الفصل التاسع

الرياضيات الرمزية Symbolic Math

العمليات الحسابية التي تم تنفيذها في الفصول السابقة هي عمليات عددية. تم تنفيذ العمليات عن طريق كتابة تعبيرات رقمية يمكن أن تحتوي على أرقام ومتغيرات ذات قيم رقمية محددة مسبقاً. عندما يتم تنفيذ تعبير رقمي بواسطة MATLAB، تكون النتيجة رقمية أيضاً (رقم واحد أو مصفوفة ذات ارقام).

تتطلب العديد من التطبيقات في الرياضيات والعلوم والهندسة عمليات رمزية، وهي عمليات رياضية ذات تعبيرات تحتوي على متغيرات رمزية (المتغيرات التي ليس لها قيم رقمية محددة عند تنفيذ العملية). وتكون نتيجة مثل هذه العمليات أيضاً تعبيراً رياضياً من حيث المتغيرات الرمزية. يتضمن أحد الأمثلة البسيطة حل معادلة جبرية تحتوي على عدة متغيرات وحل متغير واحد بدلالة المتغيرات الأخرى. يمكن تنفيذ العمليات الرمزية بواسطة MATLAB بمجرد تثبيت مربع أدوات الرياضيات الرمزية. إن صندوق أدوات Toolbox الرياضيات الرمزية عبارة عن مجموعة من وظائف MATLAB المستخدمة لتنفيذ العمليات الرمزية. أوامر ووظائف العمليات الرمزية لها نفس النمط والتركيب كتلك الخاصة بالعمليات الرقمية. يتم تنفيذ العمليات الرمزية نفسها بشكل أساسي بواسطة MuPad® ، وهو برنامج رياضي مصمم لهذا الغرض.

تم تضمين برنامج MuPad في MATLAB ويتم تنشيطه تلقائياً عند تنفيذ وظيفة MATLAB الرمزية. يمكن أيضًا استخدام MuPad كبرنامج مستقل منفصل يستخدم هذا البرنامج لغة MuPAD، التي لها بنية وأوامر مختلفة تماماً عن MATLAB.

1- انشاء الكائنات الرمزية Creating Symbolic Objects

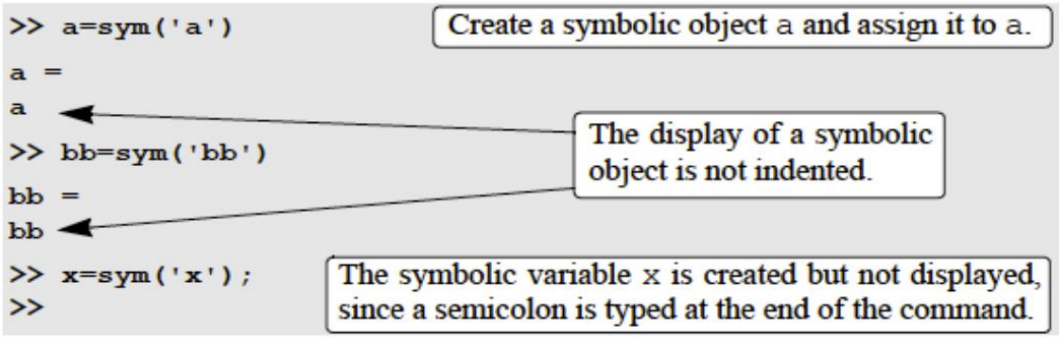
الكائن الرمزي على شكل متغيرات حرفية او ارقام، ويمكن انشاء الكائن الرمزي باستخدام الأمر sym او syms وكالصيغة ادناه:

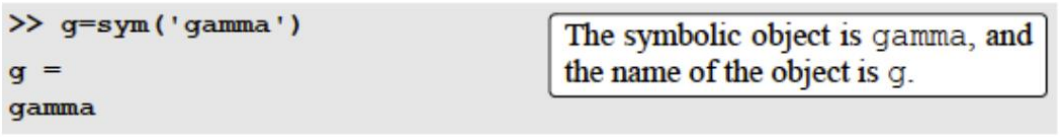
```
object_name = sym('string')
```

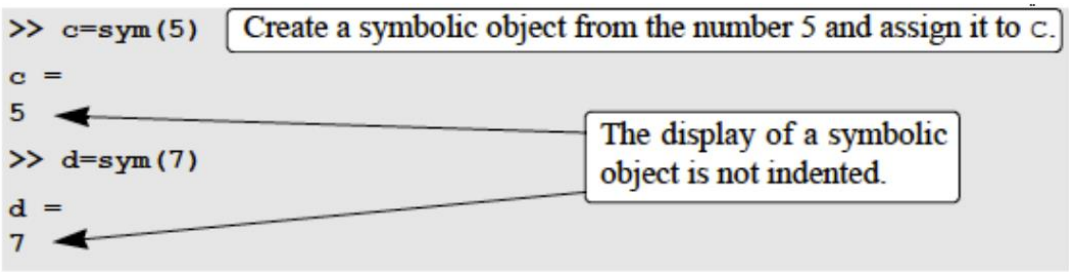
وان string يمثل الكائن الرمزي الذي يوظف له اسم، ويكون كالتالي:

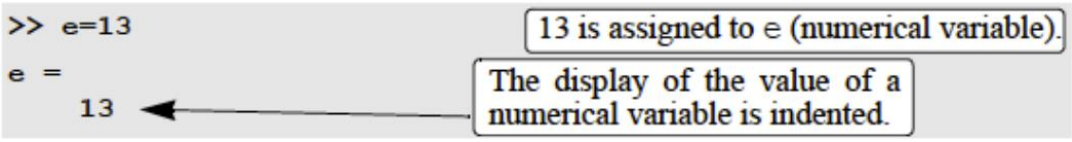
- عبارة عن متغير حرفي واحد او عدد من الحروف بدون وجود فاصلة بينهم. مثل 'a', 'x','yad'
- مزيج من الحروف والارقام وبشرط ان يبدأ بحرف مثل 'a2', 'x2a'
- ارقام مثل '15', '400'

في الحالتين الأولى والثانية (حيث تكون السلسلة حرفًا واحدًا، أو مجموعة من عدة أحرف، أو مجموعة من الأحرف والأرقام)، يكون الكائن الرمزي متغيراً رمزياً. في هذه الحالة، من المناسب (ولكن ليس من الضروري) إعطاء الكائن نفس اسم السلسلة. على سبيل المثال، يمكن تعريف a وbb وx كمتغيرات رمزية على النحو التالي:





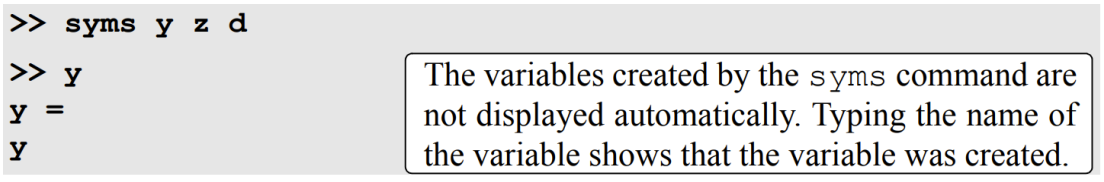




في حالة استخدام الأمر syms تكون الصيغة العامة كالتالي:

```
syms variable_name variable_name variable_name
```

يقوم الأمر syms بإنشاء كائنات رمزية لها نفس أسماء المتغيرات الرمزية. على سبيل المثال، يمكن إنشاء المتغيرات y وz وd كمتغيرات رمزية في أمر واحد كالمثال التالي:



*عند تنفيذ أمرsyms، لا يتم عرض المتغيرات التي ينشئها تلقائياً حتى إذا لم يتم كتابة فاصلة منقوطة في نهاية الأمر

2- انشاء التعبيرات الرمزية Creating Symbolic Expressions

التعبيرات الرمزية هي تعبيرات رياضية مكتوبة بدلالة المتغيرات الرمزية. بمجرد إنشاء المتغيرات الرمزية، يمكن استخدامها لإنشاء تعبيرات رمزية.

```
Expression_name = Mathematical expression
```

أمثلة:

```
>> syms a b c x y
>> f=a*x^2+b*x + c
f =
a*x^2 + b*x + c
```

Define a, b, c, x, and y as symbolic variables.

Create the symbolic expression $ax^2 + bx + c$ and assign it to f.

The display of the symbolic expression is not indented.

```
>> g=2*a/3+4*a/7-6.5*x+x/3+4*5/3-1.5
```

$\frac{2a}{3} + \frac{4a}{7} - 6.5x + \frac{x}{3} + 4 \cdot \frac{5}{3} - 1.5$ is entered.

```
g =
(26*a)/21 - (37*x)/6 + 31/6
```

$\frac{26a}{21} - \frac{37x}{6} + \frac{31}{6}$ is displayed.

يتم توضيح الفرق بين الحسابات الدقيقة والتقريبية في المثال التالي، حيث يتم تنفيذ نفس العمليات الحسابية مرة باستخدام متغيرات رمزية ومرة اخرى باستخدام متغيرات رقمية

```
>> a=sym(3); b=sym(5);
>> e=b/a+sqrt(2)
e =
2^(1/2) + 5/3
>> c=3; d=5;
>> f=d/c+sqrt(2)
f =
    3.0809
```

Define a and b as symbolic 3 and 5, respectively.

Create an expression that includes a and b.

An exact value of e is displayed as a symbolic object (the display is not indented).

Define c and d as numerical 3 and 5, respectively.

Create an expression that includes c and d.

An approximated value of f is displayed as a number (the display is indented).

* يمكن أن تتضمن التعبيرات الرمزية متغيرات رقمية تم الحصول عليها من تنفيذ التعبيرات الرقمية. عندما يتم إدراج هذه المتغيرات في تعبيرات رمزية، يتم استخدام قيمتها الدقيقة، حتى لو تم عرض المتغير من قبل باستخدام

```
>> h=10/3                          h is defined to be 10/3 (a numerical variable).

h =
    3.3333                        An approximated value of h (numerical variable) is displayed.

>> k=sym(5); m=sym(7);            Define k and m as symbolic 5 and 7, respectively.

>> p=k/m+h                        h, k, and m are used in an expression.

p =                               The exact value of h is used in the determination of p.
85/21                             An exact value of p (symbolic object) is displayed.
```

* يمكن استخدام الأمر double(S) لتحويل التعبير الرمزي (الكائن) S إلى شكل عددي

```
>> pN=double(p)                   p is converted to numerical form (assigned to pN).

pN =
    4.0476

>> y=sym(10)*cos(5*pi/6)          Create a symbolic expression y.

y =                               Exact value of y is displayed.
-5*3^(1/2)

>> yN=double(y)                   y is converted to numerical form (assigned to yN).

yN =
   -8.6603
```

* يمكن أيضًا أن ننشأ الكائن الرمزي على شكل تعبير رمزي

```
>> f=sym('a*x^2+b*x+c')

f =
a*x^2 + b*x +c
```

في حالة المثال اعلاه فإن المتغيرات a وb وc وx المضمنة في الكائن لا توجد بشكل فردي ككائنات رمزية مستقلة (التعبير بأكمله هو كائن واحد). وهذا يعني أنه من المستحيل إجراء عمليات حسابية رمزية مرتبطة بالمتغيرات الفردية في الكائن. على سبيل المثال، لن يكون من الممكن التمييز بين f بالنسبة إلى x. وهذا يختلف عن الطريقة التي تم بها إنشاء التعبير التربيعي في المثال الأول في هذا القسم، حيث يتم إنشاء المتغيرات الفردية أولاً ككائنات رمزية ثم استخدامها في التعبير الرياضي.

* يمكن استخدام التعبيرات الرمزية الموجودة لإنشاء تعبيرات رمزية جديدة. ويتم ذلك ببساطة عن طريق استخدام اسم التعبير الموجود في التعبير الجديد، كما في المثال ادناه

```
>> syms x y                          Define x and y as symbolic variables.
>> SA=x+y, SB=x-y                    Create two symbolic expressions SA and SB.
SA =
x+y
SB =
x-y
>> F=SA^2/SB^3+x^2                   Create a new symbolic expression F using SA and SB.
F =
(x+y)^2/(x-y)^3+x^2
```

$$SA = x+y \qquad SB = x-y$$

$$F = (SA^2)/(SB^3)+x^2 = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^3}+x^2$$

3- الامر findsym والمتغير الرمزي الافتراضي The findsym Command and the Default Symbolic Variable

يمكن استخدام الأمر findsym للعثور على المتغيرات الرمزية الموجودة في التعبير الرمزي. الصيغة العامة للأمر كالتالي:

`findsym(S)` or `findsym(S,n)`

يعرض الأمر findsym (S) أسماء جميع المتغيرات الرمزية (مفصولة بفواصل) الموجودة في التعبير S بالترتيب الأبجدي. يعرض الأمر findsym (S,n) n المتغيرات الرمزية الموجودة في التعبير S بالترتيب الافتراضي. بالنسبة للمتغيرات الرمزية المكونة من حرف واحد، يبدأ الترتيب الافتراضي بـ x، ويتبعه الحروف حسب قربها من x. إذا كان هناك حرفان متساويان في القرب من x، فإن الحرف الذي بعد x بالترتيب الأبجدي هو الأول (y قبل w، وz قبل v). المتغير الرمزي الافتراضي في التعبير الرمزي هو المتغير الأول في الترتيب الافتراضي. يمكن تحديد المتغير الرمزي الافتراضي في التعبير S عن طريق كتابة findsym (S,1). أمثلة:

```
>> syms x h w y d t                  Define x, h, w, y, d, and t as symbolic variables.
>> S=h*x^2+d*y^2+t*w^2               Create a symbolic expression S.
S =
t*w^2 + h*x^2 + d*y^2
>> findsym(S)                        Use the findsym(S) command.
ans =                                The symbolic variables are displayed in alphabetical order.
d, h, t, w, x, y
>> findsym(S,5)                      Use the findsym(S,n) command (n = 5).
ans =
x,y,w,t,h                            Five symbolic variables are displayed in the default order.
```

```
>> findsym(S,1)                      Use the findsym(S,n) command with n = 1.
ans =
x                                    The default symbolic variable is displayed.
```

4- تغيير شكل التعبير الرمزي الحالي

يتم إنشاء التعبيرات الرمزية بواسطة المستخدم أو بواسطة MATLAB نتيجة للعمليات الرمزية. قد لا تكون التعبيرات التي أنشأها MATLAB بأبسط أشكالها أو بالشكل الذي يفضله المستخدم. يمكن تغيير شكل التعبير الرمزي الحالي عن طريق جمع المتغيرات بنفس الأسس، عن طريق حساب المضاعفات المشتركة، وباستخدام المتطابقات الرياضية والمثلثية، والعديد من العمليات الأخرى.

4-1 الأوامر collect, expand, and factor

تستخدم هذه لإجراء العمليات الحسابية المتضمنة على اسماء التعابير الرمزية.

الأمر collect

يقوم أمر **collect** بتجميع المتغيرات الموجودة في التعبير الرمزي والتي لها بنفس الأسس. في التعبير الرمزس الجديد، سيتم ترتيب المتغيرات بترتيب تنازلي نسبةً للاسس. ويكتب الامر بالصيغة العامة كالتالي:

```
collect(S)
```

```
collect(S, variable_name)
```

ويمثل s التعبير الرمزي

مثال

```
>> syms x y
```
Define x and y as symbolic variables.

```
>> S=(x^2+x-exp(x))*(x+3)
S =
(x + 3)*(x - exp(x) + x^2)
```
Create the symbolic expression $(x+3)(x-e^x+x^2)$ and assign it to S.

```
>> F = collect(S)
```
Use the collect command.

```
F =
x^3+4*x^2+(3-exp(x))*x-3*exp(x)
```
MATLAB returns the expression: $x^3+4x^2+(3--e^x)x-3e^x$.

```
>> T=(2*x^2+y^2)*(x+y^2+3)
T =
(2*x^2+y^2)*(y^2+x+3)
```
Create the symbolic expression T $(2x^2+y^2)(y^2+x+3)$.

```
>> G=collect(T)
```
Use the collect(T) command.

MATLAB returns the expression $2x^3+(2y^2+6)x^2+y^2x+y^2(y^2+3)$.

```
G =
2*x^3+(2*y^2+6)*x^2+y^2*x+y^2*(y^2+3)
```

مثال باستخدام الصيغة الثانية

```
>> H=collect(T,y)
```
Use the collect(T, y) command.

```
H =
y^4+(2*x^2+x+3)*y^2+2*x^2*(x+3)
```
MATLAB returns the expression $y^4+(2x^2+x+3)y^2+2x^2(x+3)$.

الأمر expand

يستخدم الامر **expand** لتوسيع التعبير الرمزي فيقوم هذا الامر بعملية فتح الاقواس وتشمل عملية الجمع وكذلك لتوسيع المتطابقات المثلثية والقوانين الاسية واللوغارتمية وجمعها. الصيغة العامة كالتالي

```
expand(S)
```

```
>> syms a x y                          Define a, x, and y as symbolic variables.
>> S=(x+5)*(x-a)*(x+4)                 Create the symbolic expression
S =                                    -(a-x)(x+4)(x+5) and assign it to S.
-(a-x)*(x+4)*(x+5)
>> T=expand(S)                         Use the expand command.
T =                                    MATLAB returns the expression
20*x-20*a-9*a*x-a*x^2+9*x^2+x^3        20x-20a-9ax-ax^2+9x^2+x^3.
>> expand(sin(x-y))                    Use the expand command to expand sin(x-y).
ans =                                  MATLAB uses trig identity for the expansion.
cos(y)*sin(x)-cos(x)*sin(y)
```

الأمر factor

يستخدم هذا الامر لتغيير التعبير الرمزي على شكل متعدد الحدود بدرجة اقل ويكتب كما في الصيغة التالية:

```
factor(S)
```

```
>> syms x                              Define x as a symbolic variable.
>> S=x^3+4*x^2-11*x-30                 Create the symbolic expression
S =                                    x^3+4x^2-11x-30 and assign it to S.
x^3+4*x^2-11*x-30
>> factor(S)                           Use the factor command.
ans =                                  MATLAB returns the expression
(x+5)*(x-3)*(x+2)                      (x+5)(x-3)(x+2).
```

2-4 الأوامر simplify and simple

تستخدم هذه الاوامر كأدوات لتبيسط شكل التعبيرات الرمزية.

الأمر simplify

يكتب هذا الأمر كالصيغة ادناه ويعمل لتبيسط العمليات الرياضية من جمع وضرب وقواعد الكسور والاسس واللوغارتميات وما الى ذلك وكذلك المتطابقات المثلثية بابسط شكل للتعبيرات الرمزية.

```
simplify(S)
```

مثال:

```
>> syms x y
```
Define x and y as symbolic variables.

```
>> S=(x^2+5*x+6)/(x+2)

S =
(x^2+5*x+6)/(x+2)
```
Create the symbolic expression $(x^2+5x+6)/(x+2)$, and assign it to S.

```
>> SA = simplify(S)

SA =
x+3
```
Use the simplify command to simplify S.

MATLAB simplifies the expression to $x+3$.

```
>> simplify((x+y)/(1/x+1/y))

ans =
x*y
```
Simplify $(x+y)/\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$.

MATLAB simplifies the expression to xy).

الأمر simple

يأخذ هذا الامر ثلاث صيغ كما مبين ادناه، و يستخدم لجعل التعبيرات الرمزية باقصر شكل ممكن.

`F = simple(S)`

The shortest form of S is assigned to F.

`simple(S)`

All the simplification trails are displayed. The shortest is assigned to ans.

`[F how] = simple(S)`

The shortest form of S is assigned to F. The name (string) of the simplification method is assigned to how.

```
>> syms x
```
Define x as a symbolic variable.

```
>> S=(x^3-4*x^2+16*x)/(x^3+64)

S =
(x^3-4*x^2+16*x)/(x^3+64)
```
Create the symbolic expression $\frac{x^3-4x^2+16x}{x^3+64}$, and assign it to S.

```
>> F = simple(S)

F =
x/(x+4)
```
Use the F = simple(S) command to simplify S.

The simplest form of S, $x/(x+4)$, is assigned to F.

```
>> [G how] = simple(S)

G =
x/(x+4)

how =
simplify
```
Use the [G how] = simple(S) command.

The simplest form of S, $x/(x+4)$, is assigned to G.

The word "simplify" is assigned to G, which means that the shortest form was obtained using the simplify command.

3-4 الأمر pretty

يعرض الأمر Pretty تعبيراً رمزياً بتنسيق يشبه التنسيق الرياضي الذي تتم كتابة التعبيرات به بشكل عام. صيغة الأمر كالتالي

```
pretty(S)
```

```
>> syms a b c x
>> S=sqrt(a*x^2 + b*x + c)
S =
(a*x^2+b*x+c)^(1/2)
>> pretty(S)
                    2           1/2
               (a x  + b x + c)
```

Define a, b, c, and x as symbolic variables.

Create the symbolic expression $\sqrt{ax^2+bx+c}$, and assign it to S.

The pretty command displays the expression in a math format.

5- حل المعادلات الجبرية SOLVING ALGEBRAIC EQUATIONS

يمكن حل معادلة جبرية واحدة ذو متغير واحد وكما يمكن ان تحل نظام من المعادلات لعدة متغيرات مع الدالة **solve**

حل معادلة مفردة Solving a single equation

يمكن أن تحتوي المعادلة الجبرية على متغير رمزي واحد أو عدة متغيرات. إذا كانت المعادلة تحتوي على متغير واحد، يكون الحل عدديا. في حال كانت المعادلة تحتوي على عدة متغيرات رمزية، فيمكن الحصول على حل لأي من المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى. يتم الحصول على الحل باستخدام أمر **solve** وكما موضح بالصيغة ادناه:

```
h = solve(eq)
```
or
```
h = solve(eq,var)
```

*يمثل الرمز eq التعبير الرمزي الذي يكون منشأ مسبقا، او يمثل كتعبير يكتب كمتغير حرفي. عندما يكون التعبير الرمزي منشأ مسبقا يكتب S (التعبير الرمزي) مكان الرمز eq ، او كتعبير يكتب بمكان الرمز eq بدون علامة المساواة، فأن حل برنامج الماتلاب يكون للمعادلة eq= 0

* اذا كانت المعادلة بصيغة f(x)=g(x) يمكن حلها بكتابة المعادلة مع علامة المساواة كمتغير حرفي مكان الرمز eq

* اذا كان حل المعادلة يمتلك اكثر من متغير, فأن الامر solve(eq) يعطي الحل بالمتغير الرمزي الافتراضي . ويتم تحديد اي متغير اذا كان هناك اكثر من متغير في المعادلة باستخدام الامر solve(eq,var) وذلك بكتابة اسم المتغير مكان الرمز var

الامثلة:

```
>> syms a b x y z
```
Define a, b, x, y, and z as symbolic variables.

```
>> h=solve(exp(2*z)-5)
```
Use the solve command to solve $e^{2z}-5=0$.

```
h =
log(5)/2
```
The solution is assigned to h.

```
>> S=x^2-x-6
S =
x^2-x-6
```
Create the symbolic expression x^2-x-6, and assign it to S.

```
>> k=solve(S)
```
Use the solve(S) command to solve $x^2-x-6=0$.

```
k =
 -2
  3
```
The equation has two solutions. They are assigned to k, which is a column vector with symbolic objects.

```
>> solve('cos(2*y)+3*sin(y)=2')
ans =
     pi/2
     pi/6
 (5*pi)/6
```
Use the solve command to solve $\cos(2y)+3\sin(y)=2$. (The equation is typed as a string in the command.)

The solution is assigned to ans.

```
>> T= a*x^2+5*b*x+20
T =
a*x^2+5*b*x+20
```
Create the symbolic expression $ax^2+5bx+20$, and assign it to T.

```
>> solve(T)
```
Use the solve(S) command to solve $T=0$.

```
ans =
 -(5*b+5^(1/2)*(5*b^2-16*a)^(1/2))/(2*a)
 -(5*b-5^(1/2)*(5*b^2-16*a)^(1/2))/(2*a)
```
The equation $T=0$ is solved for the variable x, which is the default variable.

```
>> M = solve(T,a)
```
Use the solve(eq,var) command to solve $T=0$.

```
M =
-(5*b*x+20)/x^2
```
The equation $T=0$ is solved for the variable a.

من الممكن ايضا استخدام الامرsolve لطباعة المعادلة المراد حلها كمتغير حرفي، بدون تعريف المتغيرات لهذه المعادلة مسبقا ككائنات رمزية كما في المثال ادناه:

```
>> ts=solve('4*t*h^2+20*t-5*g')
```
The expression $4th^2+20t-5g$ is typed in the solve command.

The variables t, h, and g were not created as symbolic variables before the expression was typed in the solve command.

```
ts =
(5*g)/(4*h^2+20)
```
MATLAB solves the equation $4th^2+20t-5g=0$ for t.

ويمكن حل المعادلة السابقة ايضا لمتغيرات مختلفة كالمتغير g

```
>> gs=solve('4*t*h^2+20*t-5*g','g')
gs =
(4*t*h^2)/5 + 4*t
```

حل نظام من المعادلات Solving a system of equations

ان نظام المعادلات يمكن ان يحتوي على حل واحد او عدة حلول، في حال نظام المعادلات يمتلك حل واحد، فأن كل متغير له قيمة عددية واحدة. اما النظام الذي يملك اكثر من حل واحد فأن لكل من المتغيرات عدة قيم. الصيغة العامة ممثلةً ادناه ل n من المعادلات.

```
output = solve(eq1,eq2,....,eqn)
```

or

```
output = solve(eq1,eq2,...,eqn,var1,var2,...,varn)
```

** اذا كان لدينا نظام يتكون من ثلاث معادلات فأن مخرجات الامر solve تكون بشكل مصفوفة وتكون الصيغة كالتالي:

```
[varA, varB, varC] = solve(eq1,eq2,eq3)
```

*فعند تنفيذ الامر، يتم توظيف حل المتغيرات الى المتغير vara , varb , varc ويكون لكل متغير قيمة مفردة او عدة قيم اعتماداً على نوع نظام المعادلات اذا كان له حل واحد او عدة حلول.

* يمكن استخدام اسماء للمتغيرات vara , varb , varc ويكون الحل في برنامج الماتلاب لهذه المتغيرات حسب الترتيب الابجدي. فمثلا اذا كانت اسماء المخرجات x ,u ,t فأن المتغير t يأخذ قيمة المتغير vara ، والمتغير u يأخذ قيمة المتغير varb ، أما المتغير x يأخذ قيمة المتغير varc كما في الأمثلة ادناه

```
>> syms x y t
>> S=10*x+12*y+16*t;
>> [xt yt]=solve(S, '5*x-y=13*t')
xt =
2*t
yt =
-3*t
```

Define x, y, and t as symbolic variables.

Assign to S the expression $10x + 12y + 16t$.

Use the solve command to solve the system: $10x + 12y + 16t = 0$, $5x - y = 13t$

Output in a cell array with two cells named xt and yt.

The solutions for x and y are assigned to xt and yt, respectively.

وممكن حل المثال أعلاه بدلالة المتغير x

```
>> [tx yx]=solve(S,'5*x-y=13*t',y,t)
```

The variables for which the system is solved (y and t) are entered.

```
tx =
x/2
yx =
-(3*x)/2
```

The solutions for the variables for which the system is solved are assigned in alphabetical order. The first cell has the solution for t, and the second cell has the solution for y.

اذا كان لدينا نظام يتكون من ثلاث معادلات فأن مخرجات الامر solve تكون بشكل بنية وتكون الصيغة كما مبينة ادناه:

```
AN = solve(eq1,eq2,eq3)
```

AN تمثل البنية وعند تنفيذ الأمر يتم توظيف الحل ل AN كالمثال ادناه

```
>> syms x y t
>> S=10*x+12*y+16*t;
>> AN=solve(S,'5*x-y=13*t')
```

Use the `solve` command to solve the system: $10x + 12y + 16t = 0$, $5x - y = 13t$

```
AN =
    x: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]
```

MATLAB displays the name of the structure `AN` and the names of its fields `x` and `y` (size and type), which are the names of the variables for which the equations are solved.

```
>> AN.x
ans =
2*t
```

Type the address of the field `x`.

The content of the field (the solution for x) is displayed.

```
>> AN.y
ans =
-3*t
```

Type the address of the field `y`.

The content of the field (the solution for y) is displayed.

6-- التفاضل DIFFERENTIATION

يمكن اجراء التفاضل الرمزي بالصيغ الممثلة ادناه

`diff(S)` or `diff(S,var)`

يمكن ايجاد المشتقة الثانية او المشتقة nth بالامر diff(S,n) او الامر diff(S,var,n) . حيث ان nعدد موجب يمثل درجة المشتقة. كما موضح في الأمثلة ادناه:

```
>> syms x y t
```
Define x, y, and t as symbolic variables.

```
>> S=exp(x^4);
```
Assign to S the expression e^{x^4}.

```
>> diff(S)
```
Use the diff(S) command to differentiate S.

```
ans =
4*x^3*exp(x^4)
```
The answer $4x^3e^{x^4}$ is displayed.

```
>> diff((1-4*x)^3)
```
Use the diff(S) command to differentiate $(1-4x)^3$.

```
ans =
-12*(1-4*x)^2
```
The answer $-12(1-4x)^2$ is displayed.

```
>> R=5*y^2*cos(3*t);
```
Assign to R the expression $5y^2\cos(3t)$.

```
>> diff(R)
```
Use the diff(R) command to differentiate R.

```
ans =
10*y*cos(3*t)
```
MATLAB differentiates R with respect to y (default symbolic variable); the answer $10y\cos(3t)$ is displayed.

```
>> diff(R,t)
```
Use the diff(R,t) command to differentiate R w.r.t. t.

```
ans =
-15*y^2*sin(3*t)
```
The answer $-15y^2\sin(3t)$ is displayed.

```
>> diff(S,2)
```
Use diff(S,2) command to obtain the second derivative of S.

```
ans =
12*x^2*exp(x^4)+16*x^6*exp(x^4)
```
The answer $12x^2e^{x^4} + 16x^6e^{x^4}$ is displayed.

7- التكامل INTEGRATION

يمكن اجراء التكامل الرمزي باستخدام الصيغتين ادناه اذا كان محدد

`int(S)` or `int(S,var)`

كالامثلة التالية:

```
>> syms x y t
```
Define x, y, and t as symbolic variables.

```
>> S=2*cos(x)-6*x;
```
Assign to S the expression $2\cos(x)-6x$.

```
>> int(S)
```
Use the int(S) command to integrate S.

```
ans =
2*sin(x)-3*x^2
```
The answer $2\sin(x)-3x^2$ is displayed.

```
>> int(x*sin(x))
```
Use the int(S) command to integrate $x\sin(x)$.

```
ans =
sin(x)-x*cos(x)
```
The answer $\sin(x)-x\cos(x)$ is displayed.

```
>>R=5*y^2*cos(4*t);
```
Assign to R the expression $5y^2\cos(4t)$.

```
>> int(R)
```
Use the int(R) command to integrate R.

```
ans =
(5*y^3*cos(4*t))/3
```
MATLAB integrates R with respect to y (default symbolic variable); the answer $5y^3\cos(4t)/3$ is displayed.

```
>> int(R,t)
```
Use the int(R,t) command to integrate R w.r.t. t.

```
ans =
(5*y^2*sin(4*t))/4
```
The answer $5y^2\sin(4t)/4$ is displayed.

في حالة التكامل محدد نستخدم الصيغتين ادناه حيث ان a و b يمثلان حدود التكامل

`int(S,a,b)` or `int(S,var,a,b)`

كمثال لإيجاد قيمة التكامل التالي $\int_0^{\pi}(siny-5y^2)dy$

```
>> syms y
>> int(sin(y)-5*y^2,0,pi)
ans =
2 - (5*pi^3)/3
```

** في حالة ان عدم قدرة البرنامج على اعطاء حل لتكامل يقدم للمتستخدم الرسالة " Explicit integral could not be found"

8- حل المعادلات التفاضلية الأعتيادية SOLVING AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION

يتم حل المعادلة التفاضلية الأعتيادية باستخدام الأمر dsolve كما في الصيغة التالية:

```
dsolve('eq')
```
or
```
dsolve('eq','var')
```

*eq هي المعادلة التي يجب حلها ويجب كتابتها كسلسلة (حتى لو كانت المتغيرات كائنات رمزية)

*ليس من الضروري أولاً إنشاء المتغيرات في المعادلة ككائنات رمزية. (إذا لم يتم إنشاؤها، فلن تكون المتغيرات في الحل كائنات رمزية.)

*يمكن استخدام أي حرف (صغير أو كبير)، باستثناء D للمتغير التابع

*في الأمر dsolve('eq') يفترض MATLAB أن المتغير المستقل افتراضياً هو t.

*في الأمر dsolve('eq','var') يحدد المستخدم المتغير المستقل عن طريق كتابته لـ var (كمتغير حرفي).

*عند تحديد المعادلة، يشير الحرف D إلى التفاضل. إذا كان y هو المتغير التابع و t هو المتغير المستقل، فإن Dy تعني $\frac{dy}{dt}$. كمثال تكتب المعادلة $\frac{dy}{dt}$+3y=100 بالشكل "Dy + 3*y = 100".

* تتم كتابة المشتق الثاني كـ D2، والمشتق الثالث كـ D3، وهكذا.

كمثال تكتب المعادلة $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt}$ +5y=sint على النحو التالي: 'D2y + 3*Dy +5*y = sin(t)'.

* ليس من الضروري أن تكون المتغيرات في المعادلة ODE المكتوبة في الأمر dsolve متغيرات رمزية تم إنشاؤها مسبقاً.

*في الحل يتم استخدام C1, C2, C3 وهكذا كثوابت لتكامل.

كمثال لحل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dt} = 4t + 2y$

```
>> dsolve('Dy=4*t+2*y')
ans =
C1*exp(2*t) - 2*t - 1
```
The answer $y = C_1e^{2t} - 2t - 1$ is displayed.

ولحل $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = 0$

```
>> dsolve('D2x+2*Dx+x=0')
ans =
C1/exp(t)+(C2*t)/exp(t)
```
The answer $x = C_1e^{-t} + C_2te^{-t}$ is displayed.

أمثلة

```
>> dsolve('Ds=a*x^2')

ans =
a*t*x^2 + C1
>> dsolve('Ds=a*x^2','x')

ans =
(a*x^3)/3 + C1

>> dsolve('Ds=a*x^2','a')

ans =
(a^2*x^2)/2 + C2
```

The independent variable is t (default). MATLAB solves the equation $\frac{ds}{dt} = ax^2$.

The solution $s = ax^2t + C_1$ is displayed.

The independent variable is defined to be x. MATLAB solves the equation $\frac{ds}{dx} = ax^2$.

The solution $s = \frac{1}{3}ax^3 + C_1$ is displayed.

The independent variable is defined to be a. MATLAB solves the equation $\frac{ds}{da} = ax^2$.

The solution $s = \frac{1}{2}a^2x^2 + C_1$ is displayed.

** يمكن الحصول على حل خاص لـ ODE إذا تم تحديد الشروط الحدودية او الأبتدائية. حيث ان المعادلة من الدرجة الأولى تتطلب شرطاً واحداً، والمعادلة من الدرجة الثانية تتطلب شرطين، وهكذا. للحصول على الحل الخاص، يحتوي الأمر dsolve على صيغتين

First-order ODE: `dsolve('eq','cond1','var')`

Higher-order ODE: `dsolve('eq','cond1','cond2',....,'var')`

** المقدار 'var' هو اختياري ويتم استخدامه لتحديد المتغير المستقل في المعادلة، في حال لم يتم ادخال المقدار فيكون المتغير الافتراضي t

** لحل المعادلة التفاضلية ذو مرتبة اعلى يتم إضافة الشروط الحدودية في الامر dsolve

**عندما يكون عدد الشروط الحدودية اقل من رتبة المعادلة فإن برنامج MATLAB يعطي حل يحتوي على ثوابت التكامل C1, C2, ... وهكذا. ويتم كتابة الشروط الحدودية وكالتالي:

Math form	**MATLAB form**
$y(a) = A$	`'y(a)=A'`
$y'(a) = A$	`'Dy(a)=A'`
$y''(a) = A$	`'D2y(a)=A'`

مثال/ حل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى $\frac{dy}{dt} + 4y = 60$ عندما y(0)=5

```
>> dsolve('Dy+4*y=60','y(0)=5')
ans =
15 - 10/exp(4*t)
```

The answer $y = 15 - (10/e^{4t})$ is displayed.

ولحل معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية $\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} + 2y = 0$ عندما y(0)=0 و $\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0$

```
>> dsolve('D2y-2*Dy+2*y=0','y(0)=1','Dy(0)=0')
ans =
exp(t)*cos(t)-exp(t)*sin(t)
>> factor(ans)
ans =
exp(t)*(cos(t)-sin(t))
```

The answer $y = e^t\cos(t) - e^t\sin(t)$ is displayed.

The answer can be simplified with the `factor` command.

The simplified answer $y = e^t(\cos(t) - \sin(t))$ is displayed.

** في حال عدم قدرة البرنامج على حل المعادلة فيعطي رسالة تتضمن " Warning: explicit solution could not be found "

9- رسم التعبيرات الرمزية PLOTTING SYMBOLIC EXPRESSIONS

يمكننا رسم التعبيرات الرمزية S ذات المتغير او المتغيرين باستخدام الأمر ezplot وكما في الصيغ العامة أدناه:

```
ezplot(S)
ezplot(S,[min,max])
ezplot(S,[xmin,xmax,ymin,ymax])
```

Domain of independent variable.

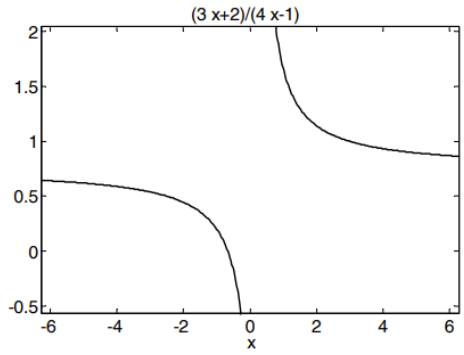
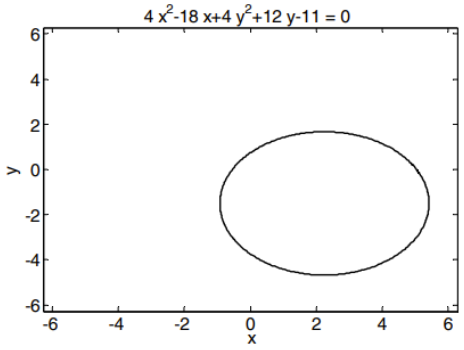
Domain of dependent variable.

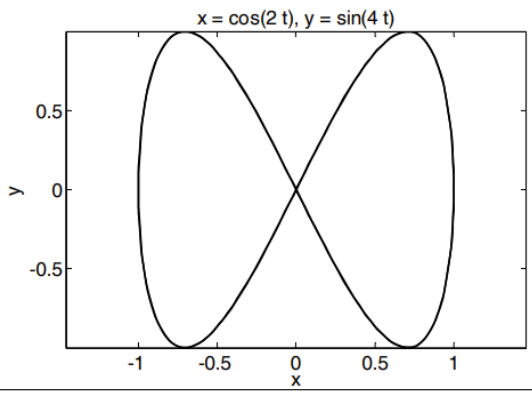
يمكن أيضاً استخدام الأمر ezplot لرسم دالة معطاة في صيغة parametric. في هذه الحالة، يتم تضمين تعبيرين رمزيين S1 و S2 حيث يتم كتابة كل تعبير بدلالة نفس المتغير الرمزي (independent variable). على سبيل المثال، ارسم y مقابل x حيث ان x=x(t) و y=y(t)، يكون صيغة الأمر ezplot

```
ezplot(S1,S2)
ezplot(S1,S2,[min,max])
```

Domain of independent parameter.

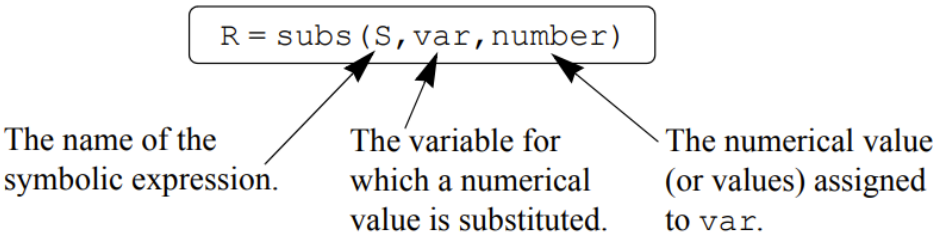
أمثلة:

Command	Plot
>> syms x >> S=(3*x+2)/(4*x-1) S = (3*x+2)/(4*x-1) >> ezplot(S)	
>> syms x y >> S=4*x^2-18*x+4*y^2+12*y-11 S = 4*x^2-18*x+4*y^2+12*y-11 >> ezplot(S)	

Command	Plot
>> syms t >> x=cos(2*t) x = cos(2*t) >> y=sin(4*t) y = sin(4*t) >> ezplot(x,y)	

10- الحسابات العددية مع التعبيرات الرمزية NUMERICAL CALCULATIONS WITH SYMBOLIC EXPRESSIONS

بمجرد إنشاء تعبير رمزي بواسطة المستخدم أو عن طريق الإخراج من أي من عمليات MATLAB الرمزية، قد تكون هناك حاجة لاستبدال الأرقام بالمتغيرات الرمزية وحساب القيمة العددية لتعبير لذلك يتم استخدام الأمر subs. يمكن استبدال قيمة عددية بمتغير رمزي واحد عندما يحتوي التعبير الرمزي على متغير رمزي واحد أو أكثر، في هذه الحالة، الأمر subs له الصيغة:



- number يمكن أن يكون رقماً واحداً، أو مصفوفة تحتوي على العديد من العناصر (متجه أو مصفوفة).
- إذا كان S يحتوي على متغير واحد، فإن الناتج R يكون رقمياً وإذا كان S يحتوي على عدة متغيرات وتم استبدال قيمة عددية بواحد منها فقط، فإن الناتج R هو تعبير رمزي.

أمثلة:

```
>> syms x                                  Define x as a symbolic variable.
>> S=0.8*x^3+4*exp(0.5*x)                  Assign to S the expression 0.8x^3 + 4e^(0.5x).
S =
4*exp(x/2) + (4*x^3)/5
>> SD=diff(S)                              Use the diff(S) command to differentiate S.
SD =
2*exp(x/2)+(12*x^2)/5                      The answer 2e^(x/2) + 12x^2/5 is assigned to SD.
>> subs(SD, x, 2)                          Use the subs command to substitute x = 2 in SD.
ans =
   15.0366                                 The value of SD is displayed.
>> SDU=subs(SD, x, [2:0.5:4])              Use the subs command to substitute x = [2, 2.5, 3, 3.5, 4] (vector) in SD.
SDU =
   15.0366   21.9807   30.5634   40.9092   53.1781
The values of SD (assigned to SDU) for each value of x are displayed in a vector.
```

```
>> syms a g t v
```
Define a, g, t, and v as symbolic variables.

```
>> Y=v^2*exp(a*t)/g
Y =
v^2*exp(a*t)/g
```
Create the symbolic expression $v^2e^{(at)}/g$ and assign it to Y.

```
>> subs(Y,t,2)
ans =
v^2*exp(2*a)/g
```
Use the subs command to substitute $t = 2$ in SD.

The answer $v^2e^{(2a)}/g$ is displayed.

```
>> Yt=subs(Y,t,[2:4])
Yt =
[ v^2*exp(2*a)/g, v^2*exp(3*a)/g, v^2*exp(4*a)/g]
```
Use the subs command to substitute t = [2, 3, 4] (vector) in Y.

The answer is a vector with elements of symbolic expressions for each value of t.

ولاستبدال قيمة عددية لمتغيرين رمزيين أو أكثر فتأخذ الصيغة التالية:

```
R = subs(S,{var1,var2},{number1,number2})
```

The name of the symbolic expression.

The variables for which numerical values are substituted.

The numerical value (or values) assigned to var1 and var2.

```
>> syms a b c e x
```
Define a, b, c, e, and x as symbolic variables.

```
>> S=a*x^e+b*x+c
S =
a*x^e+b*x+c
```
Create the symbolic expression $ax^e + bx + c$ and assigned it to S.

```
>> subs(S,{a,b,c,e,x},{5,4,-20,2,3})
```
Cell array. Cell array.

Substitute in S scalars for all the symbolic variables.

```
ans =
   37
```
The value of S is displayed.

```
>> T=subs(S,{a,b,c},{6,5,7})
T =
5*x+ 6*x^e+7
```
Substitute in S scalars for the symbolic variables a, b, and c.

The result is an expression with the variables x and e.

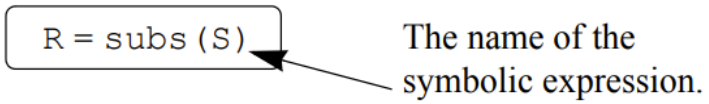
```
>> R=subs(S,{b,c,e},{[2 4 6],9,[1 3 5]})
R =
[  2*x+a*x+9, a*x^3+4*x+9, a*x^5+6*x+9]
```
Substitute in S a scalar for c, and vectors for b and e.

The result is a vector of symbolic expressions.

```
>> W=subs(S,{a,b,c,e,x},{[4 2 0],[2 4 6],[2 2 2],[1 3 5],[3 2 1]})
W =
    20    26     8
```
Substitute in S vectors for all the variables.

The result is a vector of numerical values.

بطريقة أخرى يتم استخدام subs كما في الصيغة ادناه وهو بمجرد وجود التعبير الرمزي يتم تعيين قيم رقمية للمتغيرات.



أمثلة:

```
>> syms A c m x y
>> S=A*cos(m*x)+c*y
S =
c*y+A*cos(m*x)
>> A=10; m=0.5; c=3;
>> subs(S)
ans =
3*y + 10*cos(x/2)
```

Define A, c, m, x, and y as symbolic variables.

Create the symbolic expression $A\cos(mx)+cy$ and assign it to S.

Assign numerical values to variables A, m, and c.

Use the subs command with the expression S.

The numerical values of variables A, m, and c are substituted in S.

```
>> x=linspace(0,2*pi,4);
>> T = subs(S)
T =
[ 3*y+10, 3*y+5, 3*y-5, 3*y-10]
```

Assign numerical values (vector) to variable x.

Use the subs command with the expression S.

The numerical values of variables A, m, c, and x are substituted. The result is a vector of symbolic expressions.