حلول تمارين
الفصل الرابع
((الجهد الكهربائي))

تمرينـــــــات

٤-١ شحنتان نقطيتان مقدارهم $(+10 \times 10^{-8}\ C)$ و $(-5 \times 10^{-8}\ C)$ تفصلهما مسافة قدرها $(20\ cm)$. جد مقدار الجهد الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما .

٤-٢ كرة معدنية موصلة نصف قطرها $(3\ cm)$ تحمل شحنة موجبة قدرها $(10^{-9}\ C)$. أحسب الجهد عند النقاط التي تبعد مسافات قدرها $(2\ cm)$ و $(3\ cm)$ و $(4\ cm)$ من المركز .

٤-٣ ثلاثة أجسام صغيرة . كل منها تحمل شحنة قدرها $(2 \times 10^{-6}\ C)$ - وضعت على رؤوس مثلث متساوي الاضلاع . طول ضلعه $(3\ cm)$. جد مقدار الجهد الكهربائي في مركز المثلث .

٤-٤ في تجربة مليكان . أمكن موازنة قطرة الزيت بين اللوحين عندما كان مقدار شدة المجال الكهربائي $(2.32 \times 10^{5}\ N/C)$. أحسب فرق الجهد بين اللوحين - علما بان المسافة بينهما تساوي $(1.6\ cm)$

٤-٥ شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+5 \times 10^{-6}\ C)$ و $(-15 \times 10^{-6}\ C)$ والمسافة بينهما تساوي $(100\ cm)$. عين موضع النقطة (او النقاط) التي تقع على امتداد المسافة بينهما والتي يكون عندها الجهد الكهربائي صفرا .

$(25\ cm ، 50\ cm$ عن الشحنة الصغيرة$)$

٤-٦ اذا علم أن فرق الجهد بين قطبي بطارية هو $(6\ volts)$ فما هو مقدار الشغل الواجب بذله لنقل شحنة كهربائية قدرها $(9\ coulombs)$ من أحد القطبين الى الآخر ؟

٤-٧ اذا علم أن فرق الجهد بين لوحين متوازيين المسافة بينهما $(1\ cm)$ هو $(100\ V)$ - فأحسب

(أ) مقدار شدة المجال الكهربائي بينهما .

(ب) مقدار التعجيل الذي يتحرك به أيون الهايدروجين (كتلته $3.32 \times 10^{-27}\ Kg$) وشحنته $(1.6 \times 10^{-19}\ C)$ اذا وضع في هذا المجال

$(10^{4}\ N/C\ ;\ 4.82 \times 10^{11}\ m/s^{2})$

٤-٨ قذف الكترون طاقته الحركية $(3.2 \times 10^{-17}\ J)$ باتجاه المجال . أحسب المسافة التي يقطعها الالكترون حتى يتوقف عن الحركة في مجال كهربائي شدته $(1000\ N/C)$

$(10.2\ m)$

٤–٩ اسطوانة معدنيه طويلة . نصف قطرها a ، تحمل شحنة موجبة كثافتها الخطية λ . موضوعة على محور اسطوانة معدنية مجوفة . نصف قطرها الداخلي b ، وتحمل شحنة سالبة مساوية للشحنة الموجبة . بين أن فرق الجهد بين الاسطوانتين هو

$$V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o} \ln \frac{b}{a}$$

٤–١٠ شحنة موزعة بانتظام خلال كرة عازلة نصف قطرها R وبكثافة حجمية قدرها $\rho\ C/m^3$ أوجد الجهد الكهربائي عند النقاط التي تبعد r عن مركز الكرة . عندما تكون (أ) $r > R$ و(ب) $r < R$

$$\left(\frac{\rho}{3\varepsilon_o} \frac{R^3}{r} \cdot \frac{\rho}{2\varepsilon_o} \left(R^2 - \frac{r^2}{3} \right) \right)$$

٤–١١ أحسب الجهد الكهربائي الناشيء عن الشحنة الكروية المبينة في المسألة (٣–١٠) عند نقطة تبعد . (أ) n ، عن المركز (ب) $2n$ عن المركز .

$$(5{\cdot}72 \times 10^4\ V \ ; \ 8{\cdot}37 \times 10^4\ V)$$

٤–١٢ اذا علم أن قوة عزل الهواء هي $(3 \times 10^6\ V/m)$. فما مقدار أقصى شحنة يمكن وضعها على كرة موصلة نصف قطرها $(30\ cm)$ موضوعة في الهواء ؟ مامقدار الجهد الكهربائي لهذه الكرة ؟

$$(3 \times 10^{-5}\ C \ ; \ 9 \times 10^5\ V)$$

٤–١٣ اذا علم أن هناك مجالا كهربائيا يحيط بالكرة الأرضية وان اتجاهه عمودي نحو الأسفل ومقداره (ضمن مدى معين) هو $E_y = 300 - 0{\cdot}01\ y$ حيث تمثل y الارتفاع عن سطح الارض . أوجد الجهد الكهربائي على ارتفاع h عن السطح . اعتبر الجهد على سطح الارض مساويا الى صفر .

$$(V = 300h - 0{\cdot}005h^2)$$

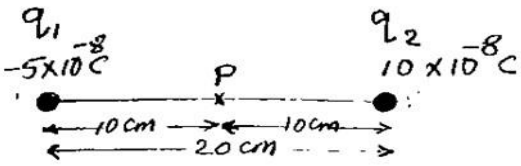
٤–١٤ مامقدار الطاقة الحركية التي يكتسبها بروتون اذا تسارع خلال فرق جهد قدره (100 V) في الفراغ . (أ) بوحدات الجول و (ب) بوحدات الالكترون – فولت ؟

$$(1{\cdot}6 \times 10^{-17}\ J \ ; \ 100\ eV)$$

حلول تمارين الفصل الرابع

(٤-١)

الشكل يوضح الشحنتان q_1 و q_2



المطلوب /

ايجاد الجهد في النقطة P

الواقعة في منتصف المسافة بين الشحنتين

الحل /

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{-5\times10^{-8}}{0.1m} + \frac{10\times10^{-8}}{0.1m}\right\}$$

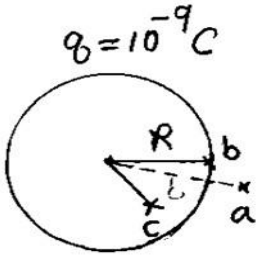
$$= 9\times10^9\left\{\frac{5\times10^{-8}C}{0.1m}\right\}$$

$$= 45\times10^2 \text{ Volt.}$$

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$

(٤-٢) الشكل يوضح كرة موصلة مشحونة

نصف قطرها $R = 3cm$



المطلوب / ايجاد الجهد في النقاط

(a) التي تبعد عن المركز 4 cm (b) التي تبعد عن المركز 3 cm وج التي تبعد عن المركز 2 cm

الحل

جهد الموصل الكروي يعطى بالعلاقة

$r > R$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$\Rightarrow V_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\times\frac{10^{-9}}{4\times10^{-2}} = 225 \text{ Volt}$$

$V_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}$

$$V_b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\times\frac{10^{-9}}{3\times10^{-2}} = 300 \text{ Volt} \quad (r=R)$$

(1)

(٤-٢)

الجهد في النقطة c

عندما يكون $r < R$ فان الجهد داخل الموصل الكروي

$$V_c = V_b$$
$$= 300 \text{ Volt}$$

لان الموصل الكروي يعتبر حجم متساوي جهد (اي ان الجهد ثابت في جميع نقاط حجم الموصل).

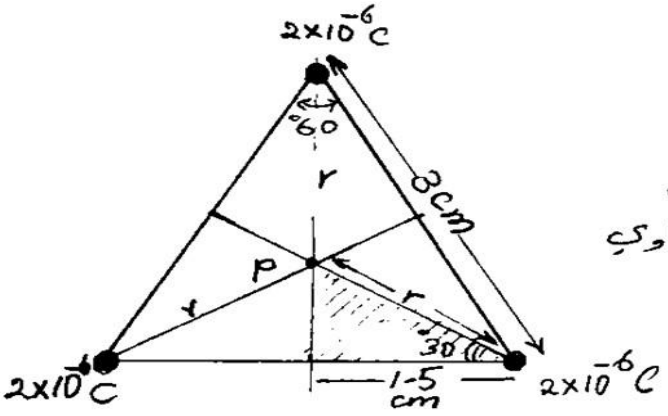
(٤-٣)

في الشكل

المطلوب /

ايجاد الجهد في النقطة

p التي تقع في مركز المثلث المتساوي الاضلاع



الحل /

الخطوة الاولى تمام في كل حل

ايجاد بعد مركز المثلث p عن رؤوسه بثلاثة اي ؟=r)

حيث ان مركز المثلث المتساوي الاضلاع متساوي البعد عن رؤوسه.

في المثلث الظلل

$$\because \cos 30 = \frac{1.5}{r} \quad \text{and} \quad \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{3} = 1.732 \text{ cm}$$

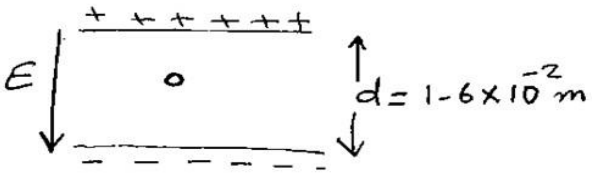
$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{2\times10^{-6}}{1.732\times10^{-2} m} + \frac{2\times10^{-6}}{1.732\times10^{-2}} + \frac{2\times10^{-6}}{1.732\times10^{-2}} \right\}$$

$$= 9\times10^9 \left\{ \frac{6\times10^{-6}}{1.732\times10^{-2}} \right\}$$

$$= 31.17\times10^5 \text{ Volt} = 3.11\times10^6 \text{ Volt}$$

(٤-٤)

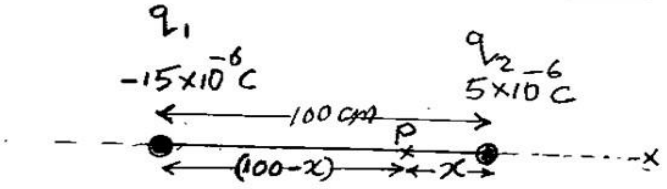


الحل /

$$E = 2.32 \times 10^{5}\ N/C$$
$$d = 1.6 \times 10^{-2}\ m$$

$$\because V = Ed$$
$$\Rightarrow V = 2.32 \times 10^{5}\ \frac{N}{C} \times 1.6 \times 10^{-2}\ m$$
$$= 3.712 \times 10^{3}\ \frac{N.m}{C}$$
$$= 3.712 \times 10^{3}\ Volt$$

(٤-٥)



الطلوب

تعيين النقطة او النقاط على امتداد الخط الفاصل بين الشحنتين وتكون الجهد فيها يساوي صفر

الحل /

١- نفرض ان النقطة P التي تبعد عن الشحنة q_2 مسافة x بين الشحنتين هي النقطة المطلوبة

$$\Rightarrow V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum \frac{q}{r}$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{-15\times10^{-6}C}{100-x} + \frac{5\times10^{-6}C}{x}\right\} = 0$$

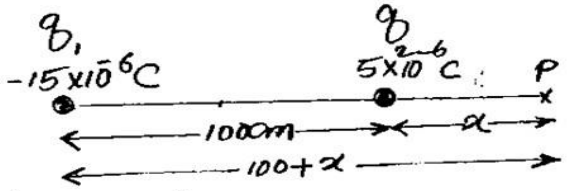
بعد التبسيط نحصل على

$$3x = 100 - x$$
$$\Rightarrow x = 25\ cm$$

اي ان النقطة التي تكون فيها الجهد يساوي صفر تقع على بعد 25cm عن الشحنة q_2 على الخط الفاصل بين الشحنتين

(3)

(٥-٤)



نفرض ان النقطة تقع على بعد x من الشحنة q_2 وعلى امتداد الخط الواصل بين الشحنتين

$$\Rightarrow V_p = 0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{-15\times10^{-6}C}{100+x} + \frac{5\times10^{-6}C}{x}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad -3x = 100 + x$$

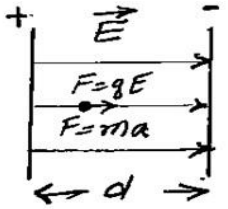
$$x = 50\ cm$$

اي ان النقطة P تقع على بعد 50cm على امتداد الخط الواصل من الشحنة q_2.

(٦-٤)

$$W = q\,\Delta V$$
$$= 9C \times 6\ Volt$$
$$= 54\ Joul.$$

(٧-٤)



(أ) / الحل

$$V = E\,d$$

$$\text{or } E = \frac{V}{d} = \frac{100(Volt)}{1\times10^{-2}m} = 10^4\ \frac{Volt}{m}$$
$$= 10^4\ \frac{N}{C}$$

(ب) القوة التي تؤثر بالمجال على الإلكترون

الكهربائية على شحنة الإلكترون

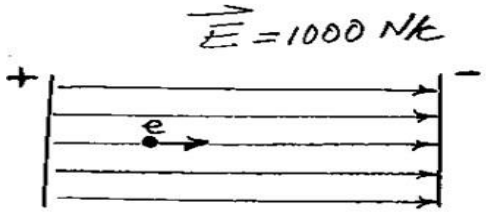
$$F = qE$$

and $F = ma$

$$\Rightarrow a = \frac{qE}{m} = \frac{1.6\times10^{-19}C \times 10^4\ \frac{N}{C}}{3.32\times10^{-27}kg}$$
$$= 0.482\times10^{12}\ N/kg$$
$$= 4.82\times10^{13}\ m/Sec^2$$

$1\ \frac{N}{kgm} = \frac{m}{sec^2}$

(4)



∵ $F = qE$ ——— ① القوة التي تسلط بمجال على الالكترون وهي عكس اتجاه حركة الالكترون لذا فهي تبطئ حركة الالكترون الى ان توقفه.

$F = ma$ ——— ② ايضاً

$\Rightarrow a = \frac{qE}{m}$ ③ من ① و ②

∵ $v^2 = v_0^2 + 2ad$ قانون نيوتن بحركة جسم بسرعة ابتدائية تساوي صفر لذا الالكترون سيتوقف بعد ان يقطع المسافة d

$\Rightarrow 0 = v_0^2 + 2(-a)d$

$\Rightarrow d = \frac{v_0^2}{2a}$ ——— ④ التعجيل سالب لان الالكترون يتباطأ

∵ $\frac{1}{2}mv_0^2 = 3.2 \times 10^{-17}\ J$ معطى

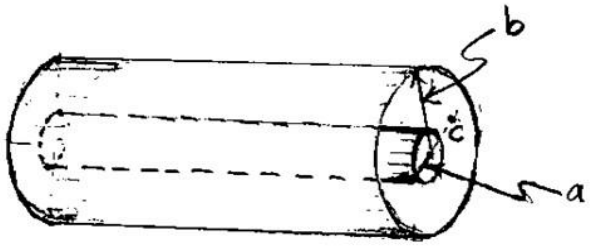
$\Rightarrow v_0^2 = 6.4 \times 10^{-17}\ J/m$ ——— ⑤

$\Rightarrow d = \frac{6.4 \times 10^{-17}\ J/m}{2 \times qE/m}$ نحصل على ⑤، ④، ③ من

$= \frac{6.4 \times 10^{-17}\ J}{2 \times 1.6 \times 10^{-19}\ C \times 10^3\ \frac{N}{C}}$

$= 0.2\ m$ المسافة التي يقطعها الالكترون حتى يتوقف عن الحركة.

(٤-٩)



نقطة c تقع في إفراغ
بين إسطوانتين

المطلوب /

١ إيجاد شدة المجال في
النقطة c بدلالة فرق الجهد بين الإسطوانتين

الحل /

لقد تم إثبات أن المجال الكهربائي في نقطة c التي تبعد r عن محور
الإسطوانتين حيث $a<r<b$ بدلالة كثافة الشحنة الطولية λ C/m
تعطى بالعلاقة $E_c = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ في الحالة الثالثة (٣-٨).

$$\Rightarrow E_c = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} = 2k\frac{\lambda}{r} \quad \text{——} \quad (1)$$

وكون المجال باتجاه نصف القطر (شعاعي)

$$\Rightarrow E_c = -\frac{dV}{dr} \quad \text{——} \quad (2)$$

من (1) و (2)

$$-\frac{dV}{dr} = 2k\frac{\lambda}{r} \quad \text{——} \quad (3)$$

$$-dV = 2k\lambda\frac{dr}{r} \quad \text{——} \quad (4)$$

نكامل 4

$$-\int_a^b dV = 2k\lambda\int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow -(V_b - V_a) = 2k\lambda[\ln r]_a^b$$

$$V_a - V_b = 2k\lambda(\ln b - \ln a)$$

$$\text{or } V_{ab} = 2k\lambda\ln\frac{b}{a} \quad \text{——} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{V_{ab}}{2k\ln\frac{b}{a}} \quad \text{——} \quad 6$$

نعوض 6 في (1) نحصل على

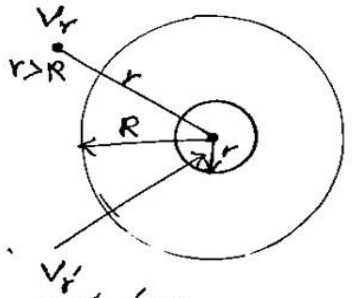
$$E_c = \frac{1}{r}\,\frac{V_{ab}}{\ln\frac{b}{a}}$$

(6)

٤-١٠

م ١١١ كتلة موزعة بانتظام خلال كرة عازلة نصف قطرها R وبكثافة حجمية قدرها ρ C/m³ ١٠ أوجد الجهد الكهربائي عند النقاط التي تبعد r عن مركز الكرة عندما تكون

أ) $r>R$ و ب) $r<R$



الحل

أ) عندما $r>R$

نحسب الجهد في r بتقسيمه

(١) نقسم الكرة لكتلة نقطية موجودة في مركزها ونطبق معادلة الجهد

$$V_r = k\frac{q}{r} \quad \text{——} \quad (1)$$

عندها يجب علينا حساب كتلة الكرة q

$q = \rho \mathcal{V}$ الكتلة = الكثافة الحجمية × الحجم

$= \rho \times (\frac{4}{3}\pi R^3)$ ——(2

من (1) و (2)

$$V_r = k\frac{\rho(\frac{4}{3}\pi R^3)}{r}$$

$$\boxed{V_r = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}} \quad \text{——} (3$$

(٢) نحسب شدة المجال في النقطة r بالاستفادة من قانون كاوس حيث أن

$$\oint_{GS} E\cdot ds = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{——} \ 4$$

من (3) و (4)

$$E_r(4\pi r^2) = \frac{\rho(\frac{4}{3}\pi R^3)}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E_r = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad \text{——} \ 5$$

من معادلة إيجاد الجهد

$$dV = -E\,dr$$

$$\int_\infty^r dV = -\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0}\int_\infty^r \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_r = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}}$$

for $r=R \rightarrow V_R = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$ *

ب) عندما $r<R$ حيث $r'<R$ لنفرض $r'=r$

لحساب E_r نرسم سطح كاوس على شكل سطح كروي متحد المركز مع الكرة المشحونة نصف قطره r

$$\therefore \oint_{GS} E_r\cdot ds = \frac{q'}{\epsilon_0} \quad (6)$$

حيث q' هي الشحنة داخل سطح كاوس

$$q' = \rho \times (\frac{4}{3}\pi r'^3) \quad \text{——} (7$$

من المعادلة (2) نجد أن

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\therefore q' = q\frac{r'^3}{R^3} \quad \text{——} (8$$

$\frac{q'}{q}$

من 6 و 8

$$E_r'(4\pi r'^2) = \frac{q r'^3/R^3}{\epsilon_0}$$

$$E_r' = \frac{q r'}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{\rho r'}{3\epsilon_0} \quad (9$$

معادلة إيجاد الجهد

$$dV = -E\,dr$$

$$\int_R^{r'} dV = -\int_R^{r'} \frac{\rho}{3\epsilon_0} r'\,dr'$$

$$V_{r'} - V_R = -\frac{\rho}{3\epsilon_0}\left[\frac{r'^2}{2}\right]_R^{r'}$$

$$= \frac{\rho}{6\epsilon_0}(R^2 - r'^2)$$

$$V_{r'} - \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0} = \frac{\rho R^2}{6\epsilon_0} - \frac{\rho r'^2}{6\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow V_{r'} = \frac{\rho}{2\epsilon_0}\left(R^2 - \frac{r'^2}{3}\right)$$

(١٤-٤) ١ كل

(1) $q_m = 4\pi\epsilon_0 R^2 E_m$

$= \frac{1}{k} R^2 E_m$ حيث $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ثابت

$= \frac{1}{9\times10^9 \left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)} \times (0.3m)^2 \times 3\times10^6 \left(\frac{V}{m}\right)$

$= 3\times10^{-5} C$ على الطالب بتأكد من الوحدات

(2) $V_m = R E_m$

$= 0.3(m) \times 3\times10^6 \left(\frac{V}{m}\right)$

$= 9\times10^5 \frac{V}{m}$

(١٤-٤)

$\because E_y = 300 - 0.01y$

$-dV = E\,dy$

$-\int_{0}^{h'} dV \int_{0}^{h} E\,dy$

$V = 300h - 0.005h^2$

(١٤-٤)

$F = ma$ — (1) $F = qE$ — (2)

$\because V = Ed$ — (3)

$\Rightarrow F = \frac{qV}{d}$ — (4) 2.3 ص

$\therefore a = \frac{qV}{md}$ — 5

$\because v^2 = v_0^2 + 2ad$ — 6 $v_0 = 0$

$\Rightarrow v^2 = 2ad$

$= \frac{2qVd}{md} = \frac{2qV}{m}$ — 7

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1.6\times10^{-17} J}{1.6\times10^{-19} \frac{J}{eV}}$

$= 100\ eV$

بالعادة تعطى (7) نجد

$\frac{1}{2}mv^2 = qV = 1.6\times10^{-19} \times 10^2 = 1.6\times10^{-17} J$ (8)