الفصل الرابع

الأمتصاص و معامل ربح الأشارة الصغيرة
Absorption and Small Signal Gain Coefficient

1-4 امتصاص الإشعاع الكهرومغناطيسي Absorption of electromagnetic Radiation

من الفصول السابقة علمنا أن عملية امتصاص الفوتون Photon Absorption بواسطة ذرة فإن حالة الذرة تتغير من ذرة غير مثارة إلى ذرة مثارة بطاقة تساوي طاقة الفوتون الذي اكتسبته. وهذا بالفعل مايحدث عند النظر إلى الذرة في المادة على حدة. لكن من خلال الحالة العيانية Macroscopic System لوصف عملية الامتصاص , فإنه جزء من الشعاع الكهرومغناطيسي الساقط على المادة سوف يمتص في التوازن الحراري Thermal Equilibrium و تكون شدة الشعاع النافذ أقل من شدة الشعاع الساقط, والعلاقة التي تربط شدة الشعاع النافذ مع الشعاع الساقط وسمك المادة هو قانون لامبرت Lambert Law وهو:

$$I = I_o \exp(-\alpha x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

I_o شدة الإشعاع الداخل Intensity of incoming radiation

α معامل الأمتصاص المادة Absorption coefficient of the material

x سمك المادة Material Thickness

من هذه المعادلة نستنتج أنه كلما ازداد سمك المادة كلما كانت شدة الاشعة النافذة اقل , و من الشائع أن تستخدم وحدات سنتيمتر (10^{-2} [m]) لقياس سمك المادة (x)، وبالتالي فإن وحدات من معامل الامتصاص (α) هي [1/cm] = [cm^{-1}] .

من القانون امتصاص نلاحظ:

- لكل المواد الامتصاص يعتمد على سمك المواد, حيث أنه سيمرر إشعاع أقل من خلاله.
- لعرض معين (x) من المادة، يعتمد الامتصاص فقط على معامل الامتصاص (α)، الذي هو خاصية لكل مادة.

مثال 1 :

أحسب معامل الامتصاص (α) للمواد التي سمكها [mm] 10 و تمرر 50٪ من كثافة الإشعاع إلى الجانب الآخر.

الحل:

باستخدام قانون لامبرت (قانون الامتصاص الأسي) من المعادلة (1):

$$\alpha = \frac{ln\frac{1}{T}}{x} \quad \text{.....(2)}$$

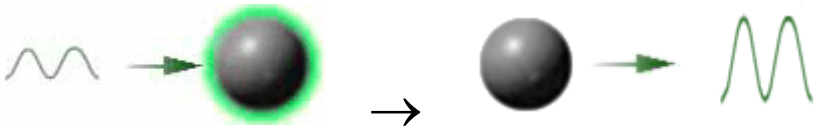
حيث

$$T = \frac{I}{I_o}$$

$$\alpha = \frac{ln\frac{1}{0.5}}{1} = 0.605\ [cm^{-1}]$$

2-4 معامل ربح الإشارة الصغيرة Small Signal Gain Coefficient

نفهم من ما سبق أنه لا يمكن أن ينتج شعاع ليزر عندما الأشعة النافذة أقل من الاشعة الساقطة, و المطلوب هو الحصول على شعاع مكبر بعد نفاذه من المادة. كما نعلم أن كل من عمليتي الانبعاث التلقائي و المحفز تزيد من شدة الاشعة, بينما عملية الامتصاص تقلل من شدة الاشعة النافذة. وللحصول على الليزر يجب أن تكون عملية الانبعاث أكبر من عملية الامتصاص حتى نحصل على شعاع ليزر. كما يلاحظ ذلك من الشكل (23).

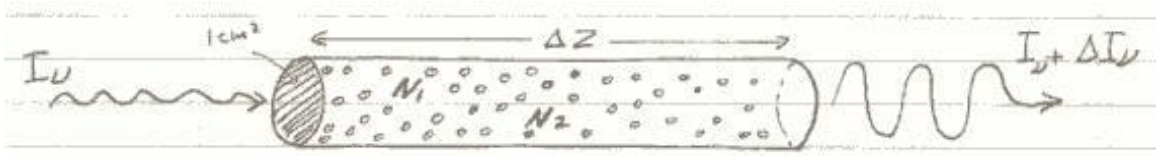


أشعة منبعثة أضخم و ذرة مستقرة أشعة ساقطة على ذرة مثارة

شكل (23): تضخيم الأشعاع الساقط على مادة مثارة

قد درس العالم اينشتين تأثير تفاعل الاشعاع الكهرومغناطيسي مع المادة من خلال عمليات الانتقال الثلاثة: الأمتصاص, الأنبعاث التلقائي و الأنبعاث المحفز وذلك حسب المفهوم التالي:

أعتبر أن شعاعا مواز من ضوء ينتقل بتجاه محور- z و مرورا بغاز ذري كما في الشكل (24). ومن أجل التبسيط نفترض أنه ليس هناك سوى انتقال إشعاعي واحد، والذي يحدث بين مستويي طاقة E_1 و E_2 حيث $E_2 > E_1$. الضوء الساقط هو أحادي اللون بتردد انتقال $\upsilon_{21} = (E_2-E_1) / h$



شكل (24): فكرة تفاعل الاشعاع الكهرومغناطيسي مع المادة

يتميز شعاع الضوء من خلال شدة أشعاعه، I،

$$I_\nu = c\rho(\nu) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

حيث I هو شدة الإشعاع (الطاقة لكل وحدة مساحة في الثانية)

c سرعة الضوء بوحدة (m/sec)

$\rho(\nu)$ كثافة الطاقة بوحدة ($J/m^2.sec$)

تكبير I من خلال تفاعله مع الذرات في E_1 & E_2 على طول اتجاه -z و يتضمن العمليات الثلاث و التي تحكمها المعادلة التالية :

$$\Delta I_\nu = +N_2\Delta z\left(\frac{I_\nu}{c}\right)B_{21}g(\nu)h\nu - N_1\Delta z\left(\frac{I_\nu}{c}\right)B_{12}g(\nu)h\nu + N_2\Delta z A_{21}g(\nu)h\nu$$

(Stimulated emission) (Absorption) (Spontaneous emission)

يمكن أعادة كتابة المعادلة بالصورة التالية:

$$\frac{\Delta I_\nu}{\Delta z} = \frac{dI_\nu}{dz} = \frac{h\nu}{c}(B_{21}N_2 - B_{12}N_1)g(\nu)I_\nu + h\nu A_{21}N_2 g(\nu) \quad \ldots.(4)$$

حيث أن عملية الانبعاث التلقائي تحدث بوجود أو عدم وجود فوتونات ساقطة على المادة أي انها لا تعتمد على I لذا فإنها تهمل في المعادلة.

نلاحظ أيضاً أن قيمة التغير في شدة الأشعة بالنسبة للمسافة z تكون قيمة سالبة إذا كانت $N_2<N_1$ و هذا ما يحدث في الطبيعة, و هنا لا نحصل على تكبير بل أمتصاص. لذلك إذا أردنا تكبير الأشعة لنحصل على ليزر فإنه من الضروري أن تكون $N_1<N_2$ و هذا ما يعرف بانقلاب التعداد Population Inversion (سنتناوله في فصل لاحق). بالعودة إلى المعادلة (4) و بأستخدم معادلاتي اينشتاين و هما:

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{g_2}{g_1} \quad , \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \qquad \ldots\ldots\ldots (5)$$

وبذلك ينتج أن

$$\frac{dI_\nu}{dz} = \frac{h\nu}{c}\left(B_{21}N_2 - \frac{g_2}{g_1}B_{21}N_1\right)g(\nu)I_\nu \qquad \ldots.(6)$$

$$\frac{dI_\nu}{dz} = \frac{h\nu}{c}B_{21}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)g(\nu)I_\nu \qquad \ldots.(7)$$

وبالتعويض عن B_{21} باستخدام معادلات اينشتاين ينتج التالي:

$$\frac{dI_\nu}{dz} = \frac{h\nu}{c}\frac{A_{21}c^3}{8\pi h\nu^3}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)g(\nu)I_\nu \qquad \ldots.(8)$$

باختصار المعادلة السابقة نحصل على

$$\frac{dI_\nu}{dz} = A_{21}\frac{\lambda^2}{8\pi}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)g(\nu)I_\nu \qquad \ldots.(9)$$

القيمة في المعادلة (9) لها وحدة m^{-1} أو cm^{-1} و تعرف باسم معامل ربح الأشارة الصغيرة Small signal Gain Coefficient وقد سميت كذلك لأننا اعتبرنا أن I_ν صغيرة بحيث لاتؤثر على N_2 أي

أن N_2 ستبقى ثابتة تقريبا. والحال سيكون مختلف إذا كانت الشدة I_ν كبيرة فإن المعادلة لا تصلح لأن N_2 ستتغير مع الشدة. يمكن التعبير عن معامل التكبير (معامل ربح الأشارة الصغيرة) بـ $\gamma_0(\upsilon)$:

$$\gamma_0(\nu) = A_{21}\frac{\lambda^2}{8\pi}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)g(\nu) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

و يمكن أن تأخذ المعادلة الصورة التالية:

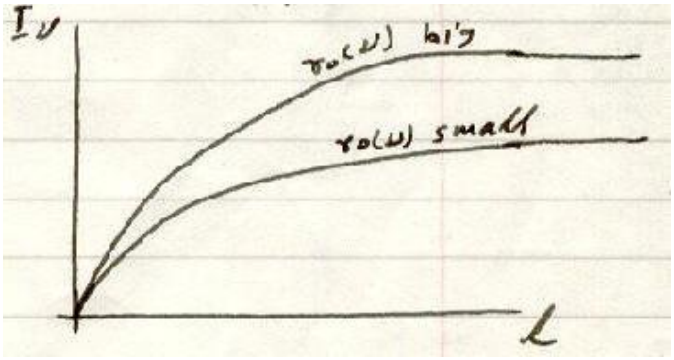
$$\frac{dI_\nu}{dz} = \gamma_0(\nu)\, I_\nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

بتكامل طرفي المعادلة (11) مع العلم بأن dz يتغير من القيمة 0 إلى l وهو أبعاد المادة التي طولها l (لاحظ الشكل (25))

$$\int \frac{dI_\nu}{I_\nu} = \gamma_0(\nu)\int_0^l dz$$

$$I_\nu(l) = I_\nu(0)e^{\gamma_0(\nu)l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$\frac{I_\nu(l)}{I_\nu(0)} = Gain \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$



شكل (25): علاقة بين الشدة و الطول (معامل ربح الأشارة)

عندما يكون معامل ربح الأشارة الصغيرة كبيراً فإن الشدة تزداد بسرعة إلى حد مستوى الأشباع Saturation level.

لنعود إلى معادلة ربح الأشارة الصغيرة (المعادلة (10)) حيث أن وحدة الكميات الفيزيائية التالية لها و حدات هي:

$$\begin{matrix} A_{21} & \frac{\lambda^2}{8\pi} & g(\nu) \\ sec^{-1} & . m^2 . & \sec \end{matrix} = m^2$$

هي وحدة مساحة فإنها تعرف باسم مساحة مقطع عملية الانبعاث المحفز Cross-section for stimulated emission وهذه تعبر عن احتمالية حدوث الانبعاث المحفز فكلما زادت مساحة المقطع كلما ازدادت عملية الانبعاث المحفز.

$$\sigma_{SE} = A_{21} \frac{\lambda^2}{8\pi} g(\nu) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

وبهذا يمكن كتابة معادلة معامل ربح الأشارة الصغيرة على النحو التالي:

$$\gamma_0(\nu) = \sigma_{SE}(\nu)\, \Delta N \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

حيث أن ΔN تعطي مقدار فرق التعداد بين مستويات الطاقة E_1 و E_2 وفي حالة الليزر يجب أن يكون فارق التعداد موجباً.

$$\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_2} N_1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

3-4 الربح و معامل الربح Gain and Gain coefficient

الدالة G تعرف باسم الربح Gain والدالة γ_0 تعرف بمعامل التكبير وكلا الدالتين تعتمدان على التردد ولكن الدالة G تعتمد على التردد بدالة اسية حيث من المعادلة (10)

$$\gamma_0(\nu) = A_{21}\frac{\lambda^2}{8\pi}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)g(\nu)$$

أذا كان

$$\gamma_0(\nu) = Cg(\nu)$$

فأن الدالة G هي

$$G(\nu) = e^{C\,g(\nu)\,l} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$