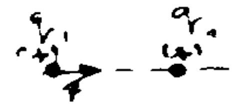
حلول تمارين الفصل الثاني

(المجال الكهربائي)

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (1)$$ قانون كولوم

مقدار القوة

اما اتجاه القوة ومقدارها



$$\vec{F} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r}$$

$\hat{r}$ يحدد اتجاه القوة

شدة المجال E

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \longrightarrow (1)$$

$$\text{or} \quad \vec{F} = q\,\vec{E} \longrightarrow (2)$$

(2) القوة التي يؤثر بها المجال على الشحنة

شدة المجال E تعطى ايضاً بالعلاقة

$$E = k\,\frac{q}{r^2}$$

$$(dE) = k\,\frac{(dq)}{r^2}$$

تمرينات

٢–١ شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+10 \times 10^{-8}\ C)$ و $(-5 \times 10^{-8}\ C)$. تفصلهما مسافة قدرها (20 cm) . (أ) أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما . (ب) لو وضع الكترون في هذه النقطة ، فما مقدار واتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليه ؟

٢–٢ ما مقدار وما اتجاه المجال الكهربائي E اللازم لكي تعادل القوة الكهربائية المؤثرة على دقيقة ألفا مع وزنها . علماً بأن كتلة دقيقة ألفا هي $(6{\cdot}68 \times 10^{-27}\ kg)$ وشحنتها تساوي $+2e$.

٢–٣ اذا كانت كلتا الشحنتين موجبتان في الشكل (٢–٥) ، فما مقدار وما اتجاه شدة المجال الكهربائي عند النقطة Q ؟ افرض أن $r >> a$

$$\left(E = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \frac{2q}{r^2} \right)$$

٢–٤ شحنة موجبة مقدارها q موزعة بانتظام على طول سلك عازل طوله L . أوجد شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على العمود المنصف لهذا السلك وتبعد عنه مسافة قدرها a .

$$\left(E = \frac{q}{2 \pi \varepsilon_0 a \sqrt{L^2 + 4a^2}} \right)$$

٢–٥ شحنة موجبة موزعة بانتظام على سطح قرص نصف قطره R بكثافة سطحية قدرها σ . أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على محور القرص وعلى بعد مسافة قدرها a منه .

$$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right)$$

٢–٦ سلك رفيع عازل بشكل قوس نصف دائرة . يحمل شحنة موجبة موزعة بحيث أن كثافتها الخطية λ تعتمد على الزاوية θ –كما مبين في الشكل (٢–١٦)– بموجب المعادلة التالية :

$$\lambda = A \cos \theta$$

حيث أن A تمثل مقداراً ثابتاً . والمطلوب : (أ) رسم منحني بياني يمثل كيفية تغير λ مع θ . (ب) ايجاد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي في مركز الدائرة (النقطة O) .

٢-١٠ شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+4q)$ و $(9q)$ والمسافة بينهما تساوي $(10\ cm)$ عين موضع النقطة (أو النقاط) - الواقعة على الخط المار بالشحنتين - والتي عندها يكون المجال الكهربائي صفرا .

٢-١١ أطلق الكترونا بسرعة قدرها $(5 \times 10^{6}\ m/s)$ بصورة موازية لمجال كهربائي شدته $(1000\ N/C)$ وبنفس اتجاهه .

(أ) احسب طول المسافة التي يقطعها الالكترون في المجال حتى يصل (لحظياً) الى السكون .

(ب) ما مقدار الزمن اللازم لذلك ؟

$(7.1 \times 10^{-2}\ m,\ 2.9 \times 10^{-8}\ s)$

٢-١٢ قذف الكترونا في مجال كهربائي منتظم شدته $(5 \times 10^{4}\ N/C)$ فاذا كانت السرعة الابتدائية للالكترون $(10^{7}\ cm/s)$ وباتجاه يصنع زاوية قدرها 30° مع الأفق وكان اتجاه المجال شاقوليا نحو الاعلى . احسب :

(أ) تعجيل الالكترون . (ب) أقصى ارتفاع يصله الالكترون . (جـ) أقصى مسافة أفقية range يقطعها الالكترون .

٢-١٣ قذف الكترونا في مجال كهربائي منتظم شدته $(25 \times 10^{3}\ N/C)$. فاذا كان المجال باتجاه محور y (الموجب) وسرعة الالكترون $(2 \times 10^{4}\ m/s)$ باتجاه محور x (الموجب) . عين الاحداثيات x و y لموضع الالكترون بعد زمن قدره $(10^{-7}\ s)$.

$(x = 0.002\ m,\ y = 22\ m)$

٢-١٤ سلك عازل بشكل قوس دائرة نصف قطرها R ويحصر زاوية قدرها θ_0 عند مركز الدائرة . وزعت على طوله بانتظام شحنة قدرها q . أوجد شدة المجال عند مركز الدائرة .

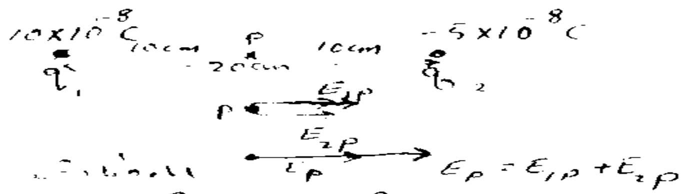
$$\left(E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\theta_0 R^2} \sin\frac{\theta_0}{2} \right)$$

٢-١٥ نصف سطح كروي رقيق وعازل نصف قطره R ،يحمل شحنة موزعة بانتظام على سطحه مقدارها q . جد شدة المجال الكهربائي في مركز التكور .

$$\left(E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R} \right)$$

حلول اسئلة الكتاب الجديد

(١-٢)



المعطيات $\qquad E_P = E_{1P} + E_{2P}$

$q_1 = 10\times10^{-8}C$

$q_2 = -5\times10^{-8}C$

$D = 20cm$ المسافة بين الشحنتين

* المطلوب ايجاد المجال في النقطة P الواقعة في منتصف المسافة بين الشحنتين

الحل

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}$$

$$E_{1P} = k\frac{q_1}{r^2}$$

$$r = \frac{D}{2} = 10cm = 0.1m$$

$$E_{1P} = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot\frac{10\times10^{-8}C}{(0.1m)^2}$$

$$= 9\times10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_{2P} = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot\frac{5\times10^{-8}C}{(0.1m)^2}$$

$$= 4.5\times10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_P = E_{1P} + E_{2P}$$

$$= 9\times10^4\frac{N}{C} + 4.5\times10^4\frac{N}{C}$$

$= 13.5\times10^4\frac{N}{C}$ باتجاه الشحنة السالبة

القوة المؤثرة على الالكترون

$$\vec{F} = q_e\vec{E}$$

$$= 1.6\times10^{-19}C \times 13.5\times10^4\frac{N}{C}$$

$=$ N باتجاه الشحنة الموجبة (الالكترون يتحرك عكس اتجاه المجال)

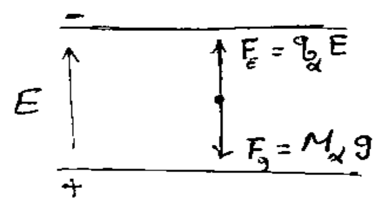
دقيقة α هي نواة ذرة الهليوم وهي تتألف من بروتونين
+ نيوترونين، وكتلة M_α تساوي مجموع كتلتي البروتونات والنيوترونات

$$M_\alpha = 2(M_p + M_N)$$
$$\simeq 4M_p \qquad M_p \simeq M_N$$
$$= 4 \times 1.67 \times 10^{-27}\,kg$$
$$= 6.68 \times 10^{-27}\,kg$$

شحنة α

$$q_\alpha = 2(q_p) = 2(q_e)$$
$$= +2 \times 1.6 \times 10^{-19}\,C$$

لكي تتعادل القوى المؤثرة على
دقيقة α يجب ان تتساوى القوة
الكهربائية بتأثير المجال مع القوة الناتجة
من تأثير وزن الجسم



ما معناه

i.e $\quad F_e = F_g$

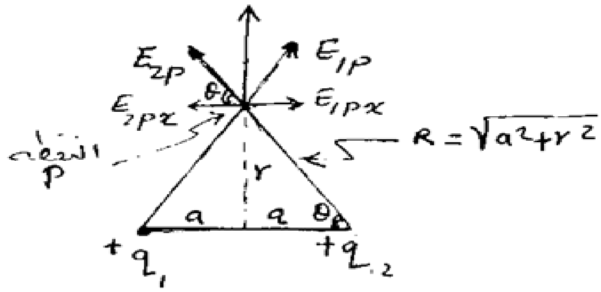
or $\quad q_\alpha E = M_\alpha g$

$$\rightarrow \quad E = \frac{M_\alpha g}{q_\alpha}$$

$$= \frac{6.68 \times 10^{-27}\,kg \times 9.8\,N/kg}{3.2 \times 10^{-19}\,C}$$

$$= 20.825 \times 10^{-8}$$
$$= 2.08 \times 10^{-7}\,\frac{N}{C}$$

(3-2)



الشكل

في الشكل (١-٥) كان لدينا ثنائي قطب اي ان q_1 و q_2 مختلفتان بالشحنة اما في هذا التمرين فان الشحنتين q_1 و q_2 متماثلتان وموجبتان

E_{1p} المجال الكهربائي في النقطة P الناتج من الشحنة q_1
E_{2p} " " " P " " " q_2
E_{1px} و E_{2px} مركبتي المجالين اعلاه باتجاه المحور السيني
E_{1py} و E_{2py} " " " " " الصادي

$$E_{1p}=E_{2p}=k\frac{q}{R^2}$$ بالمقدار

$$=k\frac{q}{(a^2+r^2)}$$ اما الاتجاه فهو واضح بالرسم

واضح ان المركبات الافقية تلغي تأثير بعضها البعض لانها متعاكسة في الاتجاه [illegible]

i.e $E_{px}=0$ محصلة المجال باتجاه المحور السيني

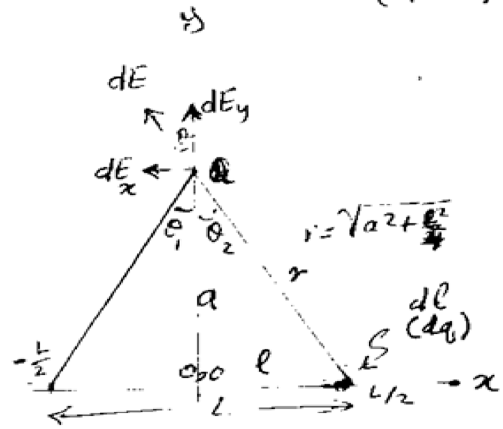
اي ان مركبات المجال الحاصلة في هذه الحالة هي المركبات العمودية فقط (E_{py}).

$$E_{py}=E_{1py}+E_{2py}$$
$$=E_{1p}\sin\theta+E_{2p}\sin\theta$$
$$=2E_{1p}\sin\theta$$
$$=2k\frac{q}{(a^2+r^2)}\cdot\underbrace{\frac{r}{(a^2+r^2)^{1/2}}}_{\sin\theta}$$
$$=k\frac{2qr}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$
$$\vec{E}_p=\vec{E}_{px}+\vec{E}_{py}=E_{py}$$
$$=k\frac{2qr}{(a^2+r^2)^{3/2}}$$

for $r \gg a$ $\quad a^2+r^2 \cong r^2$

$$E_p=k\frac{2qr}{(r^2)^{3/2}}$$
$$=k\frac{2q}{r^2}$$

(4-2)



<u>الحل</u>

: نأخذ عنصر متناهي في الصغر من السلك ، وليكن dl ثم نحسب الشحنة dq على هذا العنصر

كثافة الشحنة الطولية (λ) = $\frac{\text{الشحنة الكلية}}{\text{طول السلك}}$

$$\lambda = \frac{q}{L} \quad (1)$$

$$dq = \lambda\, dl \quad — 2$$

المجال الناشئ عن الشحنة dq في النقطة Q يعطى بالعلاقة

$$dE = k\frac{dq}{r^2} = k\frac{dq}{(a^2+l^2)} \quad — (3)$$

نحلل dE الى مركباته المتعامدة

$$dE_y = dE\cos\theta \quad — 4$$

$$dE_x = dE\sin\theta \quad — 5$$

واضح من الشكل ونتيجة للتماثل فان المركبات الافقية للمجال تلغي تأثير بعضها البعض

i.e $E_x = \int dE_x = 0$

من المعادلة (2) و(3) و(4) نحصل على

$$dE_y = k\frac{\lambda\, dl}{(a^2+l^2)}\cos\theta \quad — 6$$

لحساب E_y نكامل المعادلة (6)

$$E_y = \int k\frac{\lambda\, dl}{(a^2+l^2)}\cos\theta \quad — 7$$

من الرسم نجد

$$l = a\tan\theta$$

$$\rightarrow dl = a\sec^2\theta\, d\theta \quad — 8$$

and $a^2+l^2 = a^2+a^2\tan^2\theta$

$$= a^2(1+\tan^2\theta)$$

$$= a^2\sec^2\theta \quad — 9$$

بالتعويض من 8 و 9 في 7 نجد

$$E_y = \int\frac{k\lambda}{a}\cos\theta\, d\theta$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\left[\sin\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\left[\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right]$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\left[\frac{L/2}{\left(a^2+\frac{L^2}{4}\right)} - \frac{-L/2}{\left(a^2+\frac{L^2}{4}\right)}\right]$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\,\frac{L}{\left(a^2+\frac{L^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\,\frac{L}{\left(\frac{4a^2+L^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

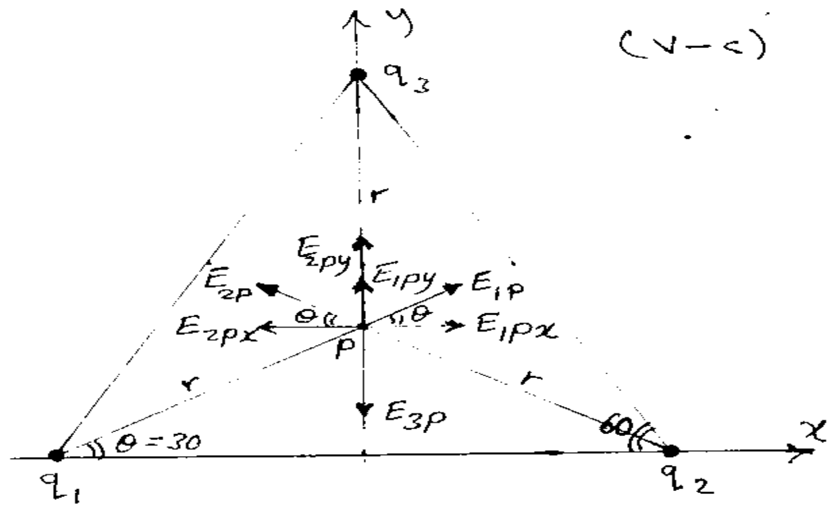
$\because \lambda = \frac{q}{L}, \; k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$\therefore E_y = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a(4a^2+L^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$E_Q = \sqrt{E_x^2+E_y^2}$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a\sqrt{4x^2+L^2}}$$

(٧ - ٤)



المطلوب ايجاد شدة المجال في النقطة p

الحل

النقطة p هي مركز المثلث المتساوي الاضلاع.

$$q_1 = q_2 = q_3 = q = 2\times10^{-6}\,C$$

لتكن

E_{1p} هي شدة المجال في p بتأثير الشحنة q_1

E_{2p} = = = = = = = q_2

E_{3p} = = = = = = = q_3

ملاحظة مركز المثلث هو نقطة تلاقي المتوسطات المتوسطة منه (اي المستقيمات المنصفة لزوايا رؤوس المثلث)

∵ مركز المثلث المتساوي الاضلاع متساوي البعد عن رؤوس المثلث لذا فان

$$E_{1p} = E_{2p} = E_{3p} = k\frac{q}{r^2}$$ في المقدار

اما الاتجاهات فهي موضحة بالرسم.

نحلل كل من E_{1p} ، E_{2p} الى مركباتها المتعامدة

$$E_{1px} = E_{1p}\cos\theta \;,\; E_{1py} = E_{1p}\sin\theta$$

$$E_{2px} = E_{2p}\cos\theta \;,\; E_{2py} = E_{2p}\sin\theta$$

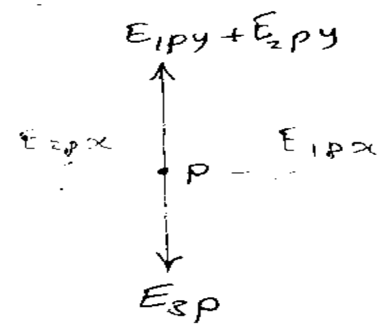
∵ $E_{1p} = E_{2p}$ و E_{1px} عكس اتجاه E_{2px} لذا فان

$$\vec{E}_{px} = \vec{E}_{1px} + \vec{E}_{2px} = 0$$

$$\boxed{E_{3p} = 0 + E_{3py}}$$

$$\vec{E}_{py} = \vec{E}_{1py} + \vec{E}_{2py} + E_{3p}$$
$$= E_{1p}\sin\theta + E_{2p}\sin\theta - E_{3p}$$
$$= k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{1}{2} + k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{1}{2} - \frac{kq}{r^2}$$
$$= 0$$

بعد التحليل



$$\vec{E}_p = \vec{E}_{px} + \vec{E}_{py} = 0 + 0 = 0$$

(٩ - ٤)

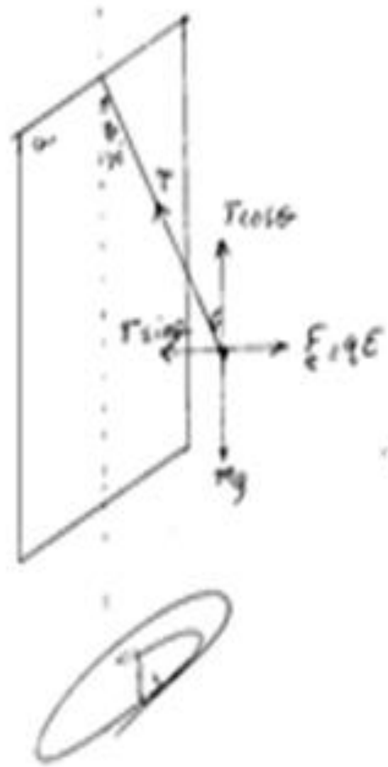
المطلوب: ايجاد كثافة الشحنة السطحية

σ

الحل

اذا اتزنت الكرة يجب ان تكون محصلة القوى المؤثرة عليها تساوي صفر

اي ان



$$T \sin\theta = F_e$$

$$\text{or } T \sin\theta = q\vec{E} \quad \text{—— } (1)$$

$$T \cos\theta = mg \quad \text{—— } (2)$$

حيث T هي قوة شد الخيط

نقسم (1) على (2) نحصل على

$$\tan\theta = \frac{qE}{mg} \quad \text{—— } (3)$$

$$\because E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$ المجال لصفيحة مشحونة —— (4)

نعوض 4 في (3)

$$\tan\theta = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 mg}$$

$$\text{or} \quad \sigma = \frac{2\epsilon_0 mg \tan\theta}{q}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{2 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-5} \times 9.8}{2 \times 10^{-9}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 8.66 \times 10^{-7} \ \frac{C}{m^2}$$

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N.m^2}$

$m = 0.01 \ gm$

$= 10^{-5} \ kgm$

$g = 9.8 \ N/kg$

$q = 2 \times 10^{-9} \ C$

$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(٩-٤)

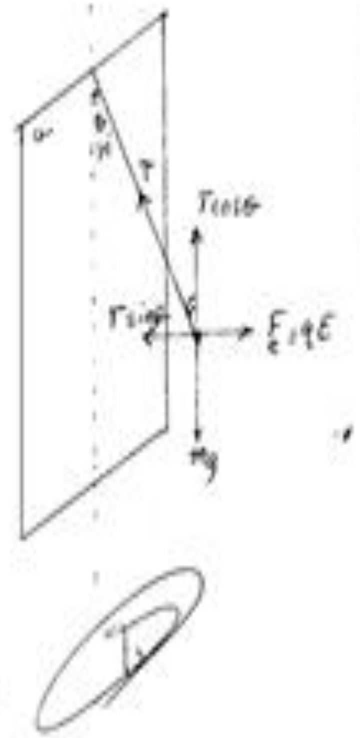
المطلوب : ايجاد كثافة الشحنة السطحية

σ

الحل

بما ان الكرة متزنة يجب ان تكون محصلة القوى المؤثرة عليها تساوي صفر

اي ان



$T \sin\theta = F_e$

or $T \sin\theta = q\vec{E}$ ——— ①

$T \cos\theta = mg$ ——— ②

حيث T هي قوة الشد في الخيط

بقسمة ① على ② نحصل على

$$\tan\theta = \frac{qE}{mg} \quad \text{——— ③}$$

$\because E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ المجال لصفيحة مشحونة ——— ④

بالتعويض في ③

$$\tan\theta = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 mg}$$

or $$\sigma = \frac{2\epsilon_0 mg \tan\theta}{q}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{2 \times 8.85\times10^{-12} \times 10^{-5} \times 9.8}{2\times10^{-9}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 8.66 \times 10^{-7} \frac{C}{m^2}$$

$\epsilon_0 = 8.85\times10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$

$m = 0.01$ gm

$= 10^{-5}$ kgm

$g = 9.8$ N/kg

$q = 2\times10^{-9}$ C

$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(٢١-٨)

ج١

١- إن القوة التي سيطبقها المجال على الإلكترون تكون عكس اتجاه المجال (سالب الشحنة) لذا فإن حركة الإلكترون في هذا المجال تكون تباطئية.

(١)

$F_e = q\vec{E}$ — ①

$= eE$ القوة التي سيطبقها المجال على الإلكترون

$F = ma$ — ② قانون نيوتن

من ① و ②

$a = \frac{eE}{m_e}$ — ③

حيث a تعجيل الإلكترون، m_e كتلة الإلكترون، e شحنة الإلكترون

$\because v^2 = v_0^2 + 2ad$ — ④

v_0 السرعة الابتدائية للإلكترون، v السرعة النهائية للإلكترون، d المسافة التي يقطعها الإلكترون

- في اللحظة التي يتوقف فيها الإلكترون ساكناً فإن

$v = 0$

$\therefore$ المعادلة ④ تصبح

$0 = v_0^2 - 2ad$ — ⑤

الإشارة السالبة تشير الى تباطؤ الإلكترون

من ③ و ⑤ نحصل على

$$d = \frac{v_0^2 m_e}{2eE} = \frac{(5\times10^6\,m/s)^2 \times 9.1\times10^{-31}\,kg}{2\times1.6\times10^{-19}\,C\times1000\,\frac{N}{C}} = 7.1\times10^{-2}\,m$$

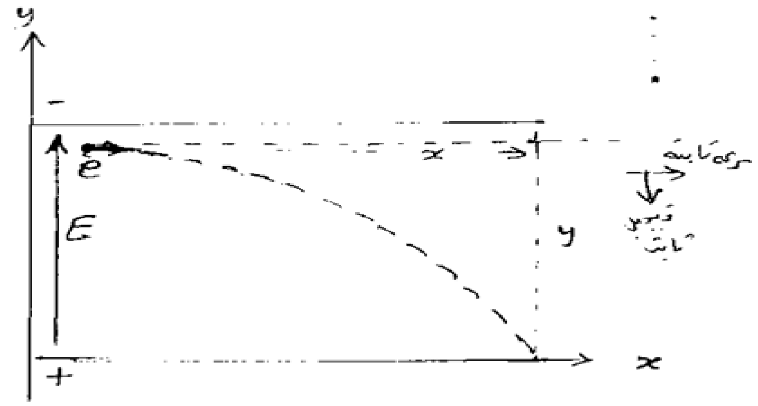
(٢)

$\because v = v_0 + at$ — ⑥

$\Rightarrow 0 = v_0 - \frac{eE}{m_e}t$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0 m_e}{eE} = \frac{5\times10^6\,m/s \times 9.1\times10^{-31}\,kg}{1.6\times10^{-19}\,C\times1000\,\frac{N}{C}} = 2.84\times10^{-8}\,sec$$

(١٢-٢)



الحل

نتيجة لتأثير المجال فإن حركة الالكترون تكون شبيهة بحركة المقذوف كما موضح بالشكل (حركة افقية بسرعة ثابتة و حركة عمودية بتعجيل ثابت)

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{—— ①}$$

v_{0x} : مركبة السرعة الابتدائية باتجاه محور x

v_{0y} : 〃 〃 〃 〃 y

∴ الالكترون قذف بسرعة ابتدائية موازية لمحور x لذا فإن $v_{0x} = v_0$

وإن $v_{0y} = 0$

وإن السرعة الابتدائية v_{0x} ثابتة ولا يكتسب الالكترون اي تعجيل، لذا ومن المعادلة ①

$$x = v_{0x}\, t \qquad \begin{matrix} x = d \\ a = 0 \end{matrix}$$
$$= 2 \times 10^{4}\, m/s \times 10^{-7}\, sec$$
$$= 2 \times 10^{-3}\, m$$

من ①

$$y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{—— ②}$$
$$= 0 + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\because \quad a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \quad \text{—— ③}$$

من ② و ③

$$y = \frac{eEt^2}{2m}$$

$$\Longrightarrow y = \frac{1.6 \times 10^{-19}\, C \times 25 \times 10^{3}\, \frac{N}{C} \times (10^{-7}\, s)^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}\, kg}$$

$$= 22\, m$$