الكهربائية والمغناطيسية

المرحلة الثانية

(الجزء الثاني)

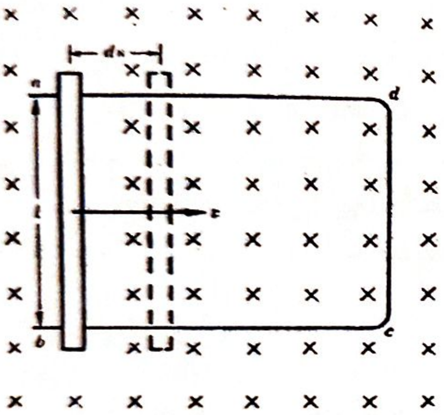
محاضرات المرحلة الثانية الجزء الثاني

الكهربائية والمغناطيسية المتقدم (Advanced Electricity & Magnetism)

الفصل الأول (Chapter one)

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة (Induced Electromotive Force)

العالمين فرداي faraday وهنري henry اكتشفا كل بمفرده مبادئ الطاقة الكهربائية المحتثة وكيفية تحويل الطاقة الميكانيكية إلى طاقة كهربائية. وبذلك فقد تطور علم الهندسة الكهربائية وتجاوز وبشكل فعال الاعتماد على النضائد في توليد الطاقة الكهربائية .



الشكل(١) يبين التغير في الفيض خلال الدائرة **abcd**

قانون فرداي The Faraday Law :-

في الدائرة المبينة في الشكل (١)، موصل في مجال مغناطيسي منتظم.

عند تحريك الموصل نحول اليمين ازاحة ds ينقص المقطع العرضي

للدائرة المغلقة abcd مساحة مقدارها $dA = l\, ds$

حيث l = طول الموصل.

التغير في الفيض خلال الدائرة

$$d\Phi = -B\,dA = -B\, l\, ds$$

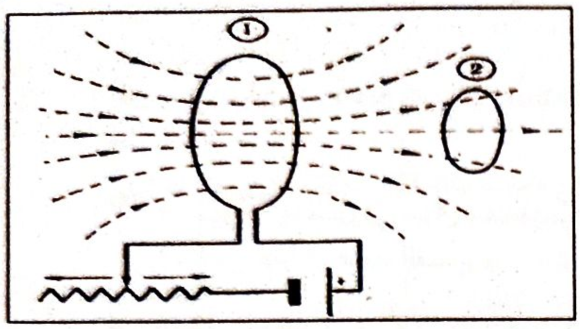
عند قسمة طرفي المعادلة على dt نحصل

$$-\frac{d\Phi}{dt} = B\, l \frac{ds}{dt} = B\, l\, v$$

وأن $B\, l\, v$ تساوي القوة الدافعة الكهربائية المحتثة. أي أنه القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تساوي عددياً القيمة السالبة لنسبة تغير الفيض المغناطيسي خلال الدائرة.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

<u>وهذه المعادلة تطبق على أي دائرة (دارة) يتغير خلالها الفيض بأية طريقة كانت حتى لو لم يتحرك أي جزء من أجزاء الدائرة.</u>



الشكل (٢)

- **مثال/**

الدائرة المبينة في الشكل (٢)، عند تغير التيار في الدائرة (١) يتغير المجال المغناطيسي خلال الدائرة (٢).

لنفرض أن هناك سلكين يكون كل منهما دائرة كهربائية كما في الشكل *(2)* والتيار المار في الدائرة ١ يولد مجالاً مغناطيسياً متناسباً في قيمته مع التيار في جميع النقاط. يمر جزء من هذا الفيض خلال الدائرة وإذا ما زاد أو قل التيار في الدائرة ١ سيتغير الفيض خلال الدائرة ٢ أيضاً. الدائرة ٢ لم تتحرك في مجال مغناطيسي ولذا لا وجود للقوة الدافعة الكهربائية (الحركية *motional*) المحتثة. بل هناك تغير في الفيض المغناطيسي خلالها.لذلك وجد أن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة ظهرت في الدائرة ٢ وقيمتها :-

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

من الواضح انه في الوضع كالذي في الشكل *(2)* لا يمكن عد جزءاً ما من الدائرة ٢ مصدرا للقوة الدافعة الكهربائية، بل أن الدائرة كلها تكون المصدر لذلك.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int \frac{d(B\cos\varphi)}{dt} dA$$

حيـــث

$$\boxed{\Phi = \int B \cos\varphi \, dA}$$

تعرف هذه العلاقة بقانون فاراداي *Faraday Law.*

ومن تعرف القوة الدافعة الكهربائية

$$\varepsilon = \oint E \cos\theta \, dl$$

عند اشتراك هذه المعادلة وقانون فاراداي بعلاقة واحدة نحصل على:-

$$\oint E \cos\theta \, dl = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int \frac{d(B\cos\varphi)}{dt} dA$$

إذن يمكن توليد قوة دافعة كهربائية محتثة متى ما تغير الفيض خلال دائرة ما. ويمكن أحداث تغير الفيض بطريقتين:

١- بحركة موصل في مجال مغناطيسي.
٢- تغير قيمة أو اتجاه الفيض خلال دائرة ثابتة.

ففي الحالة ١ يمكن حساب قيمة القوة الدافعة الكهربائية أما من العلاقة:

$$\varepsilon = B\,l\,v$$

أو من قاعدة أعم هي ($d\varepsilon = B v\, dl \sin\theta \cos\phi$) أو من العلاقة :-

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

أما في الحالة الثانية فيمكن حساب القوة الدافعة الكهربائية ε فقط باستخدام العلاقة :-

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int \frac{d(B\cos\varphi)}{dt} dA$$

- **مثال/ في الدائرة المبينة في الشكل السابق، شكل (2)، عند مرور تيار معين في دائرة (١) يربط الدائرة ٢ فيض مقدار (5×10^{-4} *wbers*) وعند فتح الدائرة ١ ستنخفض قيمة الفيض إلى الصفر خلال (*0.001sec*) ما هو معدل القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الدائرة ٢.**

EX:- In the Fig.2 with a certain current in circuit 1 a flux of 5×10^{-4} webers links with circuit 2. When circuit 1 is opened the flux falls to zero in 0.001 sec. what average emf is induced in circuit 2?

The average rate of decrease of flux in circuit 2 is

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{5\times10^{-4}}{0.001} = 0.5 = webers/sec.$$

The a verge induced emf is therefore 0.5 volt .

قانون لنز Lenz's Law:-

أستطاع العالم الالماني لنز (H.F.E. Lenz) أن يحصل على نتائج مماثلة لتلك التي اكتشفها العالمان فاراداي وهنري والذي ينص على:-

تتجه القوة الدافعة الكهربائية المحتثة باتجاه معين يعاكس (oppose) للسبب الذي يولدها.

أي أنه مثال:- إذا كان سبب توليد القوة الدافعة الكهربائية هو حركة موصل في مجال مغناطيسي فستعيق هذه القوة مسببها وذلك بتوليد تيار (في حالة وجود دائرة مغلقة) باتجاه معين بحيث تكون القوة الجانبية على هذا التيار مضادة لاتجاه حركة الموصل. وبذا تكون حركة الموصل قد اعيقت.

إما إذا كان سبب توليد القوة الدافعة الكهربائية هو التغير في فيض المجال المغناطيسي المار خلال دائرة مغلقة فسيكون التيار الناتج من هذه القوة الدافعة الكهربائية بالاتجاه الذي يولد فيضاً مغناطيسياً يكون أما (١) مضاداً لاتجاه الفيض الاصلي إذا كان الفيض الاصلي في حالة زيادة. أو (٢) يكون بنفس اتجاه الفيض الاصلي إذا كان هذا الفيض في حالة نقصان وبذا يكون التغير في الفيض نفسة وليس في اعاقته.

التطبيقات:-

١- البيتاترون (معجل جسيمات بيتا) The betatron
٢- مولد فاراداي القرصي The faraday disk dynamo

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في ملف دوار Induced emf in a rotating coil

مولد التيار المستمر The direct current generator

طريقة الملف الباحث لقياس الفيض المغناطيسي Search coil method of measuring magnetic flux

The galvanometer current at any instant is

$i = \frac{e}{R}$

R= Combined resistance of galvanometer and search coil.

e = instantaneous induced emf

i = the instantaneous current

$e= -N \frac{d\Phi}{dt}$

$i = - \frac{N}{R} \frac{d\Phi}{dt}$

$$\int_0^t i\,dt = q = -\frac{N}{R}\int_{\Phi}^{0} d\Phi = \frac{N\Phi}{R}$$

$$\Phi = \frac{R}{N} q$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{Rq}{NA}$$

The maximum deflection of a ballistic galvanometer is proportional to the quantity of charge displaced through it.

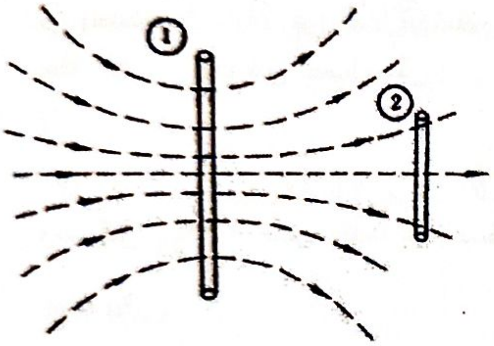
الفصل الثاني (chapter two)

الحث المتبادل Mutual Inductance :-

أن تغير الفيض الذي يقطع دائرة ثابتة يولد فيها قوة دافعة كهربائية فإذا كان التغيير في الفيض قد تسبب عن تيار متناوب في دائرة ثابتة، فمن المناسب التعبير عن التغيير في القوة الدافعة الكهربائية المحتثة بدلالة هذا التيار المتغير بدلا من الفيض المتغير.

الشكل (٣) يمثل مقطعاً في ملفين، لفت اسلاكهما بشكل متراص، التيار في

الدائرة ١ يولد مجالاً مغناطيسياً، وجزء من هذا الفيض يمر خلال الدائرة ٢.



الشكل (٣) الفيض المتولد من تيار في الملف ١ يربط بالملف ٢.

أن كل خط من خطوط الحث هو خط مغلق، أي يربط كل دائرة يمر بها كما في حلقتا سلسة متعاقبة. فإذا كانت الدائرة تتضمن عدد من اللفات N_2 وأن Φ يمثل عدد خطوط الفيض الرابطة لكل لفة. فحاصل الضرب $N_2\,\Phi$ يسمى عدد روابط الفيض (number of flux-linkages) للدائرة ٢ وان وحداتها هي Weber . turn ويبر. لفة.

وأن كثافة فيض المجال تتناسب عند كل نقطة طردياً مع التيار في الدائرة ١ (الا إذا وجدت مواد حديدية مغنطية ferromagnetic materials).

أي أنه :-

$$\Phi_{21} = k\, i_1$$

Φ_{21} = الفيض الذي يربط الدائرة ٢ والمتسبب عن التيار i_1 في الدائرة 1 .

K= ثابت التناسب.

فإذا تغير i_1 فستتغير Φ_{21} أيضا وستظهر قوة دافعة كهربائية في الدائرة ٢ قيمتها تعطى بالعلاقة :-

$$\varepsilon_2 = -\,N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\,N_2 K \frac{di_1}{dt}$$

N_2= عدد اللفات في الدائرة ٢

فلو افترضنا أن N_2K يمثل ثابت M نحصل على :

$$\varepsilon_2 = -\,M \frac{di_1}{dt}$$

$$M = -\frac{\varepsilon 2}{di_1/dt}$$

M= يمثل معامل الحث المتبادل.

تعريف معامل الحث المتبادل :- أنه نسبة القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الدائرة إلى سرعة تغير التيار في الدائرة الأخرى. ووحداته هنري Henry (فولت. ثانية \ امبير).

يمكن اشتقاق تعبير أخر للحث المتبادل :-

$$\varepsilon_2 = -N_2\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}$$

اي يحدث حث متبادل بين الدائرتين نتيجة لتغير التيار في احداهما بسرعة معينة ، وبأخذ تكامل المعادلة بعد حذف dt من الطرفين نحصل على :

$$N_2\Phi_{21} = Mi_1 + \text{ a constant}$$

ولما كان Φ_{21} = صفر عندما i_1 = صفر

فعليه يكون

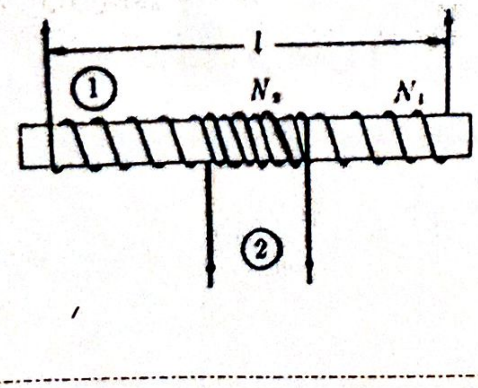
$$N_2\Phi_{21} = Mi_1$$

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1}$$ أي أنه

$$M = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2}$$ أو

اي ان الحث المتبادل لدائرتين هو نسبة روابط الفيض المتولد من احدى الدائرتين إلى التيار في الدائرة الاخرى. ووحداته ويبر . لفة لكل الامبير Weber. turns/Amper . اي هنري Henry.

مثال / ملف لولبي solenoid طويل مساحة مقطعه A وطوله l وفيه عدد N_1 من اللفات، لف حول مركزه ملف صغير عدد لفاته N_2 كما في الشكل التالي. احسب الحث المتبادل بين الدائرتين.



EX: a long solenoid of length l, cross section A, having N_1 turns, has wound about its center a small coil of N_2 turns as in Fig.below. compute the mutual inductance of the two circuits.

لنفرض أن الملف اللولبي هو الدائرة الأولى، فالتيار i_1 يولد مجالاً عند مركز الملف مقداره :

$$B = \mu_\circ \frac{N_1 i_1}{l}$$

الفيض خلال المقطع المركزي هو $\Phi = BA = \mu_\circ \frac{A N_1 i_1}{l}$

طالما أن جميع الفيض يقطع الدائرة ٢، فان

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} = \mu_\circ \frac{A N_1 N_2}{l} \begin{Bmatrix} volts / (\frac{amp}{sec}) \\ weber.turns/amp \\ henrys \end{Bmatrix}$$

مقاسا بوحدات (فولت \ $(\frac{\text{امبير}}{\text{ثانية}})$) او (فولت. ثانية \ امبير) او (وبر. لفة \ امبير) او (هنري).

إذا كان

$l = 1$ m, A= 10 cm^2 = 10^{-3} m^2, $N_1 = 1000$ turns , $N_2 = 20$ turns.

$$M = \frac{12.57 \times 10^{-7} \times 10^{-3} \times 1000 \times 20}{1} = 25.1 \times 10^{-6} \text{ henrys}$$

EX:- what is the induced emf in circuit 2 when the current in circuit 1 changes at the rate of 10 amp/sec?

ما قيمة القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الدائرة ٢ عندما يتغير التيارفي الدائرة ١ بمعدل ١٠ امبير في الثانية.

$$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

$= -25.1 \times 10^{-6} \times 10 = -251$ microvolts.

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تعاكس التغير في التيار وليس التيار نفسه. فاذا زاد التيار الأصلي فان الفولتية المحتثة سوف تكون باتجاه مضاد له.

الحث الذاتي self inductance :

أن أي دائرة يمر فيها تيار متغير ستولد فيها قوة دافعة كهربائية محتثة بسبب تغير مجالها وتسمى بالقوة الدافعة الكهربائية المحتثة ذاتياً. فمن المناسب أن يُعبر عن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة بدلالة التيار المتغير بدلاً من الفيض المتغير.

تعتمد خطوط الفيض الرابطة لأية دائرة (والناتجة بسبب التيار في الدائرة نفسها) على التصميم الهندسي للدائرة اي على الشكل والحجم وعدد اللفات....الخ. وبغض النظر عن الوضع الهندسي للدائرة ، فأن كثافة الفيض عند أي نقطة يتناسب طردياً مع التيار المنتج لها ، ولهذا سيكون الفيض متناسبا مع التيار وعليه يمكن كتابة العلاقة كالأتي :-

$$\Phi = Ki$$

حيث K ثابت تناسب هندسي وهو مقدار ثابت لكل دائرة معينة ، فاذا كان في الدائرة عدد من اللفات يساوي N وجميعها ترتبط بنفس المقدار من الفيض فان :-

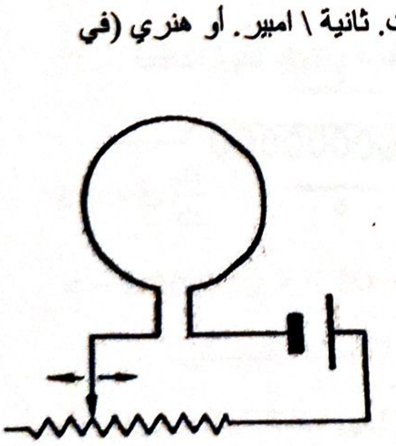
$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -NK\frac{di}{dt}$$

$$\text{if} \quad NK = L$$

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

L = معامل الحث الذاتي ووحداته نفس وحدات معامل الحث المتبادل ، فولت. ثانية \ امبير. أو هنري (في وحدات النظام العالمي).

ويكون معامل الحث الذاتي لدائرة ما هنري واحد إذا ما احتثت قوة دافعة كهربائية مقدارها فولت واحد في دائرة يتغير التيار فيها بمعدل امبير واحد في الثانية الواحدة.



الشكل يوضح دائرة كهربائية لاظهار الحث الذاتي

ويمكن اشتقاق تعبير اخر لمعامل الحث الذاتي L :

$$N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

ومنها

$$N\, d\Phi = L\, di$$

$$N\Phi = Li + \text{a constant.}$$

و لما كان Φ= صفر عندما يكون i = صفر. فان :

$$\Phi = \text{zero} \quad \text{when} \quad i = \text{zero}$$

فأن

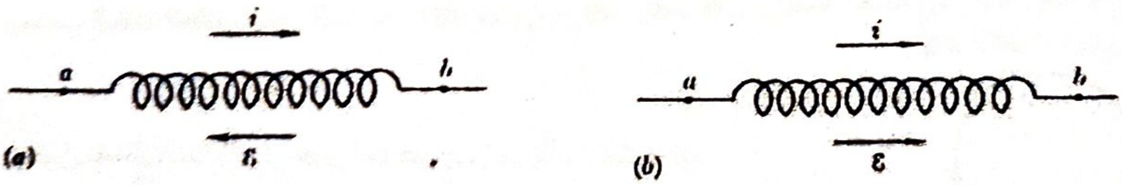
$$N\Phi = Li$$

ومنها نحصل على :-

$$L = \frac{N\Phi}{i}$$

تعريف معامل الحث الذاتي : هو عدد روابط الفيض لكل وحدة التيار. ووحداته ويبر . لفة \ امبير او هنري

يمكن معرفة اتجاه التيار ذاتيا باستخدام قانون لنز Lenz's (ان سبب توليد القوة الدافعة الكهربائية هو زيادة او نقصان في التيار) . فإذا كان التيار في حالة نقصان فسيكون كل من التيار والقوة الدافعة الكهربائية في نفس الاتجاه. وعليه فالتغير في التيار وليس التيار نفسه الذي تعاكسه القوة الدافعة الكهربائية المحتثة.



يمكن تعريف حثية الملف مهما كان شكله اوحجمه وسواء كانت هناك مواد مغناطيسية متواجدة في قلب الملف او في المنطقة المجاورة ام لم تكن .

حثية الملف: هي النسبة بين القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الذاتية في الملف إلى المعدل الزمني لتغير التيار في نفس الملف ووحداته فولت. ثانية \ امبير أو هنري.

مثال :

احسب معامل الحث الذاتي لملف دائري طوله l ومساحة مقطعه A وعدد لفاته N .

افرض أن : $A = 10^{-3}\ m^2,\ l = 1\ m\ ,\ N=1000$ turns

أن كثافة الفيض في الحجم الذي تغلفه اللفات هو:

$$B = \mu_o \frac{Ni}{l}$$

$$\Phi = BA = \mu_o \frac{ANi}{l}$$

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \mu_o \frac{AN^2}{l}$$

$$L = \frac{12.5\ 7\times10^{-7} \times10^{-3} \times 10^{6}}{1} = 1.26 \times10^{-3}\ \text{Henrys}$$

$= 1.26$ millihenrys.

مثال: إذا كان التيار في الملف السابق يزداد بمعدل 10 amp/sec. جد قيمة واتجاه القوة الدافعة الكهربائية المحتثة ذاتياً.

$$\varepsilon = - L \frac{di}{dt}$$

$= - 1.26 \times10^{-3} \times 10 = - 12.6$ millivolts.

لما كان التيار في ازدياد فأن اتجاه هذه القوة الدافعة الكهربائية سيكون معاكساً لاتجـــاه التيـــار.

<u>مثال:</u> كيفية حساب حثية ملف حلزوني طويل يحتوي على n من اللفات <u>لوحدة الطول</u> ومساحة مقطعه A ومعدل طوله l.

$$L = \frac{N\Phi}{i}$$

N تمثل العدد الكلي للفات الملف الحلزوني وتساوي nl. ولما كان بالإمكان اعتبار المجال المغناطيسي منتظماً داخل الملف الحلزوني وموازياً لمحوره ، نرى ان الفيض المغناطيسي خلال اي من لفات الحلزون.

$$\Phi = BA$$

كثافة الفيض المغناطيسي داخل الملف الحلزوني:

$$B = \mu_o ni = \mu_o \frac{Ni}{l} \qquad \text{حيث } N=nl$$

$$\Phi = BA = \mu_o \frac{ANi}{l}$$

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \mu_o \frac{AN^2}{l}$$

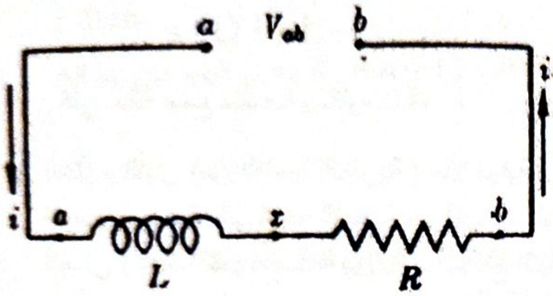
or

$$L = \frac{(nl)(\mu_o ni)A}{i} = \mu_o n^2 lA$$

نلاحظ ان الحثية تعتمد على الابعاد الهندسية للملف.

نمو التيار في دائرة حثية :Growth of current in an inductive circuit

نفرض أن حثية L متصلة على التوالي مع مقاومة R ببطارية ذات قوة دافعة كهربائية ε خلال مفتاح كهربائي. حيث ان الحثية نقية (خالية من المقاومة الداخلية) والمقاومة نقية (خالية من الحث).



في لحظة اغلاق الدائرة فأن التيار لن يرتفع إلى قيمته النهائية ولكن سينمو بمعدل يعتمد على حث (ومقاومة) الدائرة وهنـاك تشابة كبير بين زيادة التيار في المحث وزيادة الشحنة علـى صفيحتي متسعة.

الشكل يبين فرق جهد ثابت حول محث ومقاوم مربوطان على التوالي.

ليكن i التيار في الدائرة في لحظة ما بعد غلقها :-

$$V_{ab} = \Sigma iR - \Sigma\varepsilon \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

ومن المعادلتين :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i - \frac{V_{ab}}{L} = 0$$

وبالتكامل نحصل على التيار

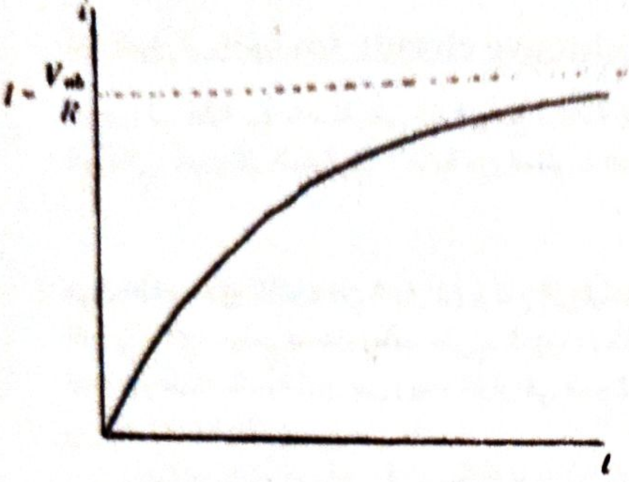
$$i = \frac{V_{ab}}{R}(1- e^{-Rt/L})$$

تساوي القيمة النهائية للتيار

$$V_{ab}/R = I$$

$$i = I(1- e^{-Rt/L})$$

كما في الشكل التالي



الشكل يمثل المنحني المعادلة

$$i = I\,(1- e^{-Rt/L})$$

. ففي حالة جمع متسعة ومقاومـــة،

يستلزم التيار (من الناحية النظرية) مالا نهاية من الزمن للوصول إلى قيمته ألنهائية ، ولكن في الواقع العملي ومهما تكن نسبـــة (R/L) سيحتاج التيار وقتاً قصيراً جداً كي يبلغ قيمته النهائيـــة.

ثابت الزمن الحثي

الزمن الازم لزيادة التيار إلى $\frac{1}{e}$ من قيمته العظمى ويساوي L/R أي 63% من قيمته العظمى عند غلق الدائرة

$$t= L/R$$

وعليه فالدائرة التي فيها مقاومة ثابتة يزداد هذا الزمن بكبر قيمة المحثة والعكس بالعكس.

وبالرغم من أن منحني تغير i مع t له نفس الخواص العامة مهما كانت قيمة المحثة، ولكن التيار يرتفع بسرعة إلى قيمته النهائية إذا كانت قيمة L صغيرة وببطء اذا كانت قيمتها كبيرة.

فرق الجهد بين طرفي المحث في الشكل هو:

$$V_{ax} = \Sigma iR - \Sigma \varepsilon = L\frac{di}{dt}$$

وبالتفاضل المعادلة $i = I\,(1- e^{-Rt/L})$ للحصول على di/dt وتعويضها في المعادلة

$$V_{ax} = \Sigma iR - \Sigma \varepsilon = L\frac{di}{dt}$$

نحصل على:

$$V_{ax} = V_{ab}\, e^{-Rt/L}$$

$$\text{At} \quad t = 0, \quad V_{ax} = V_{ab}$$

يتبين ان فولتية المصدر كلها تظهر حول المحث لحظة اغلاق الدائرة (t = صفر)، وفرق الجهد بين طرفيه يقل اسيا (exponentially) إلى الصفر خلال زيادة التيار.

مثال :- محث مقاومتة (6 Ω) وقيمة المحث (3 henrys) مربوط إلى طرفي بطارية قوتها الدافعة الكهربائية تساوي (12V) وذات مقاومة داخلية صغيرة يمكن اهمالها.

١- جد سرعة زيادة التيار الابتدائية في الدائرة .

٢- جد سرعة زيادة التيار في اللحظة التي يكون فيها التيار (1amp).

٣- ما هي قيمة التيار بعد (0.2 sec) من غلق الدائرة؟

الحل/ ١-

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{ab}}{L} - \frac{R}{L}\, i$$

التيار الابتدائي يساوي صفراً . وعليه سرعة التيار هي :

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{ab}}{L} = \frac{12}{3} = 4\ amp/sec.$$

٢- عندما يكون i= 1 amp

$$\frac{di}{dt} = \frac{12}{3} - \frac{6}{3} \times 1 = 2\ amp/sec.$$

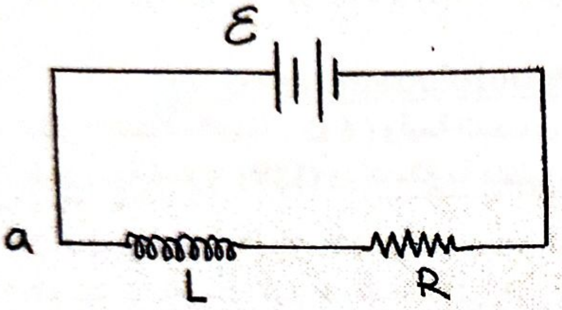
٣-

$$i = \frac{V_{ab}}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

$$= \frac{12}{6}\left(1 - e^{-6\times0.2/3}\right)$$

$$= 2(1 - e^{-0.4}) = 0.65\ amp.$$

مثال : في الدائرة التالية احسب الزمن اللازم لكي تكون الفولتية $V_R = V_L$ بعد غلق المفتاح وذلك بوضعه في الموقع a.



نفرض بعد مضي فترة زمنية مقدارها t تتساوى $V_R = V_L$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-Rt/L}) \quad \text{......................}1$$

$$V_R = iR = \varepsilon(1 - e^{-Rt/L}) \quad \text{.........}2$$

$$V_L = L\frac{di}{dt} \quad \text{.....................................}3$$

تفاضل المعادلة (١)

$$\frac{di}{dt} = (-\varepsilon/R)(-R/L)e^{-Rt/L} = (\varepsilon/L)e^{-Rt/L}$$

$$V_L = \varepsilon e^{-Rt/L}$$

وعندما تتساوى الفولتية

$$\varepsilon(1 - e^{-Rt/L}) = \varepsilon\, e^{-Rt/L}$$

$$2e^{-\frac{Rt}{L}} = 1$$

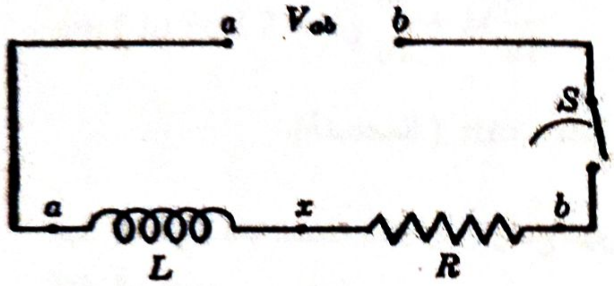
$$2 = e^{Rt/L}$$

$$Ln2 = \frac{Rt}{L}$$

الزمن يصبح :

$$t = \frac{L}{R} Ln2 = 0.693\, L/R$$

الطاقة المرافقة لمحث (Energy associated with an inductor):



في الدائرة التالية عند غلق المفتاح سيزداد التيار

من الصفر الى قيمته النهائية $\frac{V_{ab}}{R}$

فلو فرضنا ان قيمة التيار اللحظي في الدائرة هو i وسرعة زيادته di/dt فأن:

$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xb} = L\frac{di}{dt} + Ri$$

فالطاقة الداخلة إلى الدائرة في هذه اللحظة هي:

$$P = iV_{ab}$$

$$p = Li\frac{di}{dt} + i^2R$$

القدرة الداخلة إلى المقاومة سرعـــة ازدياد الطاقــة + القدرة الداخلة إلى المحث خلال الوقت الذي يزداد التيـــــــار = القدرة الداخلة

عندما يكون التيار في قيمته النهائية أي عند $\frac{di}{dt} = \text{zero}$

#ستتوقف الطاقة المزودة إلى المحث. أي ان الطاقة المزودة إلى المحث قد تحولت إلى مجال مغناطيسي مخزونة على شكل طاقة كامنة وعند فتح الدائرة يضمحل المجال المغناطيسي وتعود الطاقة إلى الدائرة ثانيةً.

حساب الطاقة المرافقة للمجال المغناطيسي في محث يمر خلاله التيار:

$$P = \frac{dw}{dt} = Li\,\frac{di}{dt}$$

$$dw = Lidi$$

$$w = \int dw = \int_0^I Lidi$$

أي $$w = \frac{1}{2}LI^2$$

حيث W هي الطاقة المعطاة خلال زمن ارتفاع التيار من الصفر إلى I وتحرر كمية الطاقة عند هبوط التيار إلى الصفر.

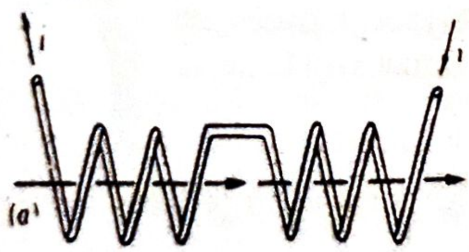
يمكن تطبيق نفس الطريقة على ملف له مقاومة R ومعامل حث ذاتي L.

المحثات على التوالي (Inductors in series):

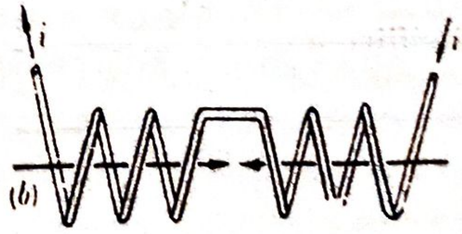
ترتبط المحثات غالباً على التوالي او التوازي أو في دائرة أكثر تعقيداً.

يعرف معامل الحث الذاتي المكافئ لأية شبكة دارة: نسبة القوة الدافعة الكهربائية المحتثة الكلية (الذاتية + المتبادلة) بين نهايتي الشبكة إلى سرعة تغير التيار المسؤول عن القوة الدافعة الكهربائية.

لو فرضنا أن ملفين مربوطين على التوالي قيمة معامل الحث الذاتي لكل منهما L_1 و L_2 ومعامل الحث المتبادل بينهما M.



الفيض بنفس الاتجاه



الفيض بعكس الاتجاه

عند وضع الملفين كما في الشكل (a) فأن الفيض الرابط للمفلين (والمتسبب عن التيار المار في الآخر) سيكون بنفس اتجاه الفيض الناتج من التيار في الملف نفسه. وعليه فإذا تغير التيار فجميع القوى الدافعة الكهربائية المحتثة سواء كانت ذاتية او متبادلة ستكون بنفس الاتجاه.

ق.د.ك. في الملف الأول = ق.د.ك. محتثة ذاتياً + ق.د. ك. محتثة بالتبادل.

$$\varepsilon = L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}$$

القوة الدافعة الكهربائية في الملف الثاني.

$$emf\ in\ coil\ 2 = L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt}$$

(المحصلة) $$net\ emf = (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

ومن التعريف فمعامل الحث الذاتي المكافئ هو :

$$L = L_1 + L_2 + 2m$$

#عند وضع الملفين كما في (b) أي الفيض الذي يربط كل ملف بسبب التيار سيكون معاكساً في الاتجاه لفيض الملف.

تكون المحصلة:

$$net\ emf = \left(L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}\right) + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

 # لو كانت الدائرة مركبة بحيث ان فيض اي من الملفين يربط الاخر، فسيكون معامل الحث المتبادل صفراً. وبذا فمعامل الحث الذاتي المكافئ عبارة عن مجموع معاملي الحث الذاتي لكل منهما فقط.

#نستنتج أنه بالإمكان تركيب محث متغير وذلك بربط ملفين على التوالي يكون احدهما قابل للدوران بالنسبة للأخر وعليه إذا كانت قيم L_1 و L_2 ثابتة فأن M تتغير تبعاً للوضع الزاوي للملف المتحرك.وبذلك فأن معامل الحث الذاتي المكافئ لهذا الجهاز سيكون قابلاً للتغير من ($L_1 + L_2 + 2M$) إلى ($L_1 + L_2 - 2M$) ويرمز له محث متغير.

ومن تجارب لقياس معامل الحث المتبادل لملفين يقاس معامل الحث الذاتي المتكافئ لهما وهما مربوطان على التوالي. فالفيضان مرة بنفس الاتجاه ومتعاكسان مرة أخرى. ولو أسمينا هذه القيم L' و L'' على التتابع تكون:

$$M = \frac{L' - L''}{4}$$

وإذا ما لف ملفان على نفس اللب الحديدي كما في المحولة أو إذا ما وضع ملفان متراصاً اللفات جنباً إلى جنب فعملياً سيربط كل الفيض المتولد من احداهما جميع لفات الأخر. وبالتعريف فأن:-

$$L_1 = \frac{N_1\Phi_1}{i_1}, \quad L_2 = \frac{N_2\Phi_2}{i_2}$$

$$M = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2} = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1}$$

لكن $\Phi_{21} = \Phi_1, \Phi_{12} = \Phi_2$

وعليه فأن

$$M = \frac{N_1\Phi_2}{i_2}$$

و

$$M = \frac{N_2\Phi_1}{i_1}$$

عند ضرب وترتيب الحدود نحصل على:

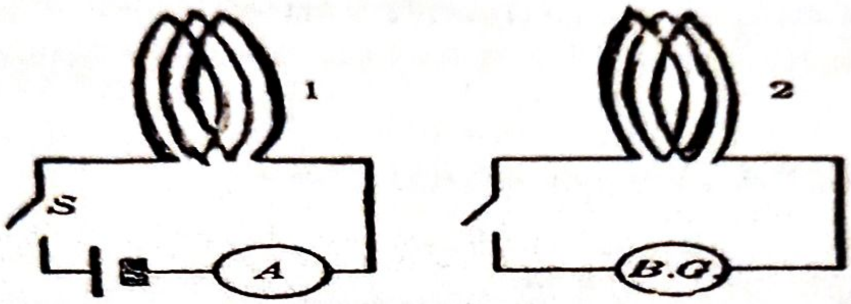
$$M^2 = \frac{N_1\Phi_1}{i_1} \times \frac{N_2\Phi_2}{i_2} = L_1L_2$$

$$M = \sqrt{L_1L_2}$$

معامل الحث المتبادل لملفين هو المعدل الهندسي لمعامل الحث الذاتي لهما. وتقاس معاملات الحث الذاتي والمتبادل عادة بمساعدة قنطرة وتستون.

تجربة لقياس معامل الحث المتبادل بواسطة الكلفانوميتر القذفي :

في الدائرة التالية عند غلق المفتاح S سيزداد التيار في الدائرة (1) بسرعة من الصفر إلى قيمة I_1 والتي يمكن قياسها باستخدام اميتر A .



وخلال نمو هذا التيار تحتث ق.د.ك. (ε_2) في الدائرة (2) لذا فالتيار في الدائرة في أية لحظة هو :-

$$i_2 = \frac{\varepsilon_2}{R_2}$$

حيث R_2 هي المقاومة الكلية للدائرة 2 .   لكن

$$\varepsilon_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}$$

وعليه:

$$i_2 = \frac{N_2}{R_2}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{M}{R_2}\frac{di_1}{dt} + \frac{L_2}{R_2}\frac{di_2}{dt}$$

$$i_2 dt = \frac{N_2}{R_2}d\Phi = \frac{M}{R_2}di + \frac{L_2}{R_2}di_2$$

$$q = \int_0^\infty i_2\,dt = \frac{N_2}{R_2}\int_0^{\Phi_{21}} d\Phi = \frac{M}{R_2}\int_0^{I_1} di_1 + \frac{L_2}{R_2}\int_0^0 di_2$$

$$= \frac{N_2}{R_2}\Phi_{21} = \frac{M}{R_2}I_1$$

Φ_{21} =هو الفيض النهائي الذي يربط الدائرة 2عندما يبلغ التيار i_1 قيمته النهائية I_1 .

مثال/ ملف ذو حثيه (2H) ومقاومة (10 Ω) ربط إلى بطارية ذات قوة دافعة كهربائية (100 V) ومقاومتها الداخلية مهملة ، بعد مضي زمن قدره (0.1s) على غلق الدائرة ، أحسب :

١- المعدل الزمني للطاقة أو القدرة التي تجهزها البطارية للدائرة.
٢- المعدل الزمني للطاقة المستهلكة في المقاومة والتي تظهر بشكل حرارة.
٣- المعدل الزمني للطاقة التي تخزن في المجال المغناطيسي.

الحل: ١- نجد التيار كدالة للزمن :

$$i = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

$$i = \frac{100}{10}\left(1 - e^{-\frac{10\times0.1}{2}}\right) \cong 4A$$

- حساب القدرة التي تغذيها البطارية للدائرة :

$$\frac{dW}{dt} = \varepsilon i = 100 \times 4 = 400\ w$$

٢- حساب القدرة المستهلكة في المقاومة بشكل حرارة :

$$\frac{dH}{dt} = i^2 R = (4)^2 \times 10 = 160w$$

٣-المعدل الزمني للطاقة التي تخزن في المجال المغناطيسي :

$$\frac{d\Phi}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

حساب المعدل الزمني لتغير التيار في الزمن $t=0.1s$ وذلك بأخذ المشتقة للمعادلة :

$$\frac{di}{dt} = \frac{V}{L}\,e^{-Rt/L}$$

$$= \frac{100}{2}\,e^{-10\times0.1/2} = 30\ A/s$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 2 \times 4 \times 30 = 240\ w$$

ويمكن تحقيق هذه النتائج على ضوء قانون حفظ الطاقة

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{dw}{dt} = 160 + 240 = 400w.$$

مثال / ربط ملف ذي حثية L ومقاومة R ببطارية قوتها الدافعة الكهربائية ε وذات مقاومة داخلية مهملة، بعد زمن قدرة ثابت الزمن أي L/R من غلق الدائرة. أحسب الطاقة الحرارية الكلية المتولدة في مقاومة الملف.

بما أن المعدل الزمني للطاقة التي تظهر بشكل حرارة في المقاومة

$$\frac{dH}{dt} = i^2 R$$

الطاقة الكلية :

$$H = \int_0^{L/R} i^2\, R dt$$

$$H = \int_0^{L/R} [\frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-Rt/L})]^2\, R dt$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{R}\int_0^{L/R} (1 - 2e^{-Rt/L} + e^{-(2Rt/L)})\, dt$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{R}[t - 2\left(-\frac{L}{R}\right)e^{-Rt/L} + \left(-\frac{L}{2R}\right)e^{-2Rt/L}]_0^{L/R}$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{R}\left[\frac{L}{R} + \frac{2L}{R}.\frac{1}{e} - \frac{L}{2R}\frac{1}{e^2} - 0 - \frac{2L}{R} + \frac{L}{2R}\right]$$

$$\frac{\varepsilon^2 L}{R^2}\left[-0.5 + \frac{2}{2.72} - \frac{0.5}{(2.72)^2}\right] = 0.168\,\frac{\varepsilon^2 L}{R^2}$$

مثال/ ملف دائري *A* مساحة مقطعة *($4cm^2$)* وعدد لفاته *50* لفة و *B* ملف دائري أخر نصف قطره *(20cm)* وعدد لفاته *100* لفه. الملف *A* موضوع في مركز الملف *B* ومحور الملفين متطابقين.

١- ما قيمة معامل الحث المتبادل *M* للملفين.
٢- ما قيمة القوة الدافعة الكهربائية المحثتة في الملف *A* عندما ينقص التيار في *B* بسرعة *(50 amp/s)*.
٣- ما سرعة تغير الفيض خلال الملف في هذه اللحظة.

الحل:

$$1\text{-}\ M = \mu_0 \frac{A\, N_1\, N_2}{l}$$

$$= \frac{12.57 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4} \times 50 \times 100}{20 \times 2 \times 10^{-2}} = 6.28 \times 10^{-6}\ H$$

$$2\text{-}\ \varepsilon_2 = -M \frac{di}{dt}$$
$$= 6.28 \times 10^{-6} \times 50 = 3.14\ \times 10^{-4}\ V$$

$$3\text{-}\ M = \frac{N_1 \Phi_2}{i_2}$$

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{M \frac{di_2}{dt}}{N_1} = \frac{6.28 \times 10^{-6} \times 50}{50} = 6.28 \times 10^{-6}\ w/sec.$$

مثال/ ملف يتكون من *100* لفة متراصة ومعامل الحث الذاتي له يساوي *(5 mhenery)*. كم قيمة الفيض الذي يقطع الملف عندما يكون التيار المار خلاله *(10 mA.)*.

$$L = \frac{N\Phi}{i} \rightarrow\ \Phi = \frac{Li}{N}$$

$$= \frac{5 \times 10^{-3} \times 10 \times\ 10^{-3}}{100} = 5 \times 10^{-7} w.$$

مثال/ أثبت أن ثابت الزمن لأي ملف *Inductor* يساوي *L/R* .

موجود في نمو التيار في دائرة حثيه.

مثال/ معامل الحث الذاتي لملف مقاومته ($200\ \Omega$) يساوي ($10\ H$) ربط الملف فجأة الى فرق جهد مقداره ($10\ V$) :

١- ما هي قيمة التيار النهائية في الملف .

٢- ما هي سرعة تغير التيار di/dt الابتدائية.

٣- كم كانت سرعة التيار عندما بلغت قيمته (التيار) نصف قيمته النهائية .

٤- في اي وقت بعد وضع الفولتية بلغ التيار % 99 من قيمته النهائية .

٥- احسب قيمة التيار في الأوقات التالية بعد وضع الفولتية

(0.1 sec , 0.075 sec , 0.05 sec , 0.0025 sec)

الحل:

1- $i = \frac{V}{R} = \frac{10}{200} = 0.05\ amp$

2- $V = -L\frac{di}{dt}$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{V}{L} = \frac{10}{10} = 1\ amp/sec.$$

3- $\frac{di}{dt} = \frac{V_{ab}}{L} - \frac{R}{L}i$

$$= \frac{10}{10} - \frac{200}{10} \times 0.05 \times \frac{1}{2} = 1 - 20 \times 0.05 = 0.5\ amp/sec.$$

4- $i = \frac{V_{ab}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) \Rightarrow 0.99 \times 0.05 = \frac{10}{200}\left(1 - e^{-200t/10}\right)$

$$495 \times 10^{-4} = \frac{1}{20}\left(1 - e^{-20t}\right) \Rightarrow 990 \times 10^{-3} = 1 - e^{-20t}$$

$$e^{-20t} = 1 - 0.99$$

$$lne^{-20t} = ln10^{-2} \Rightarrow -20t = -2 \times 2.3 \Rightarrow t = 0.23sec.$$

$$5\text{- } i = \frac{V_{ab}}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) \Rightarrow i = \frac{10}{200}\left(1 - e^{-200\times0.0025/10}\right)$$

مثال/ ملف حث نصف قطره ($1\ cm$) ويتكون من مائتي لفة و يتصل بكلفانوميتر قذفي حساسيته 4 تقسيمات للمايكرو كولوم الواحد. وضع ملف في مجال مغناطيسي بحيث كان مستواه عمودياً على المجال ثم سحب الملف بسرعة خارج المجال فسجل الكلفانوميتر انحرافاً قدره ثلاثون تقسيماً. فإذا كانت المقاومة الكلية لدائرة الملف ($1000\ \Omega$) .احسب شدة المجال المغناطيسي.

الحل/

$$q = \frac{30 \times 10^{-6}}{4} = 7.5 \times 10^{-6}c$$

$$B = \left(\frac{R}{NA}\right)q = \left(\frac{1000\Omega}{200\,\pi \times 10^{-4}m^2}\right)7.5 \times 10^{-6} = 0.12\ \text{T}$$

مثال/ مجال مغناطيسي منتظم شدته ($0.1\ W/m^2$) مسلط بصورة عمودية على دائرة كهربائية مساحتها ($1m^2$). ما زمن اللازم لتخفيض المجال من تلك القيمة إلى الصفر لكي تحتث قوة دافعة كهربائية بالدائرة قيمتها ($100\ V$).

$$\Phi = BA$$

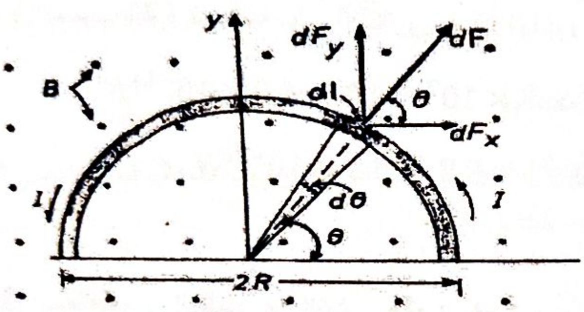
$$\mathcal{E} = -\frac{0 - BA}{t}$$

$$t = \frac{BA}{|\mathcal{E}|} = \frac{0.1 \times 1}{100} = \frac{0.1\,Vs}{100V} = 1\,ms.$$

الزمن موجب..

امثلة على المغناطيسية (المجالات المغناطيسية الناشئة عن التيارات الثابتة) :

مثال / أوجد مقدار واتجاه القوة التي تنشأ على سلك بشكل نصف دائرة قطرها R ويحمل تياراً مقداره I وموضوعاً بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم (B) كما موضح في الشكل ادناه :



$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$dF = IBdl = IBRd\theta$$

اما اتجاها يكون شعاعياً ونحو الخارج

تحلل القوة dF إلى مركبتين افقية dF_X وعمودية dF_y

$$F_y = \int dF_y = \int dF sin\theta$$

$$F_y = \int_0^{\pi} IBRd\theta \ sin\theta$$

$$F_y = IBR \int_0^{\pi} sin\theta \ d\theta = 2BIR$$

اما الافقية :

$$F_X = \int dF_x = \int_0^{\pi} dF \cos\theta = 0$$

لكونها متعاكسة في الاتجاه من التناظر

:. القوة الكلية المؤثرة على السلك هي $F=2IBR$

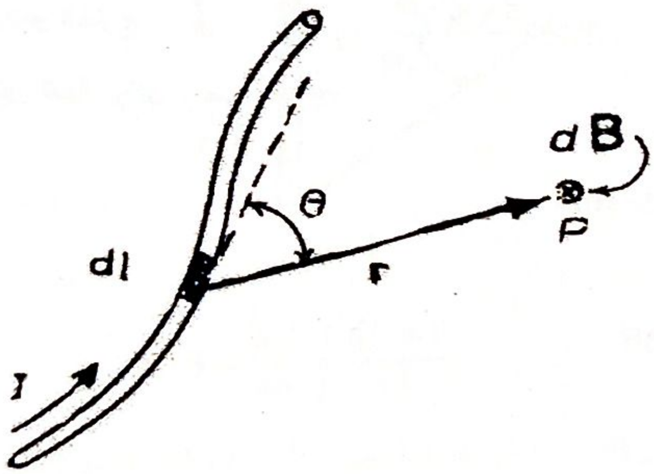
مثال / دخل الكترون بسرعة (3×10^{7} m/sec.) عمودياً على مجال مغناطيسي كثافة فيضه B تساوي (10 Tesla) . احسب القوة المسلطة على الالكترون و قارنها بوزنه.

$$F = qvB = 1.6 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{7} \times 10 = 4.8 \times 10^{-11} N.$$

$$F = mg = 9 \times 10^{-31} \times 9.8 = 8.8 \times 10^{-30} N.$$

المجال المغناطيسي الناشئ عن التيار - قانون بايوت و سافارت - .

ينص قانون بايوت و سافارت Biot- Savart Law على ان مقدار شدة المجال المغناطيسي الناتج عن عنصر الطول (element of Length) dl عند النقطة p عندما يمر فيه تيار قدره I .



$$dB = \frac{\mu_{o} I}{4\pi}\,\frac{dl\,\sin\theta}{r^{2}}$$

θ الزاوية المحصورة بين متجة الازاحة والعنصر dl الذي هو بأتجاة المماس.

$$\mu_{o} = permeability\ of\ Vacuum.$$

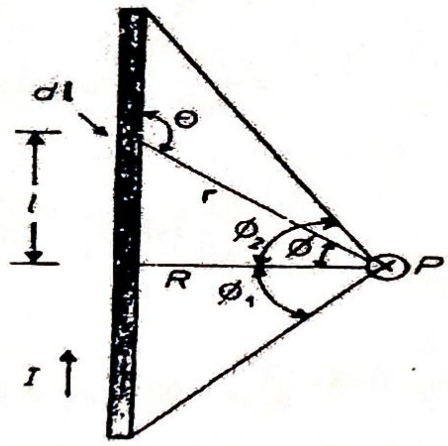
ويمكن كتابته بشكل المتجهات.

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{dl \times \hat{r}}{r^3}$$

تطبيقات على قانون بايوت - سافارت :

أ- المجال المغناطيسي الناشيء عن سلك مستقيم .

نأخذ عنصراً صغيراً تفاضلياً differential element من السلك dl و نجد المجال المغناطيسي الناتج عن مرور التيار في هذا العنصر ثم نجري عملية التكامل .



$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^3}$$

ان اتجاه dB ⊥ المتجهين dl و $\hat{r}$ اي عمودياً على مستوى الورقة ومتجهاً نحو الداخل(قاعدة اليد اليمنى right hand rule) لفة اليد تمثل اتجاه خطوط المجال المغناطيسي و الابهام يشير إلى اتجاه التيار.

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{\sin\theta \, dl}{r^2}$$

$$\sin\theta = \cos\phi$$

$$r = \frac{R}{\cos\phi}$$

$$l = R\tan\phi$$

$$dl = Rsec^2\phi\, d\,\phi$$

حيث R المسافة العمودية بين P والسلك. وبالتعويض ينتج:

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int_{\phi_1}^{\phi_2}\frac{\cos\phi\,\mathrm{R}\sec^2\phi\,d\phi\,cos^2\phi}{\mathrm{R}^2}$$

$$= \frac{\mu_o \mathrm{I}}{4\pi\mathrm{R}}\int_{\phi_1}^{\phi_2}\cos\phi\,d\,\phi$$

$$B = \frac{\mu_o \mathrm{I}}{4\pi\mathrm{R}}\left(\sin\phi_2 - sin\,\phi_1\right)$$

اما إذا كان السلك طويل جداً فيكون

$$\phi_1 = -90\ ,\ \ \phi_2 \to 90$$

فيكون :

$$B = \frac{\mu_o \mathrm{I}}{2\pi\mathrm{R}}$$

ب- القوة المتبادلة بين سلكين متوازيين .

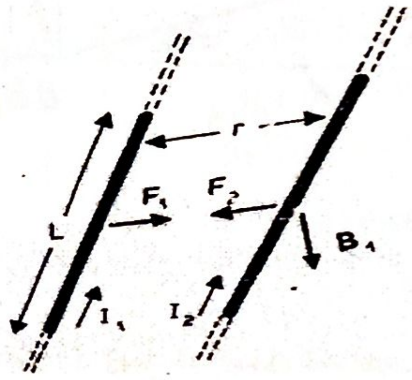
سلكين مستقيمين متوازيين و طويلين جداً و تفصل بينهما مسافة قدرها r. السلك الأول يحمل تياراً قدره I_1 و اما الثاني فيحمل تياراً قدره I_2 و بنفس الاتجاه.

ان كلا السلكين سوف يقع تحت تأثير المجال المغناطيسي الناشئ عن الاخر و عليه سوف يتأثر بقوة مغناطيسية .

يمكن حساب القوة و ذلك بأن نجد المجال المغناطيسي الناشئ عن السلك الأول و عند موضع السلك الثاني فيكون:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r}$$

ان اتجاه B_1 يكون عمودياً على السلك و نحو الاسفل. نجد مقدار و اتجاه القوة الموثرة على طول مقداره L من السلك الثاني



$$F_2 = I_2 L B_1 = \frac{\mu_o I_1 \, I_2 L}{2\pi r}$$

و اتجاهها نحو الأول

F_1 تكون نفس النتيجة وبعكس الاتجاة لـ F_2

و هكذا نجد القوة الناتجة هي قوة متبادلة بين السلكين و تكون قوة تجاذب عندما يكون التيار المار في السلكين باتجاه واحد اما اذا كان اتجاه التيار في السلكين بصورة متعاكسة فإن القوة نفس القوة الناتجة و تكون تنافر .

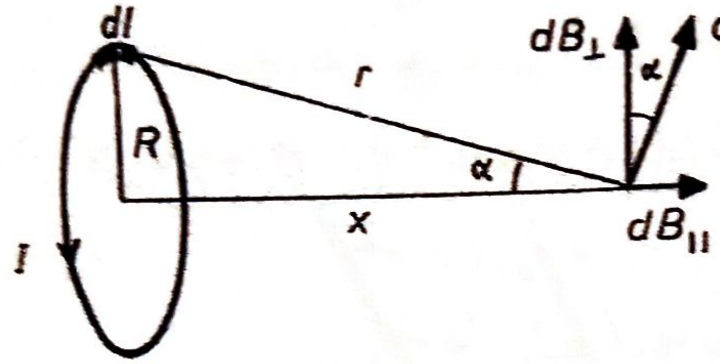
فتكون القوة لوحدة الطول

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r}$$

تعريف الامبير : التيار الذي اذا مر في كل من سلكين متوازيين طويلين المسافة بينهما متر واحد و موضوعين في الفراغ نتجت بينهما قوة متبادلة قدرها لوحدة الطول 2×10^{-7} N/m.

$$\frac{F}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} = 2 \times 10^{-7} N/m.$$

ج- المجال المغناطيسي الناشيء عن سلك دائري الشكل:



سلك دائري نصف قطره R يحمل تيارا I لإيجاد شدة المجال المغناطيسي عند نقطة واقعة على المحور و تبعد مسافة مقدارها x عند مركز السلك الدائري، نأخذ عنصر من السلك dl ثم نجد dB الناتج من العنصر و ذلك بتطبيق قانون بايوت و سافارت فنحصل على :

$$dB = \frac{\mu_o I}{4\pi}\frac{\mathrm{dl}\sin 90}{\mathrm{r}^2}$$

أن المتجه $r \perp$ المتجه dl لجميع العناصر المكونه للسلك لذلك dB تحلل إلى مركبتين عمودية $dB \perp$ ومتوازية $dB \parallel$. المركبة العمودية تمحو أحداهما الأخرى.

$$\int dB \perp = 0$$

$$B = \int dB \parallel = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int\frac{dl\sin\alpha}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_o IR}{4\pi r^3}\int dl$$

r مقدار ثابت

$$\int dl = 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

لو فرضنا أن النقطة P بعيدة جداً عن السلك الدائري أي $X \gg R$ فيمكن إهمال R^2 مقارنة بـ X^2

$$B = \frac{\mu_o I R^2}{2x^3}$$

مساحة الدائرة التي يكونها السلك $A = \pi R^2$

$$B = \frac{\mu_o IA}{2\pi x^3}$$

$$B = \frac{\mu_o m}{2\pi x^3}$$

$$m = AI$$

Mهي العزم المغناطيسي magnetic dipole moment .

لمقارنة هذه النتيجة مع شدة المجال الكهربائي عند نقطة على محور ثنائي القطب الكهربائي electric dipole.

$$E = \frac{1}{2\pi \epsilon_o} \frac{P}{x^3}$$

حيث p العزم الكهربائي لثنائي القطب Electric dipole moment.

يمكن استنتاج مقدار شدة المجال المغناطيسي في مركز السلك الدائري وذلك بالتعويض عن قيمة x=0 في العلاقة :

$$B = \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}:$$

$$B = \frac{\mu_o\, I}{2R}$$

اما شدة المجال المغناطيسي في مركز ملف يتكون من عدد من اللفات N ونصف قطره R فتكون:

$$B = \frac{\mu_o\, N I}{2R}$$

قانون أمبير (Ampere's law):

ينص على أن التكامل الخطي (line integral) لشدة المجال المغناطيسي B حول أي مسار مغلق يساوي ثابت النفوذية (Permeability constant) مضروباً في مقدار التيار الكلي داخل المسار.

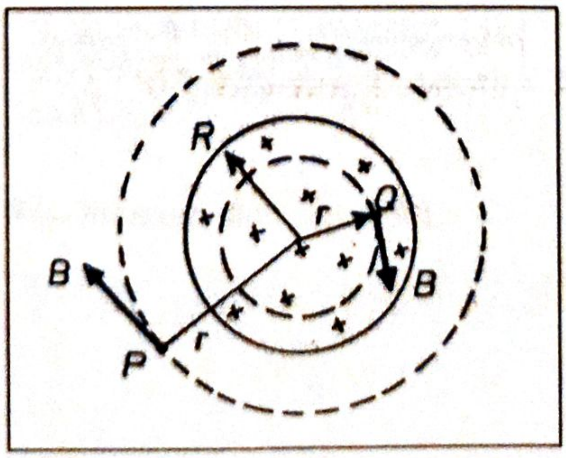
$$\oint B\cos\theta\, dl = \mu_o I$$

تطبيقات على قانون أمبير :

١- المجال المغناطيسي لسلك طويل اسطواني:

في الشكل التالي مقطع لسلك طويل اسطواني الشكل نصف قطره *R* ويحمل تيار قدره *I* نحو الداخل.

لحساب شدة المجال المغناطيسي الناشيء عن هذا التيار عند النقطة *P* الواقعة خارج السلك.



نفرض أن بعد P عن مركز السلك = r . حيث $r > R$

من التناظر يتضح أن خطوط القوة لهذا المجال تكون بشكل دوائر مركزها محور الاسطوانة وعليه فأن مقدار شدة المجال يعتمد فقط على بعد النقطة من المحور ويكون اتجاه المجال بنفس اتجاه المماس للدائرة في تلك النقطة.

لو اعتبرنا الدائرة التي تمر بالنقطة P مساراً مغلقاً وطبقنا قانون أمبير.

$$\oint B\, cos\theta\, dl = \mu_o\, I$$

حيث التيار يقع بأجمعه داخل المسار.

$$B \oint dl = \mu_o\, I$$

$$B(2\pi r) = \mu_o\, I$$

$$B = \frac{\mu_o\, I}{2\pi r}$$

وهذه نفس النتيجة نحصل عليها باستخدام قانون بايوت و سافارت.

لايجاد شدة المجال عند النقطة Q الواقعة داخل الاسطوانة والتي تبعد مسافة r $(r < R)$ فإذا فرضنا أن التيار ينساب بشكل منتظم خلال جميع النقاط لمقطع الاسطوانة فأنه يجب ان تعتبر (حسب قانون أمبير) فقط وذلك الجزء من التيار الواقع ضمن المسار (وهو الدائرة التي تمر بالنقطة Q) ومقداره:

$$I' = \frac{I}{\pi R^2}(\pi r^2) = \frac{I r^2}{R^2}$$

وبتطبيق قانون أمبير نحصل على :

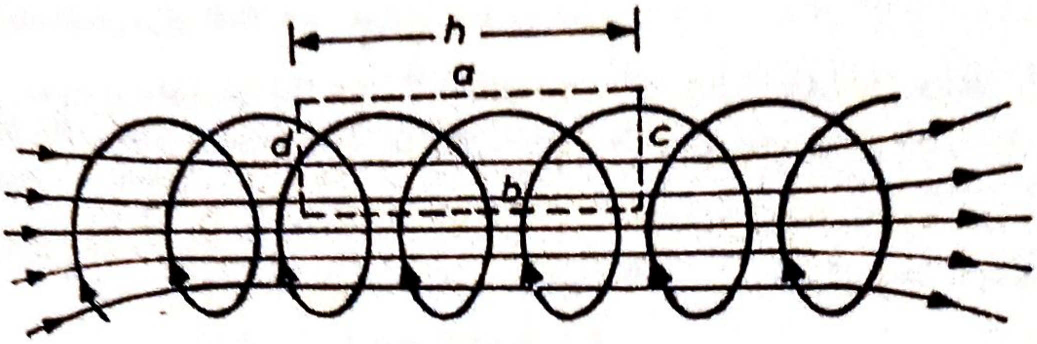
$$B(2\pi r) = \mu_o\, \frac{I r^2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_o\, I r}{2\pi\, R^2}$$

أما مقدار المجال على سطح السلك الاسطواني فيمكن ايجاده بالتعويض $r = R$ ينتج:

$$B = \frac{\mu_o\, I}{2\pi\, R}$$

ب- المجال المغناطيسي لملف حلزوني :



لحساب شدة المجال باستخدام قانون أمبير. نختار مساراً مغلقاً على هيئة مستطيل بحيث يكون ضلعاه الطويلان موازيان للمحور احدهما داخل الحلزون والأخر خارجه وضلعان القصيران عموديان عليه. ثم نحسب التكامل B لكل ضلع.

بما أن B عمودية على الضلعين d,c فيكون التكامل لكل منهما يساوي صفر.

تكامل B للمسار a يساوي صفر وذلك لكون المجال صفر خارج الحلزون.

نحسب التكامل الخطي لشدة المجال حول المسار المغلق b فتكون :

$$\oint BdL = \int_c BdL + \int_a BdL + \int_d BdL + \int_b BdL$$

$$= 0 + 0 + 0 + \int_b Bcos\, o dL = Bh$$

h= طول الضلع b من المسار.

بما أن التيار الكلي الواقع ضمن المسار المغلق يساوي nhI

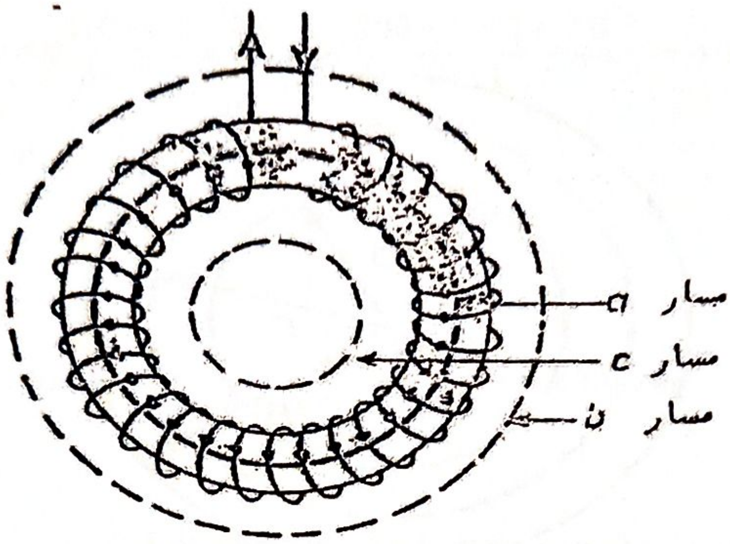
n =عدد اللفات لوحدة الطول من الحلزون.

$$Bh = \mu_\circ (nhI)$$

شدة المجال المغناطيسي للملف الحلزوني:

$$B = \mu_\circ nI$$

ج/ المجال المغناطيسي لملف حلزوني حلقي Toroid:



الشكل يبين ملفاً حلزونياً حلقياً يتكون من عدد من اللفات قدره N ويحمل تياراً I . أن خطوط القوة للمجال المغناطيسي الناشئ عن مرور التيار في هذا الملف ستكون بشكل دوائر متحدة المركز داخل الملف.

فلو فرضنا ان احدى هذه الدوائر التي نصف قطرها r كمسار مغلق.

بتطبيق قانون أمبير

$$B(2\pi r) = \mu_\circ NI$$

حيث أن مسار a يحمل في داخله تياراً كلياً قدره NI

نجد مقدار شدة المجال داخل الملف

$$B = \frac{\mu_\circ}{2\pi}\frac{NI}{\mathrm{r}}$$

إذا كانت مساحة مقطع الملف صغيره نسبة لطول الملف. فيمكن اهمال التغير في البعد r.

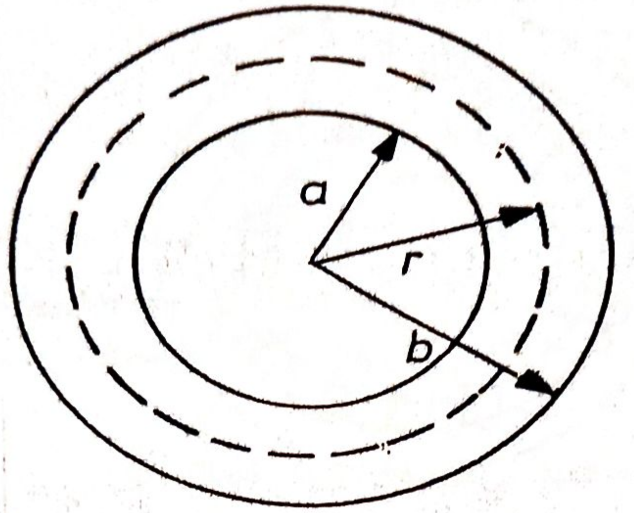
ويكون طول الملف الحلقي = $2\pi r$

يمكن التعويض عن المقدار $N/2\pi r$ = عدد اللفات لوحدة الطول n فيكون :

$$B = \mu_\circ nI$$

أن المجال المغناطيسي خارج لفات الملف الحلقي يكون صفر.

مثال/ موصل أسطواني اجوف قطرة الداخلي a والخارجي b يحمل تياراً I موزعاً بانتظام على مساحة مقطعه. ما مقدار شدة المجال المغناطيسي B على بعد من محور الأسطوانة قدره r حيث $b > r > a$



نطبق قانون أمبير على المسار الدائري المغلق الذي نصف قدره r.

$$B(2\pi r) = \mu_\circ \frac{I\pi(r^2 - a^2)}{\pi(b^2 - a^2)}$$

أخذ بنظر الاعتبار الجزء من التيار والذي يقع ضمن المسار المغلق حسب قانون أمبير

$$B = \frac{\mu_\circ I(r^2 - a^2)}{2\pi r(b^2 - a^2)}$$

الكاوس = 10^{-4} ويبر/ م^2 = 10^{-4}تسلا.

مثال : طائرة تسير افقياً بانطلاق (720 km/h) في مكان تكون فيه قيمة المركبة الشاقولية للمجال المغناطيسي الارضي (0.2 gauss) وكان البعد بين طرفي جناحيها (10 m). احسب ق.د.ك المحتثة في جناحيها .

1 gauss = 10^{-4} w/m^2 =10^{-4} Tesla.

V=720km/h $\times \frac{1000}{3600} \frac{m/km}{sec/h} = 200\ m/sec.$

$$emf = \emptyset\, vL \sin\theta = 200 \times 0.2 \times 10^{-4} \times 10 \times \sin 90 = 0.04\ V$$

س/ ملف يتكون من (100 turns) مساحة اللفة الواحدة ($10\ cm^2$) فإذا تناقصت كثافة الفيض المغناطيسي بمعدل (0.1 tesla/sec.) احسب ق.د.ك المحتثة .

$$emf = -N\frac{d\Phi}{\Delta t} = -N\frac{BA}{t} = -\frac{100 \times -0.1 \times 10^{-3}}{1} = +0.01\ V.$$

س/ أثبت أن:

$$Henery = ohm.sec.$$

الحل:

$$Henery = \frac{volt}{amp/sec} = \frac{volt.sec}{amp} = ohm.sec.$$

فرق الجهد عبر المصدر = الجهد عبر المقاومة + ق.د.ك. المحتثة الآنية.

$$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt}$$

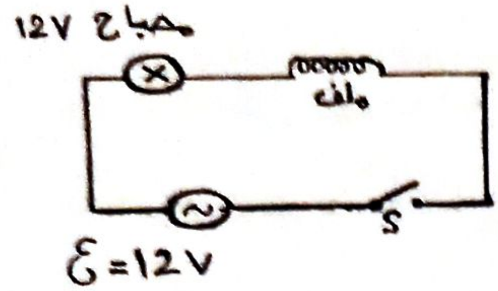
ملاحظة: أن زمن تنامي او تلاشي التيار في الملف تحدده العلاقة التالية

$$\frac{L}{R} \qquad \frac{\text{حث}}{\text{مقاومة}} = \frac{\text{معامل الحث الذاتي للملف}}{\text{مقاومة الدائرة}}$$

ان مقدار معامل الحث الذاتي للملف يتوقف على حجم الملف و شكله و عدد لفاته و مساحة اللفات و النفوذية المغناطيسية لمادة القلب .

فإذا كان معامل الحث الذاتي للملف عالياً بحدود هنري سُمي هذا الملف **بالخانق Choke** لأنه يخنق الذبذبات العالية و يستخدم الخانق لجعل التيار (النبضي) أقرب إلى تيار النضيدة و للحصول على نبضة فولتية عالية في المصابيح .

علاقة التيار ومعامل الحث الذاتي:



يمكن أجراء التجربة التالية:

ربط الدائرة الكهربائية التي تتكون من ملف و مصباح مربوطين على التوالي مع مصدر للتيار المتناوب فعندما تغلق الدائرة و يضيء المصباح نلاحظ تناقص قوة إضاءة المصباح تدريجياً عند إدخال قلب حديد وولوجه لفات الملف بصورة تدريجية بسبب زيادة معامل الحث الذاتي للملف الذي يؤدي إلى زيادة ق.د.ك المحتثة المضادة فنقصان التيار المار في المصباح نفسه و هذه مهمة في دوائر التيار المتناوب .

مثال : ملف معامل حثه الذاتي (0.4 H) و مقاومته (15 Ω) طبقت عليه فولتية مستمرة (60 V) . احسب المعدل الزمني لتغير التيار في الحالات الاتية :

أ_ لحظة إغلاق الدائرة .

ب_ عندما يبلغ التيار مقداره الثابت .

ج_ عندما يبلغ التيار % 80 من مقداره الثابت على فرض ان المقاومة الداخلية للبطارية مهملة .

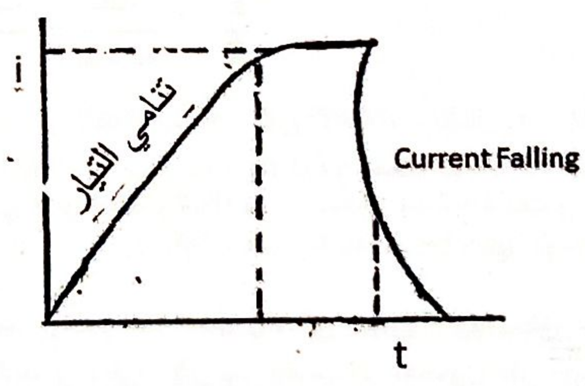
أ_ لحظة أغلاق الدائرة ، التيار يساوي صفر:

$$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon = L\frac{di}{dt}$$

$$60 = 0.4 \times \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{60}{0.4} = 150\ amp/sec.$$



ب_ عندما يبلغ التيار مقدار الثابت فأن:

$$\frac{di}{dt} = 0$$

ج_ عندما يبلغ 80%

$$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt}$$

$$= \frac{V}{R} \times 80\% \, R + L\frac{di}{dt}$$

$$60 = \frac{60}{15} \times 80\% \ \times 15 + 0.4\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{12}{0.4} = 30 \, amp/sec.$$

او حل ثاني : عندما يبلغ التيار (*80%*) من مقداره الثابت يكون فرق الجهد عبر المقاومة قد بلغ (*80%*) من الفولتية المستمرة المطبقة و تكون الفولتية المحتثة قد بلغت (*20%*) من الفولتية المستمرة المطبقة اي أن:

$$100\% - 80\% = 20\%$$

$$emf_{induced} = \frac{20}{100} \times 60 = 12V$$

$$emf = -L\frac{di}{dt}$$

$$-12 = -0.4 \ \frac{di}{dt}$$

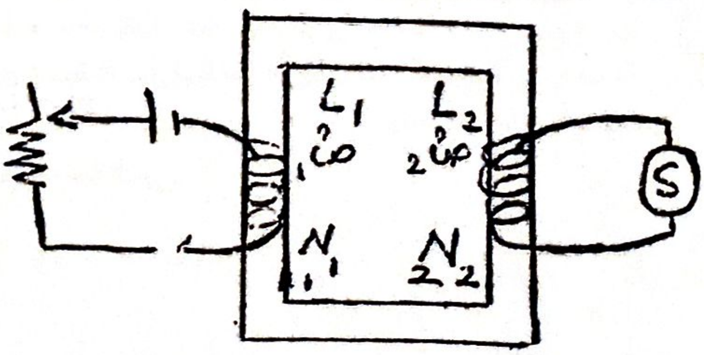
$$\frac{di}{dt} = \frac{12}{0.4} = 30 \, amp/sec.$$

مثال : في الدائرة التالية تغير تيار الملف الابتدائي من (*10 amp*) إلى الصفر خلال فترة (*1 msec.*) عند فتح دائرته بالمفتاح فإذا كان معامل الحث المتبادل بين الملفين (*0.25H*) .

احسب *induced emf* في الملف الثانوي.

$$\frac{di}{dt} = \frac{0 - 10}{10^{-3}} = -10^4 \text{ amp/sec.}$$

$$\varepsilon_{\text{الثانوي}} = -M\frac{di}{dt} = -0.25 \times 10^4 = 2500 \, V.$$



الخواص المغناطيسية للمواد (Magnetic properties of materials):

ان الصفات المغناطيسية ليست حصراً على المواد الفيرومغناطيسية بل تظهر لكل المواد و لكن بدرجة اقل مما في المواد الفيرومغناطيسية.

يمكن التحقق من وجود الصفات المغناطيسية لمادة و ذلك بتعليق نموذج على شكل قضيب صغير من مركز ثقله بواسطة خيط رفيع يوضع في مجال مغناطيسي لمغناطيس كهربائي قوي .

فإذا كان النموذج من الحديد او المواد الفيرومغناطيسية فسوف ينتظم باتجاه المجال المغناطيسي .

المواد البارا مغناطيسية و الدايا مغناطيسية :

المواد البارا مغناطيسية : هي المواد التي تتجه بحيث يكون محورها الطويل موازياً لخطوط المجال .

المواد الدايا مغناطيسية : هي المواد التي يكون محورها الطويل عمودياً على خطوط المجال.

و جميع المواد تقع بين الدايا مغناطيسية و البارا مغناطيسية و من ضمنها السوائل و الغازات .

حلقة رولاند Rowland :

يدعى النموذج بحلقة رولاند نسبة الى مكتشفها J.H. Rowland يتكون على شكل حلقة يلف سلك على سطحها و السلك الملفوف يدعى بالملف الممغنط و التيار في الملف يدعى بالتيار الممغنط .

ان كثافة الفيض المغناطيسي ضمن الملف الحلقي في الفراغ :

$$B = \mu_\circ \frac{Ni}{l}$$

يستفاد من هذه الحلقة لدراسة التجارب النظرية و العملية في الكهربائية و المغناطيسية . و يعتمد قياس كثافة الفيض على نوع مادة اللب فإذا كان اللب مصنوعاً من مادة فيرومغناطيسية فإن كثافة الفيض المغناطيسي المقاسه ستكون اكبر بكثير اما اذا كانت من مادة بارا مغناطيسية فسيكون اكبر بمقدار طفيف .اما اذا كانت من مادة مغناطيسية فسوف تكون قيمتها أصغر بمقدار طفيف.

تعزى الصفات المغناطيسية لذرة الحديد بصورة كاملة الى وجود زيادة في اربعة الكترونات غير متعادلة البرم او بمعنئ اخر هناك اربعة إلكترونات تبرم باتجاه واحد دون الاخر و عليه فكل ذرة يرافقها مجال مغناطيسي بسبب دوران او برم الكتروناتها.

أن دوران الالكترونات حول نواة الذرة يساهم في تكوين العزم المغناطيسي Magnetic dipole moment لها و بالإمكان اعتبار حركة الالكترونات في الذرة مكافئة لدوائر كهربائية متناهية في الصغر فإن العزم المغناطيسي لكل دائرة يصبح :

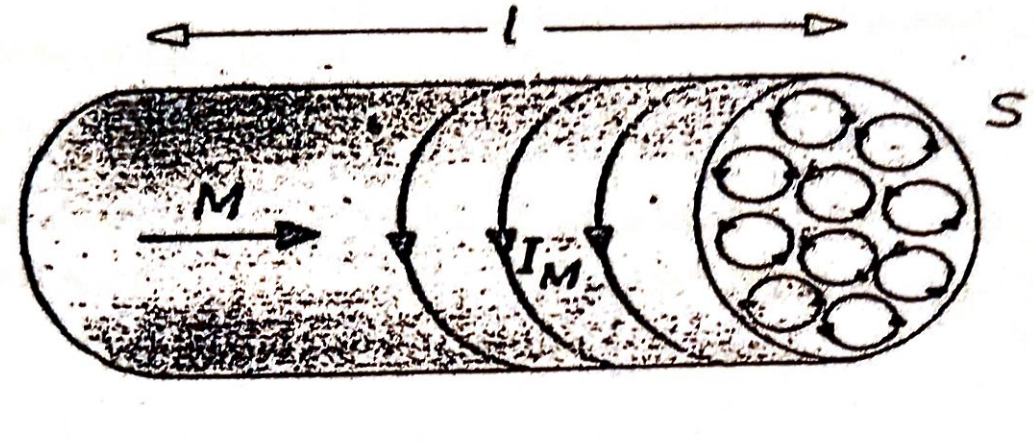
$$m = IA$$

I التيار المكافئ لدوران كل الكترون في الذرة و A مساحة الدائرة .

ان الذرة او الجزيئة قد تمتلك عزماً مغناطيسياً و قد لا تمتلك رغم أنها تحتوي على مجموعة من الالكترونات و ذلك يعتمد على تناظر الذرة و على دوران الالكترونات المختلفة فيها . فغالباً ما يحدث ان يكون دوران الالكترونات في الذرة بصورة متعاكسة فيمحو احدهما المجال المغناطيسي للاخر و لكن من الملاحظ أن معظم الذرات تمتلك عزماً مغناطيسياً طفيفاً بصورة عامة .

<u>لاعطاء فكرة عن تمغنط المادة .</u>

الشكل التالي يمثل وجود قضيب اسطواني الشكل و ممغنط بشكل منتظم و باتجاه المحور الاسطوانة. اي ان ثنائيات الأقطاب المغناطيسية جميعها متراصفة باتجاه المحور كذلك .



اي ان التيارات الداخلية Internal currents الناتجة عن دوران الكترونات الذرة المكونة للاسطوانة سوف تدور باتجاه واحد و تكون عمودية على محور الاسطوانة. و بملاحظة الشكل يتبين أن كل تيارين متجاورين في داخل الاسطوانة يكونان باتجاهين متعاكسين فيمحو احدهما الاخر ما عدا المنطقة المجاورة لسطح الاسطوانة حيث تضاف هذا التيارات الصغيرة لبعضها مكونة تياراً كبيراً يحيط بسطح الجسم الاسطواني و يدعى بتيار التمغنط السطحي magnetization Surface current و ونرمز له بالحرف I_m .

<u>تيار التمغنط :</u> تيارات الكترونية مقيدة تولدت نتيجة لتمغنط المادة و سرعان ما تزول بزوال المجال المغناطيسي الممغنط ، لذا يطلق عليها التيارات المقيدة (bound currents) لتميزها عن التيار الاصلي المولد للمجال الممغنط.

تعريف متجه التمغنط magnetization Vector :

العزم المغناطيسي لوحدة الحجوم من المادة.

التمغنط $\vec{M}$ يعطى بالعلاقة:

$$\vec{M} = n\vec{m}$$

حيث $\vec{m}$ العزم المغناطيسي لكل ذرة أو جزيئة للوسط المادي

n عدد الذرات أو الجزيئات لوحدة الحجم،

وحدات m هي $A.m^2$

وحدات M هي A/m

علاقة التمغنط M وتيار التمغنط I_m :-

لو أعتبر ان الشكل السابق هو ثاني قطب مغناطيسي كبير. فأن تمغنط الجسم الأسطواني يكون تيار كلي حسب العلاقة:

$$m = I_m s$$

- حيث S يمثل مساحة مقطع الأسطوانة ، نفرض ان طول الأسطوانة l

إذن الحجم للأسطوانة يكون Sl

بما ان التمغنط هو العزم المغناطيسي لوحدة الحجوم من المادة:

$$M = \frac{I_m s}{sl} = \frac{I_m}{l}$$

اي ان التمغنط يساوي تيار التمغنط السطحي لوحدة الطول. اي ان مركبة التمغنط المماسه لسطح اي جسم ممغنط تساوي قيمة تيار التمغنط السطحي لوحدة الطول عند اي نقطة على السطح.

مثال/ أوجد مقدار العزم المغناطيسي لثنائي القطب m الناتج عن دوران الالكترون حول نواة ذرة الهيدروجين بمسار دائري نصف قطره r.

$$\boldsymbol{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\frac{e^2}{r^2}}$$

قانون كولوم *Coulomb law* : قوه التجاذب بين الالكترون ونواة ذرة الهيدروجين.

- بما ان المسار المفترض للإلكترون هو دائري الشكل فأن القوة ستكون مساوية للقوة المركزية المؤثرة على الالكترون.

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_o}\frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o m_e r}}$$ سرعة الإلكترون

$$\omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o m_e r^3}}$$ السرعة الزاوية

عدد الدورات التي يعملها الالكترون لوحدة الزمن أي:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{e}{4\pi r}\sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_o\, m_e r}}$$

لكن دوران الالكترون حول النواة يكافئ تيارا صغيراً.

$$I = ef = \frac{e^2}{4\pi r}\sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_o\, m_e r}}$$

إذن العزم المغناطيسي:

$$m = IA = \frac{e^2}{4\pi r}\sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_o\, m_e r}}\ \ \pi r^2$$

$$m = \frac{e^2}{4}\sqrt{\frac{r}{\pi\epsilon_o\, m_e}}$$

 # المتأثرية المغناطيسية النوعية والنفاذية وشدة المجال المغناطيسي

:(magnetic susceptibility, permeability, and magnetic intensity)

- كثافة الفيض المغناطيسي B في اي نقطة هي محصلة لتلك الناتجة من تيارات الموصلات و تيارات السطح المكافئة في المادة الممغنطة.
- يمكن التصور ان سطح الجسم الممغنط محاط بسلك يحمل في كل نقطة تياراً مساوياً لتيار السطح المكافئ لذلك:
  - نفرض ان (dl_s) يمثل طول عنصر الملف المتخيل
  - أن(i_s) تيار السطح الذي يحمله.

كثافة الفيض B في اي نقطة :

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{i\ dl\ sin\theta}{r^2} + \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{i_s\ dl_s\ sin\theta}{r^2} \quad ...(1)$$

تيار السطوح المكافئة + التيار في أي من الموصلات الحقيقية

في حالة الخاصة لحلقة رولاند المتراصة اللفات يكون التكامل:

$$B = \mu_o \frac{Ni}{l} + \mu_o \left(\frac{Ni}{l}\right)_s \quad ...(2)$$

حيث (Ni/l) يمثل عدد التيار- لفة لوحدة الطول في الحلقات.

$(Ni/l)_s$ يمثل عدد التيار- لفة لوحدة الطول لتيارات السطح المكافئة.

ملاحظة : الحد الاخير من المعادلتين (١) و (٢) يكون سالب اذا كانت مادة الحلقة دايامغناطيسية.

 # شدة المجال المغناطيسي:

ان H هو متجه مغناطيسي يمكن ان يحسب بنفس طريقة كثافة الفيض B مع الفرق بأن ثابت التناسب μ_o لا يظهر في التفريق وان حسابها يتضمن فقط التيارات في الموصلات الحقيقية بدون تيارات السطح المكافئة.

١- تسمى H شدة المجال المغناطيسي ووحدتها (أمبير \ متر) (*Ampere/meter*) و قيمتها واتجاهها يمكن تمثيلها بالخطوط القوى المغناطيسية كما هو الحال في الحث المغناطيسي وان اتجاه متجه شدة المجال في اي نقطة يكون مماساً لخط القوة المار في النقطة.

٢- عدد خطوط القوى المغناطيسية لوحدة المساحة العمودية على اتجاه الخطوط يساوي عدديا مقدار H.

 # المتأثرية المغناطيسية النوعية (*magnetic susceptibility* χ) :

النسبة بين كثافة الفيض الناتجة عن التيارات السطحية الى شدة المجال H:

$$\chi = \frac{\mu_o(Ni/l)_s}{H} \Rightarrow \mu_o(Ni/l)_s = \chi H$$

ووحداتها هنري\متر *(Henry/meter)*.

ملاحظة:

١- المتائرية المغناطيسية النوعية للفراغ = صفر.
٢- المتائرية المغناطيسية النوعية للمواد الدايامغناطيسية تكون سالبة.

٣- عند ثبوت درجة الحرارة تكون المتأثرية المغناطيسية النوعية للمواد البارامغناطيسية والدايا مغناطيسية ثابته لا تعتمد على H.

٤- المتائرية للمواد الفيرومغناطيسية ليست ثابتة وهي تتغير كثيراً بتغير H.

فيكون:

$$B = \mu_o H + \chi H$$

$$= (\mu_o + \chi)H$$

أفرض أن: $\mu = \mu_o + \chi$

فتكون

$$B = \mu H$$

حيث μ النفاذية للمادة permeability ووحداتها هي هنري\ متر *(Henry/meter)*.

ملاحظة: في الفراغ يكون $\chi=0$ و $\mu = \mu_o$ و μ_o تسمى نفاذية الفراغ.

النفاذية النسبية :

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_o}$$

$$K_m = 1 + \frac{\chi}{\mu_o} = 1 + \chi_m$$

وهي تشابه معامل العزل K_e. لذلك تسمى بالعامل المغناطيسي.

χ_m يدعى بقابلية التمغنط وهو عديم الوحدات.

مثال/ المتاثرية المغناطيسية النوعية لمادة امونيوم-المونيوم تساوي(948×10^{-11} H/m) احسب النفاذية النسبية والنفاذية لهذه المادة.

$$K_m = 1 + \frac{\chi}{\mu_o} \Rightarrow 1 + \frac{948 \times 10^{-11}}{12.57 \times 10^{-7}} = 1.00754$$

$$\mu = \mu_o + \chi \Rightarrow 12.57 \times 10^{-7} + 0.0948 \times 10^{-7}$$
$$= 12.66 \times 10^{-7}\, H/m.$$

قانــون امبيــر:

$$\oint B.dl = \mu I_f$$

يمكن ان تحل μ بدلاً من μ_o في كافة العلاقات لان التمغنط صفة من صفات الوسط المادي.

مثال1/ شده المجال المغناطيسي لسلك مستقيم طويل يحمل تيار I عندما يكون محاط بوسط مادي يكون:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

مثال 2/ تكون حثية الملف الحلزوني الملفوف على قضيب اسطواني من ماده مغناطيسية نفوذيتها μ :

$$L = \mu\, n^2 l A$$

مثال 3/ ملف حلزوني حلقي يتكون من (*300 turns*) و متوسط طول محيطه يساوي (*30 cm*) وملفوف على ماده مغناطيسية معينه. عندما يمر تيار (*40 mA*) في الملف يتكون مجال مغناطيسي شدته تساوي($2.5\times10^{-2}\ T$) أحسب:

أ- مقدار المجال الممغنط.
ب- تمغنط المادة
ج- معامل النفوذية ومعامل النفوذية النسبي وقابلية تمغنط المادة.

أ-

$$H = nI = \frac{300}{0.30} \times 0.04 = 40\ \ A/m$$

ب-

$$M = \frac{B}{\mu_o} - H = \frac{2.5\times10^{-2}}{4\pi\ \times 10^{-7}} - 40 = 1.99\times10^{4}\ A/m$$

ج-

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{2.5\times10^{-2}}{40} = 6.25\times10^{-4} H/m$$

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6.25\times10^{-4}}{4\pi\ \times10^{-7}} = 448$$

$$\chi_m = K_m - 1 = 498 - 1 = 497.$$ قابلية التمغنط

مثال4/ حلقة رولاند مصنوعة من الحديد ومعدل محيطها يساوي (*30cm*) ومساحة مقطعها ($1cm^2$) لف عليها سلك بانتظام (*300 turns*) . يثبت قياسات مقياس الكلفانومتر القذفي على أنه عندما يكون التيار في اللفات (*0.032 amp*) فأن الفيض المغناطيسي في الحلقة (2×10^{-6} *weber*). أحسب:

١ـ كثافة الفيض المغناطيسي (*flux density*)
٢ـ شدة المجال المغناطيسي (*magnetic intensity*)
٣ـ عدد اللفات ـأمبير المكافئة للتيار من السطح.

٤- النفاذية (**permeability**) والنفاذية النسبية (**Relative permeability**) والمتأثرية المغناطيسية (***magnetic susceptibility***) لمادة الحلقة.

الحل:

١- flux density

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-6}}{10^{-4}} = 2 \times 10^{-2} \ w/m^2$$

٢- magnetic intensity

$$H = \frac{Ni}{l} = \frac{300 \times 0.032}{0.30} = 32 \ amp - turn/m$$

٣-

$$\left(\frac{Ni}{l}\right)_s = \frac{B}{\mu_o} - H = \frac{2 \times 10^{-2}}{12.57 \times 10^{-7}} - 32 = 1.59 \times 10^4 - 32$$

$$= 15.900 \ equivalent \ \ amp - \frac{turns}{m}.$$

٤- Permeability

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{2 \times 10^{-2}}{32} = 6250 \times 10^{-7} \ h/m.$$

Relative permeability:

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6250 \times 10^{-7}}{12.57 \times 10^{-7}} = 498$$

magnetic susceptibility:

$$\chi = \mu - \mu_\circ \Rightarrow \chi = 6250 \times 10^{-7} - 12.57 \times 10^{-7}$$
$$= 6240 \times 10^{-7} \frac{h}{m}.$$

Or:

$$\chi = \mu_\circ(K_m - 1) = 12.57 \times 10^{-7}(498 - 1) = 6240 \times 10^{-7} \frac{h}{m}.$$

Or:

$$\chi = \frac{\mu_\circ(Ni/l)}{H} = \frac{12.57\times10^{-7}\times1.59\times10^{4}}{32} = 6240 \times 10^{-7} h/m.$$

 # لحساب معامل الحث الذاتي لملف حلزوني حلقي *toroidal* ملفوف على حلقة رولاند ذو نفوذية μ.

$$B = \mu H = \mu \frac{Ni}{l}$$

The total flux across any section of the ring

$$\Phi = BA$$

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{NBA}{i} = \mu \frac{AN^2}{l}$$ الحث الذاتي

$$= K_m\, \mu_\circ \frac{AN^2}{l}$$

أما في الفراغ فأن معامل الحث الذاتي لنفس الملف

$$L_\circ = \mu_\circ \frac{AN^2}{l}$$

فيلاحظ أن معامل الحث الذاتي قد تغير بمقدار K_m عندما يكون الملف قد لف على مادة.

ملاحظة: إذا لم تكن الحلقة مصنوعة من مادة فيرومغناطيسية فأن الحث الذاتي سيبقى مساوياً لتلك القيمة في الفراغ لأنه النفاذية المغناطيسية للمواد الفيرومغناطيسية ليست ثابتة. لذلك:

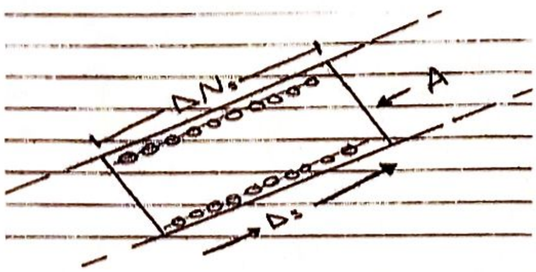
$$K_m = \frac{L}{L_o}$$

التمغنط magnetization:

التمغنط كمية اتجاهية لها نفس اتجاه كثافة الفيض المغناطيسي الناتج عن المسارات المغلقة للتيارات الالكترونية.

يمكن التعبير عن العزم المغناطيسي في وحدة الحجوم لجسم منتظم التمغنط بدلالة التيارات السطحية المكافئة. ناخذ جزء صغير من حلقه رولاند طول محيطه يساوي Δs

و ΔN_s عدد لفات تيارات السطح المكافئة في هذا الطول.



استخدام قانون التناسب

$$\frac{\Delta N_s}{\Delta s} = \frac{N_s}{l}$$

$$\Delta N_s = \frac{N_s \Delta s}{l}$$

العزم المغناطيسي لكل لفة يساوي $(\mu_o\, i_s\, A)$ لذا فالعزم المغناطيسي الكلي لهذا الجزء:

$$\Delta N_s \times \mu_o\, i_s\, A = \mu_o \frac{N_s\, i_s\, A\, \Delta_s}{l}$$

$A\,\Delta_s$= حجم الجزء.

لذا فالعزم المغناطيسي في وحدة الحجوم

$$g = \frac{\mu_o \frac{N_s\, i_s\, A\, \Delta_s}{l}}{A\, \Delta_s}$$

$$g = \mu_o \left(\frac{Ni}{l}\right)_s$$

التمغنط بدلالة المتأثرية المغناطيسية

$$\mu_o = \left(\frac{Ni}{l}\right)_s = \chi H$$

$$g = \chi H$$

$$B = \mu_o H + \chi H$$

$$g = \chi H$$

$$B = \mu_o H + g$$

مثال/ أوجد التمغنط لحلقة رولاند ذو قلب حديدي لنفس حلقة رولاند السابقة :

السابقة .

$$B = 2 \times 10^{-2}\, w/m^2 \quad , H = 32\, amp - turns/m$$

$$\mu_o H = 12.57 \times 10^{-7} \times 32 = 0.00402 \times 10^{-2}\, w/m^2$$

$$g = B - \mu_o H$$

$$= 2 \times 10^{-2} - 0.00402 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2}\, w/m^2$$