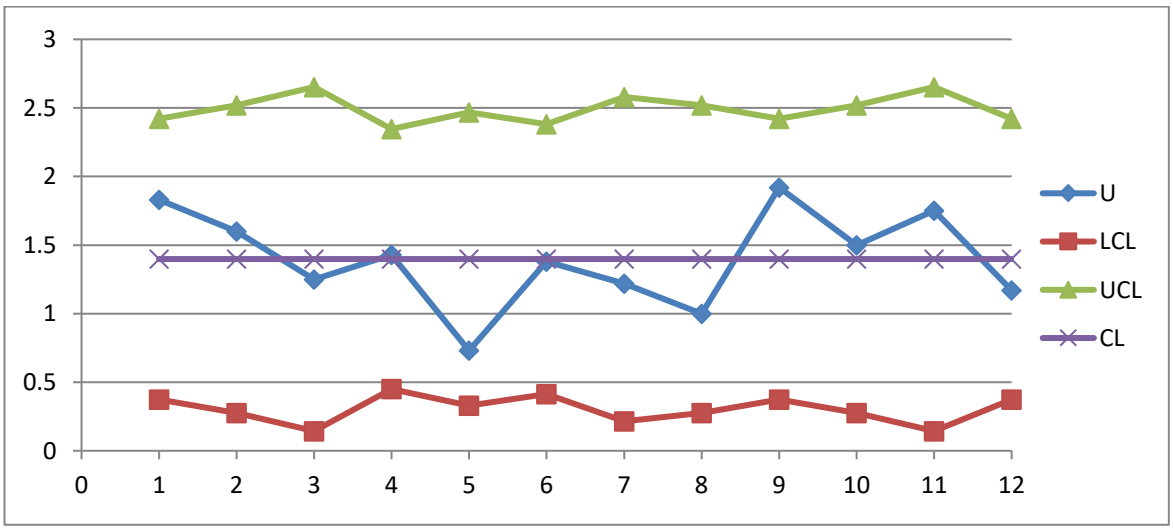
- العينة الأولى

$$UCL_1 = \bar{U} + 3\frac{\sqrt{\bar{U}}}{\sqrt{n_1}} = 1.398 + 3\frac{\sqrt{1.398}}{\sqrt{12}} = 2.42$$

$$LCL_1 = \bar{U} - 3\frac{\sqrt{\bar{U}}}{\sqrt{n_1}} = 1.398 - 3\frac{\sqrt{1.398}}{\sqrt{12}} = 0.38$$

وهكذا لبقية العينات والنتائج كما في الجدول ادناه ثم نرسم اللوحة مع قيم معدلات المخالفات للعينات (U) ، ومن الرسم نلاحظ ان جميع النقاط تقع ضمن الحدود مما يعني ان العملية تحت السيطرة ..

رقم العينة	LCL	UCL
1	0.37	2.42
2	0.28	2.52
3	0.14	2.65
4	0.45	2.35
5	0.33	2.47
6	0.41	2.38
7	0.22	2.58
8	0.28	2.52
9	0.37	2.42
10	0.28	2.52
11	0.14	2.65
12	0.37	2.42
المجموع		



##########

3- باستخدام $\bar{n}$ (معدل احجام العينات) (اذا كانت U مجهولة نستخدم $\bar{U}$)

من الجدول نجد ان :

$$\bar{n} = \frac{\sum n_i}{K} = \frac{129}{12} = 10.75 \cong 11$$

ونستخرج قيم جديدة لمعدلات المخالفات للعينات بالقسمة على (11) بدلا من قيم العينات الأساسية المتغيرة ثم نستخرج متوسط المعدلات كما يلي :

رقم العينة	C	U=C/$\bar{n}$
1	22	22/11= 2
2	16	1.45
3	10	0.91
4	20	1.82
5	8	0.73
6	18	1.64
7	11	1.00
8	10	0.91
9	23	2.09
10	15	1.36
11	14	1.27
12	14	1.27
المجموع	181	16.45

$$\bar{U} = \frac{\sum U_i}{K} = \frac{16.45}{12} = 1.37$$

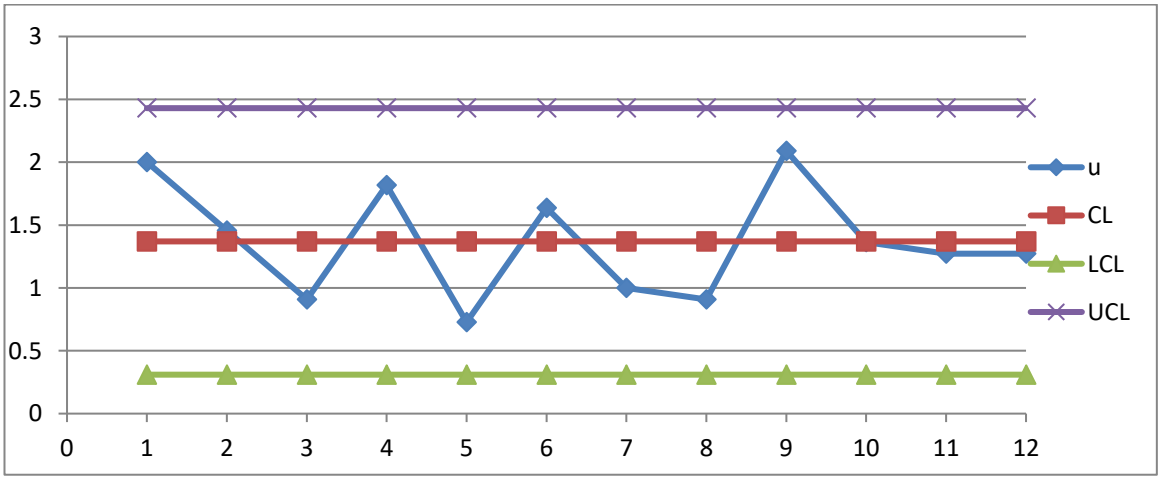
ويتم حساب الحدود كما يلي :

$$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}} = 1.37 + 3\frac{\sqrt{1.37}}{\sqrt{11}} = 2.43$$

$$CL = \bar{U} = 1.371$$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}} = 1.37 - 3\frac{\sqrt{1.37}}{\sqrt{11}} = 0.31$$

ويتم رسم اللوحة مع قيم معدلات المخالفات التي تم حسابها (U_i)



ويتضح من الرسم ان العملية تحت السيطرة

4- استخدام اللوحة القياسية :

حيث ان حدود التحكم تكون كما يلي :

UCL = 3

CL = 0

LCL = -3

وتستخرج القيم القياسية وفق الصيغة

$$Z_i = \frac{U_i - \bar{U}}{\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_i}}}$$

حيث تم احتساب $\bar{U}$ من المطلوب رقم (2)

$$\bar{U} = \frac{\sum U_i}{K} = \frac{16.78}{12} = 1.398$$

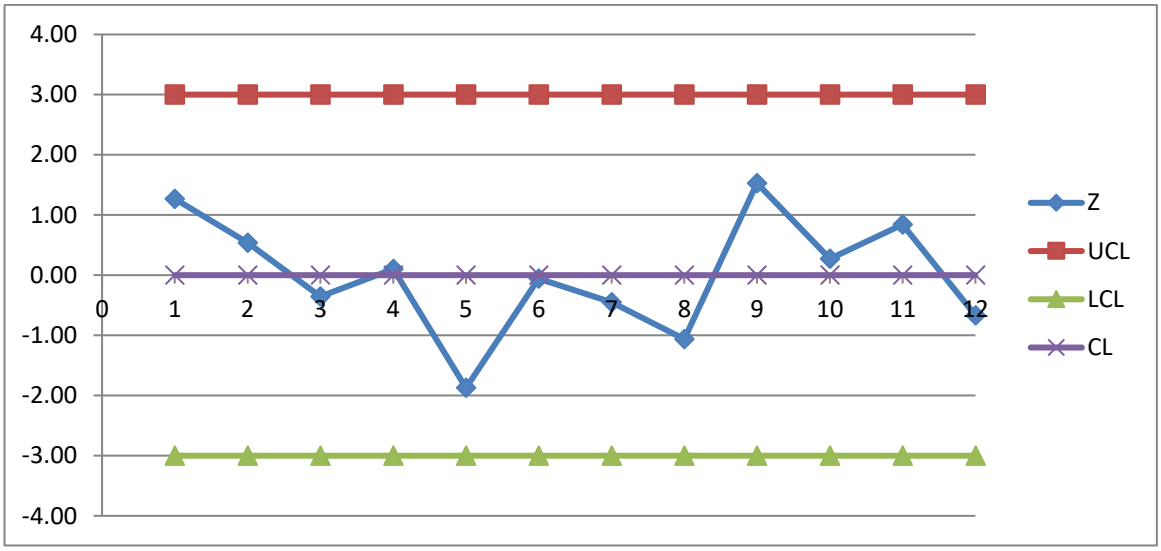
ونقوم بحساب Z_i لكل عينة

مثلا العينة الأولى :

$$Z_1 = \frac{U_1 - \bar{U}}{\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_1}}} = \frac{1.83 - 1.398}{\sqrt{\frac{1.398}{12}}} = 1.27$$

وهكذا لبقية العينات ثم نرسم اللوحة مع القيم القياسية (كما موضح بالجدول والرسم)

رقم العينة	n	u	Z
1	12	1.83	1.27
2	10	1.60	0.54
3	8	1.25	-0.35
4	14	1.43	0.10
5	11	0.73	-1.87
6	13	1.38	-0.05
7	9	1.22	-0.45
8	10	1	-1.06
9	12	1.92	1.53
10	10	1.5	0.27
11	8	1.75	0.84
12	12	1.17	-0.67
المجموع	129	16.78	



ويتضح من الرسم ان العملية تحت السيطرة .