Chapter one الفصل الأول

Coulomb's Law قانون كولوم

1- تركيب الذرة The structure of the atom

كان الإعتقاد السائد حتى منتصف القرن التاسع عشر أن الذرة هي أصغر مكونات المادة (أي أنها غير قابلة للتجزئة) إلا أن التقدم العلمي أظهر أن كل ذرة مكونة من جسيمات أصغر منها مرتبة على نمط معقد وفي الإمكان فصلها عن بعضها بطرق متعددة. أن سلسلة التجارب التي قام بها العالم الإنكليزي رذرفورد Rutherford على تشتت جسيمات ألفا والعالم بور Bohr واضع أول نموذج مقبول للتركيب الذري واكتشاف العالم جادويك Chadwick للنيوترون قد دلت على أن معظم كتلة الذرة متمركزة في منطقة صغيرة أطلق عليها اسم النواة Nucleus حيث تتجمع فيها جسيمات موجبة الشحنة تسمى بـ (البروتونات protons) وأخرى متعادلة الشحنة تسمى بـ (النيوترونات Neutrons). وتدور حول النواة وبنظام خاص جسيمات أخرى متناهية في الصغر عددها مساوي لعدد البروتونات وتحمل كل منها شحنة سالبة مقدارها مساوي لشحنة البروتون وتسمى بـ (الإلكترونات electrons).

لو تصورنا النواة كروية الشكل فإن قطرها بحدود (10^{-12} cm) في حين يقدر قطر الذرة بـ (10^{-8} cm) أي أن قطر الذرة أكبر من قطر النواة بعشرة آلاف مرة 10^{4}.

وأن كتلة البروتون تقريباً تساوي كتلة النيوترون. وأن كتلة البروتون تعادل 1840 مرة بقدر كتلة الإلكترون لذلك تكون كتلة الذرة متمركزة عملياً في نواتها (والجدول رقم (1-1) يبين كتلة وشحنة مكونات الذرة)

جدول رقم (1): يبين شحنة وكتلة مكونات الذرة

الجسيم		الكتلة m(kg) كغم	الشحنة (C) كولوم
الالكترون	electron	9.109×10^{-31}	-1.6×10^{-19}
البروتون	proton	1.6725×10^{-27}	$+1.6 \times 10^{-19}$
النيوترون	neutron	1.6748×10^{-27}	0

أن جميع الذرات للعنصر الواحد متشابهة في تركيبها وعدد بروتوناتها متساوي في جميع نوياتها أي انها تحمل نفس الشحنة. وأن جميع الذرات متعادلة الشحنة في حالتها الطبيعية أي أن عدد الالكترونات مساوي لعدد البروتونات ويسمى هذا العدد بالعدد الذري (Z) atomic number بينما عدد النيوترونات يرمز له N. ويسمى المجموع الكلي لعدد البروتونات والنيوترونات بالعدد الكتلي mass number ويرمز له A

atomic number (Z) = عدد البروتونات = عدد الالكترونات

mass number (A) = Z + N

العدد الكتلي — العدد الذري — عدد النيوترونات

ويكتب العنصر بالشكل $\left({}^{A}_{Z}X\right)$

أن الذرات التي لها نفس العدد الذري Z وتختلف في عددها الكتلي A تسمى بالنظائر Isotopes. أي أن النظائر للعنصر الواحد تتساوى بعدد البروتونات والالكترونات ولكنها تختلف بعدد النيوترونات. وبما أن الخواص الكيميائية للعناصر تعتمد بصورة رئيسية على عدد الالكترونات وتوزيعها خارج النواة لذلك فأن النظائر تتشابه في خواصها الكيميائية بينما تختلف في بعض خواصها الفيزيائية نتيجة لاختلاف كتلها.

ولتوضيح ذلك نأخذ أبسط الذرات تركيباً وهي ذرة الهيدروجين الذي يوجد على شكل ثلاث نظائر يعبر عنها بالرموز التالية:

(1) العنصر الأول وهو الهيدروجين H^1 بالمقارنة مع الصيغة العامة للكتابة لعنصر $_{Z}X^{A}$ فإن الهيدروجين يحتوي على بروتون واحد ($Z=1$) فقط ولا يحتوي على نيوترون حيث ($A=1$)

(2) النظير الثاني المسمى ديوتيريوم $_{1}H^{2}$ Deuterium أو يسمى الهيدروجين الثقيل (Heavy hydrogen) والذي يحتوي على بروتون واحد ($Z=1$) ونيوترونا واحد ($A=Z+N=2$) في داخل النواة

(3) نواة النظير الثالث المسمى تريتيوم $_{1}H^{3}$ Tritium وتحتوي على بروتون واحد ونيوترونين.

ويأتي بعد الهيدروجين في الجدول الدوري عنصر الهيليوم الذي يحتوي نظيرين. وتزداد الذرات تعقيداً كلما تقدمنا بالجدول الدوري وأكثر الذرات الطبيعية تعقيداً هي ذرات عنصر اليورانيوم Uranium الذي يتكون من ثلاث نظائر وهي

$$_{92}U^{238} \quad , \quad _{92}U^{235} \quad , \quad _{92}U^{234}$$

2- الشحنات الكهربائية Electric charges

لقد لوحظ أن هنالك قوة جذب بين الالكترون والبروتون، بينما يكون هنالك قوة تنافر بين البروتون والبروتون وكذلك بين الالكترون والالكترون وهذه القوة تفوق قوة التجاذب الكتلي وتعزى هذه القوة الى وجود صفة كهربائية لهذه الجسيمات سميت بالشحنة الكهربائية وهذا يدل على وجود نوعين من الشحنة اصطلح على أحدها بالشحنة الموجبة (شحنة البروتون) والنوع الآخر الشحنة السالبة (شحنة الالكترون)
أن كل جسم يحتوي على عدد هائل من الذرات وهذه الذرات عندما تكون متعادلة كهربائياً (الكتروستاتيكية) فإن شحنة الجسم تعتبر صفر.
ولكن عندما يختل تعادل الشحنات كأن يكتسب الجسم الكترونات

أو يفقد بعض الكتروناته تصبح المادة مشحونة كهربائياً
فعند دلك قضيب من الزجاج بالحرير تنتقل بعض الكترونات الزجاج
الى الحرير فعندها يصبح الزجاج موجب والحرير سالب الشحنة
بسبب زيادة عدد الكترونات الحرير .

وهكذا دلت التجارب على تكهرب كل من الدالك والمدلوك واكتساب
كل منهما شحنة كهربائية مختلفة في النوع ومتساوية بالمقدار . ونعني
ذلك أن التكهرب يحدث بسبب انتقال الالكترونات .

٣- قانون حفظ الشحنة Charge conservation Law

أن الشحنات الكهربائية لا تفنى ولا تستحدث من العدم . أي أن
المجموع الجبري للشحنات الكهربائية في الكون يبقى ثابت على الدوام
وان الشحنات تتولد او تتلاشى على هيئة أزواج ، حيث يتحد
الالكترون e^- مع البوزترون e^+ مكوناً أشعة كاما γ-ray
أو يحدث العكس تتحول كاما الى الكترون وبوزترون بشرط أن
طاقة اشعة كاما تساوي (أو أكبر من) الطاقة السكونية $(2e^-)$

$$\gamma \rightleftharpoons e^- + e^+$$

حيث يتحول كلا الجسيمين الالكترون والبوزترون الى الطاقة طبقاً
لمعادلة اينشتاين $(E = mc^2)$ حيث أن مجموع شحنتي e^-
و e^+ تساوي صفر قبل التفاعل وبعد التفاعل .

٤- الشحن بواسطة التوصيل (التلامس)

الشحن (أو انتقال الشحنة) يكون بطريقتين :

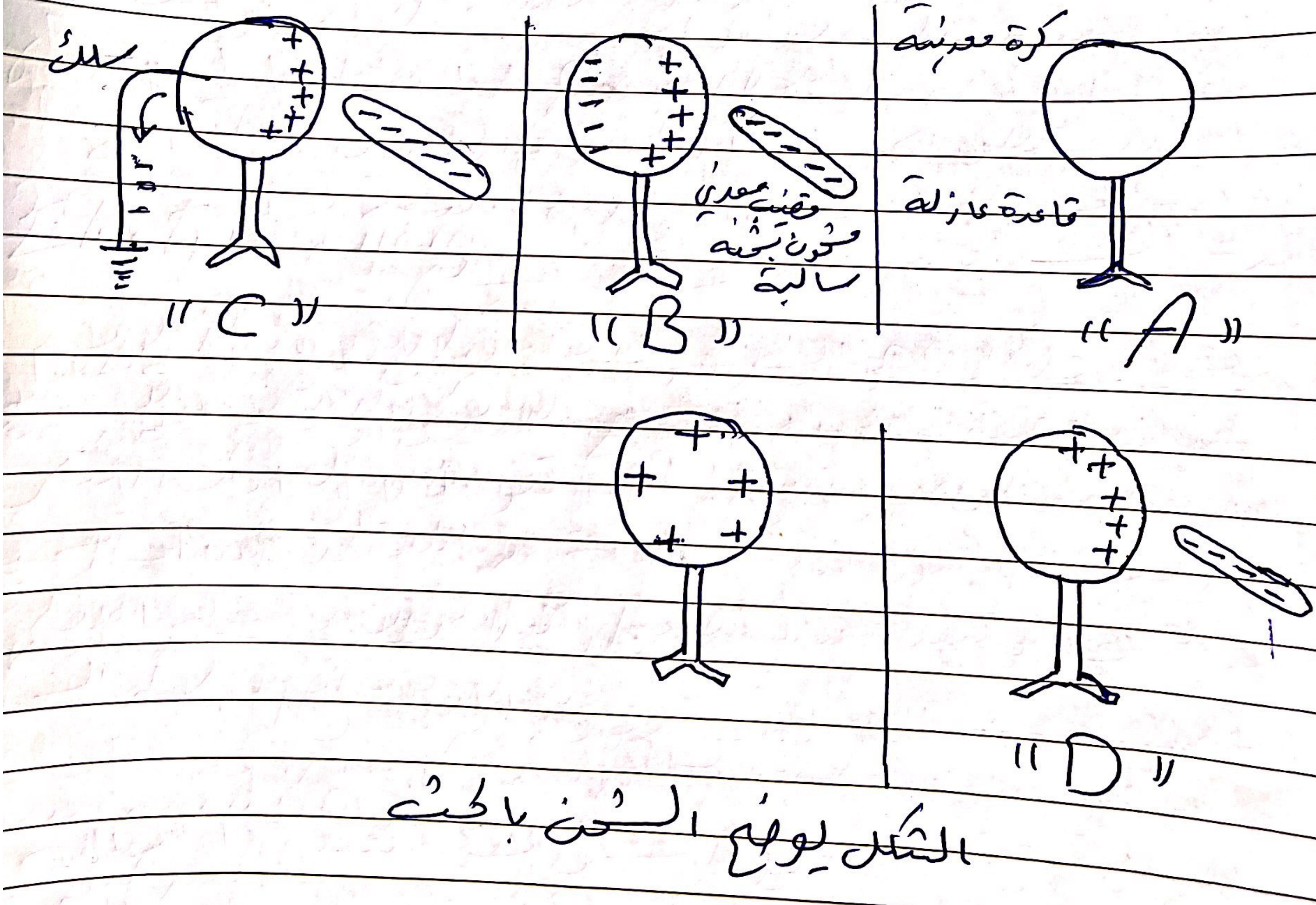
ⓐ الشحن بالتوصيل (أو التلامس)

لنفرض لدينا جسم معدني مشحون بشحنة معينة (أما سالبة
أو موجبة) وجسم معدني آخر غير مشحون فعند توصيل الجسمين
بواسطة سلك معدني أو عند جعل الجسمين يتلامسان فان

الشحنة الكهربائية سوف تنتقل من الجسم المشحون الى الجسم غير المشحون (المتعادل الشحنة) بسبب توصيل او تلامس الجسمين وعندما يكون الجسمان متماثلين فان الشحنة سوف تتوزع على الجسمين بالتساوي (أي يحملان نفس النوع والمقدار من الشحنة

ج) الشحن بالحث

ويتم الشحن بالحث عند تقريب جسم مشحون بشحنة معينة من جسم معدني آخر غير مشحون وتوصيل الجسم غير المشحون بالأرض ثم عزل الجسم غير المشحون عن الأرض وابعاد الجسم المشحون عنه فان الجسم غير المشحون سوف يكتسب شحنة معاكسة لشحنة الجسم المشحون بسبب الحث (كما موضح بالشكل أدناه)

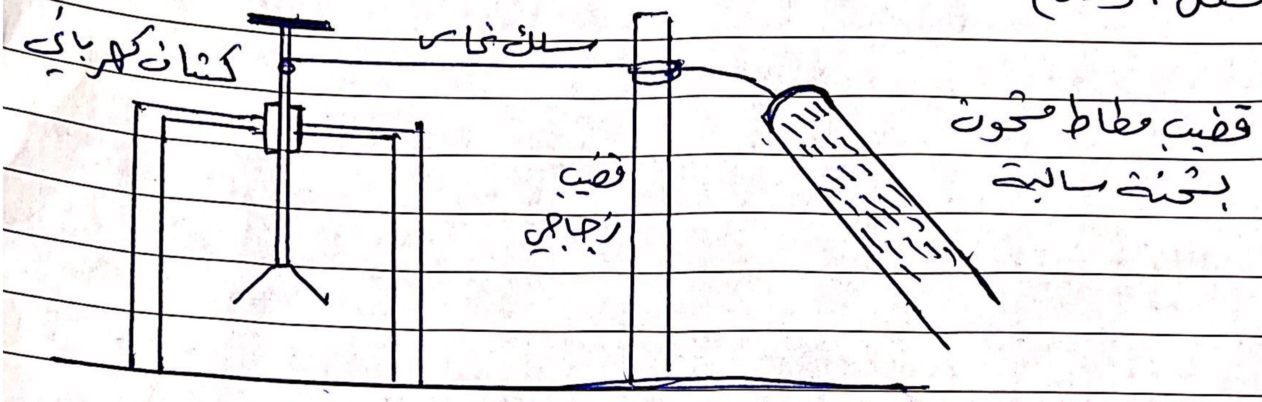


الشكل يوضح الشحن بالحث

① - الموصلات والعوازل وأشباه الموصلات

Conductors, insulators and semiconductors

عند ربط أحد طرفي سلك معدني بقرص الكشاف الكهربائي وتثبيت الطرف الثاني للسلك بواسطة قضيب زجاجي (وكما مبين بالشكل أدناه).



الشكل يوضح أن النحاس موصل جيد للكهربائية

فإذا مس (لامس) قضيب مطاط مشحون بشحنة سالبة الطرف الثاني لسلك النحاس سوف نلاحظ "انفراج ورقتي الكشاف مباشرة" وهذا يعني أن الشحنة انتقلت الى ورقتي الكشاف الكهربائي بواسطة سلك النحاس أي أن السلك النحاسي يسمح للشحنات الكهربائية بالمرور خلاله أي أن سلك النحاس هو موصل للكهربائية ويدعى سلك النحاس بأنه موصل conductor للكهربائية.

والآن لو استبدلنا (السلك المعدني) سلك النحاس بخيط من الحرير أو من المطاط فإننا سوف نلاحظ عدم انفراج ورقتي الكشاف أي أن خيط الحرير أو المطاط لا يسمح للشحنات الكهربائية بالانتقال خلاله أي أنه عازل insulater للكهربائية.

أي أن المواد من حيث توصيلها للكهربائية الى قسمين: مواد تسمح بمرور الشحنات خلالها وتسمى بالمواد الموصلة أو تسمى بـ (الموصلات). والقسم الثاني مواد لا تسمح بمرور الشحنات الكهربائية وتسمى بالمواد العازلة. ويوجد هناك صنف آخر من المواد وتسمى

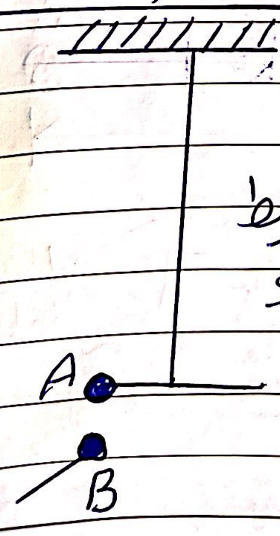
بالمواد شبه الموصلة (semiconductors) مثل الجرمانيوم والسليكون ، وأن لهذه المواد لها خواص وسطية وأهمية ذات أهمية كبيرة في السنين الأخيرة .

أن المعادن هي من أهم المواد الموصلة للكهربائية حيث تحتوي على الالكترونات خارجية لا تتقيد بمدارات ثابتة من ذرات المعادن وأنها تنتقل بحرية بين الذرات وتسمى بالالكترونات الحرة أو الطليقة Free electrons . بينما لا يوجد مثل هذه الالكترونات في المواد العازلة والتي تكون الكتروناتها مقيدة بسبب تشبع مداراتها الخارجية بالالكترونات .

أن خاصية الشحن بالدلك (أو التماس) غير مقتصرة على المواد العازلة فقط ولكنها تشمل أي مادتين مختلفتين حيث يظهر هذا التأثير بدرجة أو أخرى ولكن لا يمكن شحن الأجسام الموصلة بسهولة بطريقة الدلك وذلك لأن الشحنات تتسرب خلال جسم الأنسان ، لذلك يجب اسناد الموصل بمادة عازلة لكي لا تتسرب شحنته .

٦- قانون كولوم Coloumb's Law

كان العالم الفرنسي كولوم (1806–1737) أول من قام بقياس القوة بين الأجسام المشحونة كهربائياً وكان ذلك في عام 1784 حيث قام باستعمال ميزان اللي والمبين (Torsion balance) بالشكل المجاور



الشكل : يوضح مخطط بسيط لميزان اللي الذي استعمله كولوم

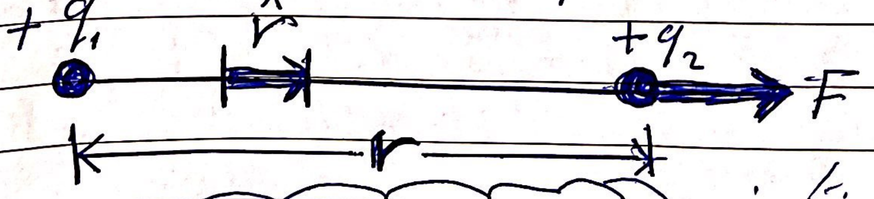
حيث تم شحن الكرتين المعزولتين A و B بشحنة متشابهة وتم حساب قوة التنافر بينهما بتغيير المسافة بين مركزي الكرتين وذلك عن طريق حساب اللي الذي يحصل على سلك

ميزان اللي . ومعرفة ثابتة اللي للسلك يمكن أن نحسب قوة التنافر بين الكرتين . بعد ذلك قام كولوم بتغيير الشحنة على كل من الكرتين A و B مع بقاء المسافة بين الكرتين .
ثم قام بتغيير المسافة بين الكرتين مع بقاء الشحنة ثابتة .
بعدها أعاد التجربة بجعل الشحنة مختلفة لكل الكرتين A و B . وقام بدراسة مستفيضة حول القوى بين الأجسام المشحونة وذلك عام 1785 . أما النتائج العملية لدراسته قام بتلخيصها بما يلي :

1) الشحنات المتشابهة تتنافر ، والشحنات المختلفة تتجاذب .
2) مقدار قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين تتناسب طردياً مع حاصل ضرب الشحنتين
3) مقدار قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما .
4) اتجاه القوة يقع على امتداد الخط المستقيم الواصل بين الشحنتين

ومن النتائج أعلاه استنتج كولوم قانونه الشهير الذي ينص على أن : (القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين تتناسب طردياً مع مقدار الشحنتين وعكسياً مع مربع المسافة بينهما) :

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



ويمكن تغيير إشارة التناسب بالمساواة فتكون معادلة قانون كولوم كما يلي

قانون كولوم
$$\boxed{\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}}$$

حيث أن : $(q_1 ، q_2)$ مقدار الشحنة الأولى والثانية بالكولوم (C) على التوالي

r : المسافة بين الشحنتين النقطيتين بوحدة المتر (m)

Scanned with CamScanner

K ثابت التناسب وتعتمد قيمته على وحدات قياس القوة والشحنة والمسافة . ففي النظام العالمي SI unit والذي يعتبر امتداد للنظام المتري (MKS - system) حيث وحدة المسافة (r) في هذا النظام هي المتر (m) ، ووحدة الشحنة هي الكولوم (C) ويعرف الكولوم بدلالة وحدة التيار الكهربائي . والكولوم هو كمية الشحنة المارة في الموصل الكهربائي خلال ثانية واحدة ، عندما يكون التيار المار في الموصل يساوي واحد امبير . وقد احسبت قيمة K في هذا النظام بحساب قوة التنافر بين شحنتين متشابهتين مقدار كل منهما كولوم واحد موضوعتين على بعد متر واحد في الفراغ وقد وجد ان مقدار هذه القوة يساوي 8.978×10^9 (N) نيوتن وهو يساوي قيمة الثابت K عدديا وسوف نستخدم في حساباتنا القيمة التقريبية للثابت K وهي

$$K = 9 \times 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

ولقد لوحظ عند استخدام النظام العالمي (SI unit) ظهور العامل (4π) في بعض العلاقات الرياضية عند تطبيق قانون كولوم ولاجل هذا وللتخلص من هذا العامل (4π) استبدلت قيمة K بثابت آخر ويكتب كما يلي :

$$K = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \quad \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

حيث يسمى العامل ε_0 بثابت السماحية للفراغ وقيمته تساوي

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} = 8.85 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

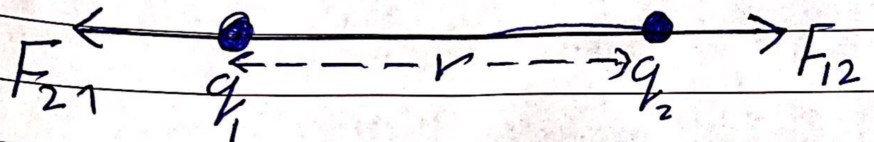
ε_0 ثابت السماحية للفراغ (Permitivity of Vacuum)

ملاحظة (1)

حسب تعريف قانون كولوم فان القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين في حالة سكون تتناسب طردياً مع حاصل ضرب الشحنتين وعكسياً مع حاصل ضرب الشحنتين وعكسياً مع مربع المسافة بينهما . فلو كان لدينا شحنتين متشابهتين q_1 و q_2 فان مقدار قوة التنافر التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 تساوي F_{12} . وان مقدار القوة التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1 تساوي F_{21} بحيث ان

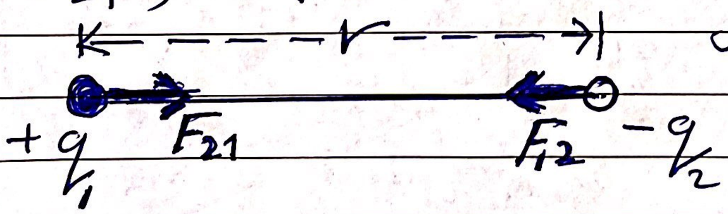
$$F_{12}=F_{21}=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

وكما مبين بالشكل



عندما تكون الشحنتين q_1 و q_2 مختلفتين بالاشارة فان مقدار قوة التجاذب التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 والتي مقدارها F_{12} تساوي مقدار قوة التجاذب F_{21} التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1 $(F_{12}=F_{21})$

وكما مبين بالشكل

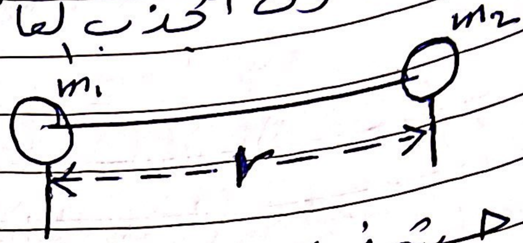


ملاحظة (2)

أن قانون الجذب العام لنيوتن مشابه الى حد ما لقانون كولوم ولكن قانون الجذب العام يعتمد على كتلة الجسم بينما قانون كولوم ذات شحنة الجسيمات . حيث ينص قانون نيوتن للجذب العام على أن : (قوة التجاذب

بين كتلتين تتناسب طردياً مع حاصل ضرب كتلتيهما (وعكسياً مع مربع المسافة بين مركزيهما) ، ويمكن التعبير رياضياً عن قانون الجذب العام كما بالمعادلة :

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



حيث أن : m_1 : كتلة الجسم الأول ، m_2 : كتلة الجسم الثاني

r : المسافة بين مركزي الكتلتين

G : ثابت الجذب العام والذي مقداره

$$G = 6.67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}$$

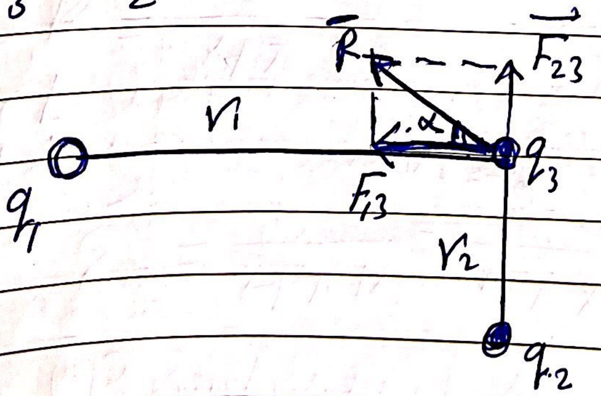
وعليه فإن قانون الجذب العام يكون

$$G = 6.67\times10^{-11}\ \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

ملاحظة (3)

إذا كان لدينا n شحنة كهربائية في الفراغ فإن مبدأ محصلة القوة المؤثرة يكون بطريقة الجمع الاتجاهي للقوى الكهروستاتيكية والذي يصلح للشحنات الساكنة وكما مبين بالشكل أدناه

على فرض أن الشحنة q_1 مخالفة بالإشارة للشحنتين q_2 و q_3



$$R = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{F_{23}}{F_{13}}$$

ملاحظة (4)

توجد هناك حالات تكون فيها الشحنة موزعة على طول خط مستقيم أو على مساحة سطح أو على الحجم وبذلك يجب أن نعرف كثافة الشحنة الموزعة وفق الحالات التالية:

(أ) إذا كانت الشحنة q موزعة بشكل منتظم على طول خط مستقيم L فإن كثافة الشحنة الطولية λ تعرف كالآتي

$$\lambda = \frac{q}{L} \quad (\text{Coloumb}/m)$$

(ب) إذا كانت الشحنة q موزعة بشكل منتظم على سطح مساحة معينة S فإن كثافة الشحنة السطحية تعرف كالآتي

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad (\text{coloumb}/m^2)$$

(ج) إذا كانت الشحنة q موزعة بشكل منتظم خلال الحجم V فإن كثافة الشحنة الحجمية ρ تعرف كالآتي

$$\rho = \frac{q}{V} \quad (\text{Coloumb}/m^3)$$

(د) عندما تكون الشحنة q موزعة بشكل غير منتظم على طول أو سطح (مساحة) أو حجم فإن التعبير عن كثافة الشحنة يكون كما يلي:

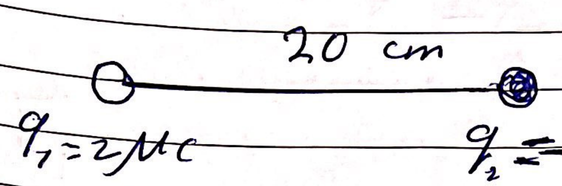
$$\lambda = \frac{dq}{dL} \quad , \quad \sigma = \frac{dq}{ds} \quad , \quad \rho = \frac{dq}{dV}$$

حيث أن dq هو عنصر الشحنة على امتداد عنصر الطول dL أو عنصر السطح ds أو عنصر الحجم dV.

أمثلة

مثال ① شحنتان موضوعتان بالفراغ $(q_1 = 2\,\mu C)$ و $(q_2 = -4\,\mu C)$ المسافة بينهما $20\ cm$. ما مقدار القوة الكهروستاتيكية ونوعها التي تؤثر بها الشحنتين

الحل:



$q_1 = 2\,\mu C = 2\times10^{-6}\ C$

$q_2 = -4\,\mu C = -4\times10^{-6}\ C$

$r = 20\ cm = 0.2\ m$

$$\therefore F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\therefore F = 9\times10^{9}\frac{(2\times10^{-6})\times(-4\times10^{-6})}{(0.2)^2} = -1.8\ N$$

بما أن الشحنتين مختلفتين بالإشارة فإن القوة بينهما تكون قوة تجاذب وتكون إشارتها سالبة.

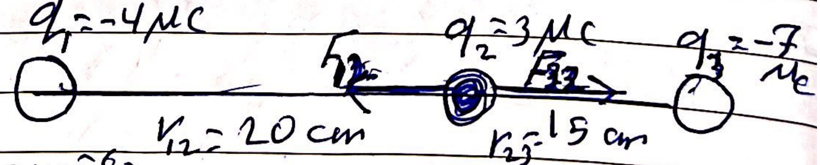
مثال ② ثلاث شحنات $q_1 = -4\,\mu C$ ، $q_2 = 3\,\mu C$ ، $q_3 = -7\,\mu C$
احسب مقدار واتجاه القوة المؤثرة على الشحنة q_2 إذا كانت $r_{12} = 20\ cm$ ، $r_{23} = 15\ cm$

الحل: $q_1 = -4\,\mu C = -4\times10^{-6}\ C$; $q_2 = 3\,\mu C = 3\times10^{-6}\ C$

$q_3 = -7\,\mu C = -7\times10^{-6}\ C$; $r_{12} = 20\ cm = 0.2\ m$

$r_{23} = 15\ cm = 0.15\ m$

$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ قانون كولوم



$$F_{12} = 9\times10^{9}\frac{(-4\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(0.2)^2}$$ القوة التي تؤثر بها q_1 على q_2

$$F_{32} = 9\times10^{9}\frac{(-7\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(0.15)^2}$$ القوة التي تؤثر بها q_3 على q_2

$F_{12} = -2.7\ N$ نلاحظ أن كلا الشحنتين q_1 و q_3

تجذب الشحنة q_2 نحوها بقوة

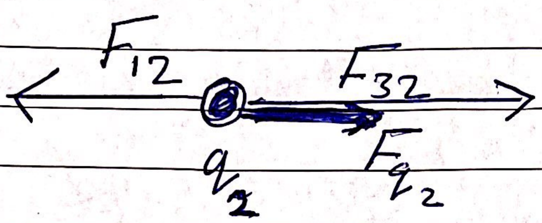
$F_{13} = -8.4\ N$ تجاذب أي أن محصلة القوى

المؤثرة على الشحنة q_2 بسبب الشحنتين q_1 و q_3 تساوي

$$\sum F_{q_2} = F_{12} + F_{32}$$

$$\sum F_{q_2} = -2.7 - (-8.4) = 5.7\ N$$

ويكون اتجاهها نحو اليمين



مثال 3

وضع الكترونين في الفراغ على بعد r عن بعضهما الآخر

ما مقدار نسبة القوة الكهروستاتيكية F_e الى قوة الجذب الكتلي F_G بين الالكترونين ؟

الحل:

$q_e = 1.6 \times 10^{-19}\ C \qquad K = 9 \times 10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}$

$m_e = 9.11 \times 10^{-31}\ kg \qquad G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$

$$F_e = K \frac{q_e^2}{r^2} \qquad F_G = G \frac{m_e^2}{r^2}$$

بقسمة المعادلتين أعلاه على بعضهما نحصل على

$$\frac{F_e}{F_G} = \frac{K}{G} \frac{q_e^2}{m_e^2} = \frac{(9 \times 10^{9}) \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(6.67 \times 10^{-11}) \times (9.11 \times 10^{-31})^2}$$

$$\frac{F_e}{F_G} = 41 \times 10^{41}$$

أن القوة الكهروستاتيكية أكبر بكثير من قوة الجاذبية

مثال (4):

شحنتان موجبتان متماثلتان $(q = 2\ \mu C)$ تقع إحداهما على محور y وعلى بعد 30 cm من نقطة الأصل، والأخرى تقع على بعد $(y = -30\ cm)$ من نقطة الأصل. ما مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تؤثر بها ~~الشحنتين~~ أعلاه على شحنة مقدارها $(Q = 4\ \mu C)$ تقع على محور x عند $(x = 40\ cm)$

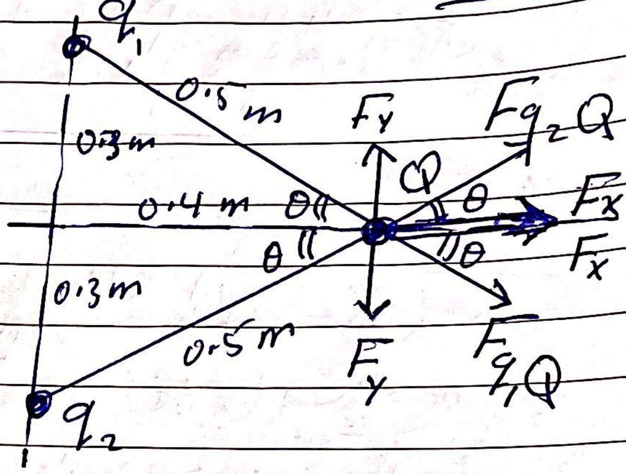
الحل:

$q = 2\ \mu C = 2 \times 10^{-6}\ C$

$Q = 4\ \mu C = 4 \times 10^{-6}\ C$

$y = 30\ cm = 0.3\ m$

$x = 40\ cm = 0.4\ m$



نجد المسافة بين كل من الشحنتين q_1, q_2 عن الشحنة Q وحسب فيثاغورس فإن

$$r = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = 0.5\ m$$

لإيجاد محصلة القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة Q بتأثير الشحنتين q_1 و q_2. ولأن الشحنتين متساويتين q_1 و q_2 وتبعدان بنفس المسافة عن الشحنة Q فإن القوتين تكون متساويتين في المقدار وقيمة كل منهما تساوي

$$F_{q_1Q} = F_{q_2Q} = k\frac{qQ}{r^2} = 9\times10^{9}\frac{(2\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{(0.5)^2}$$

$$\therefore\ F_{q_1Q} = F_{q_2Q} = 0.29\ N$$

وبتحليل كل قوة إلى مركبتين أحدهما باتجاه محور x والثانية باتجاه y ينتج

$$F_x = F_{q_1Q}\cos\theta = 0.29\left(\frac{0.4}{0.5}\right) = 0.23\ N$$

$$F_y = F_{q_1Q}\sin\theta = 0.29\left(\frac{0.3}{0.5}\right) = 0.17\ N$$

$$\sum F_x = F_{q_1Q}\cos\theta + F_{q_2Q}\cos\theta = 0.23 + 0.23 = 0.46\,N$$

$$\sum F_y = F_{q_1Q}\sin\theta - F_{q_2Q}\sin\theta = 0.17 - 0.17 = 0$$

$$\therefore \sum F = \sum F_x + \sum F_y = 0.46 + 0$$

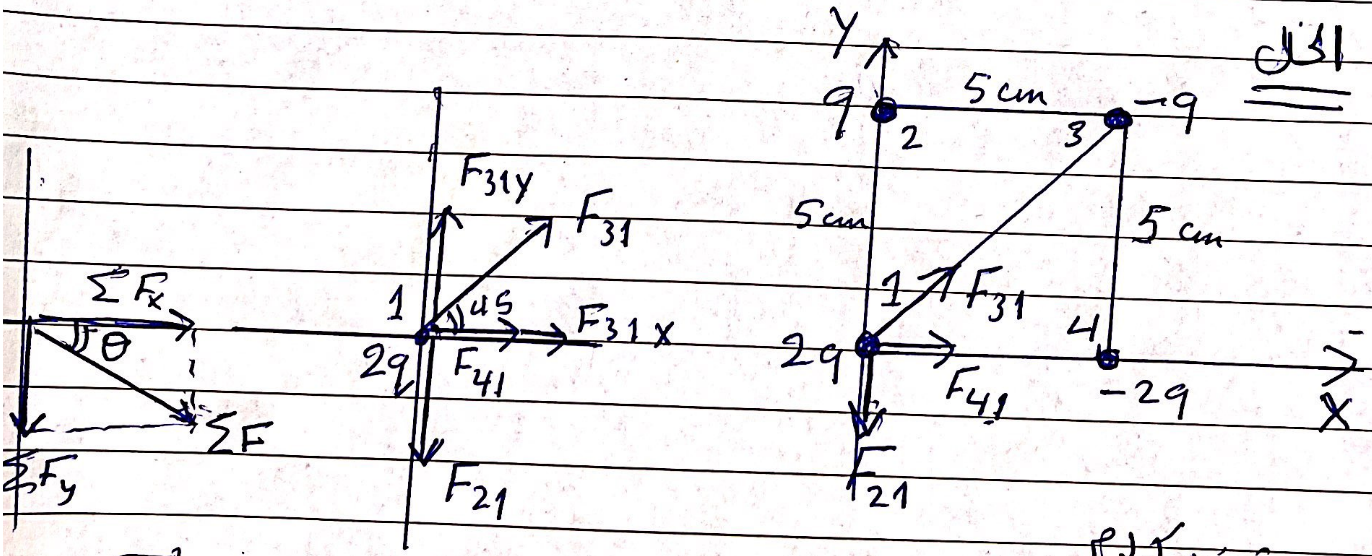
$$\sum F = 0.46\,N$$

باتجاه الموجب لمحور x

مثال (5) :

مربع طول ضلعه 5 cm وضعت عند رؤوسه الشحنات المبينة بالشكل اذا علمت ان ($q = 1\times10^{-7}C$) ، ما مقدار محصلة القوى المؤثرة على الشحنة الواقعة عند نقطة الأصل.

الحل



$$\sum \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

قانون كولوم

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{21} = k\frac{2q \cdot q}{a^2} = 9\times10^{9}\,\frac{2\times(1\times10^{-7})^2}{(5\times10^{-2})^2}$$

$$F_{21} = 0.072\,N$$

قوة تنافر

* لإيجاد القوة F_{31} نحتاج المسافة بين الشحنة الأولى والثالثة والتي تساوي قطر المربع

$$r_{13} = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{2\times 25} = 5\sqrt{2} = 7.07\ cm$$
$$= 7.07\times 10^{-2}\ m$$

$$\therefore F_{31} = 9\times 10^{9}\ \frac{2q \times (-q)}{(r_{31})^2}$$

$$F_{31} = 9\times 10^{9}\ \frac{2(1\times 10^{-7})\times(-1\times 10^{-7})}{(7.07\times 10^{-2})^2} = 0.036\ N$$

قوة تجاذب

$$F_{41} = k\ \frac{(-2q)\times(2q)}{(5\times 10^{-2})^2} = 9\times 10^{+9}\ \frac{(-4)\times(1\times 10^{-7})}{(5\times 10^{-2})^2}$$

$$F_{41} = 0.144\ N$$

قوة تجاذب

لغرض جمع القوى الثلاث F_{21} و F_{31} ، F_{41} وحساب المحصلة نفرض محورين متعامدين x و y ونحلل القوى التي لا تقع على هذين المحورين. لذلك نحلل القوة F_{31} (وكما مبين بالشكل) الى مركبتيه التالية:

$$F_{31x} = F_{31}\sin 45 = 0.036 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.025\ N$$

$$F_{31y} = F_{31}\cos 45 = 0.036 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.025\ N$$

$$\sum F_x = F_{31x} + F_{41} = 0.025 + 0.144 = 0.169\ N$$

الاشارة موجبة تدل على أن اتجاه القوة بنفس اتجاه محور x

$$\sum F_y = F_{31x} + F_{21} = 0.025 - 0.072 = -0.047\ N$$

الاشارة السالبة تدل على أن اتجاه مركبة القوة بالاتجاه السالب لمحور y

$$\therefore \sum F = \sum F_x + \sum F_y = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}$$

$$= \sqrt{(0.169)^2 + (-0.047)^2} = 0.175\ N$$

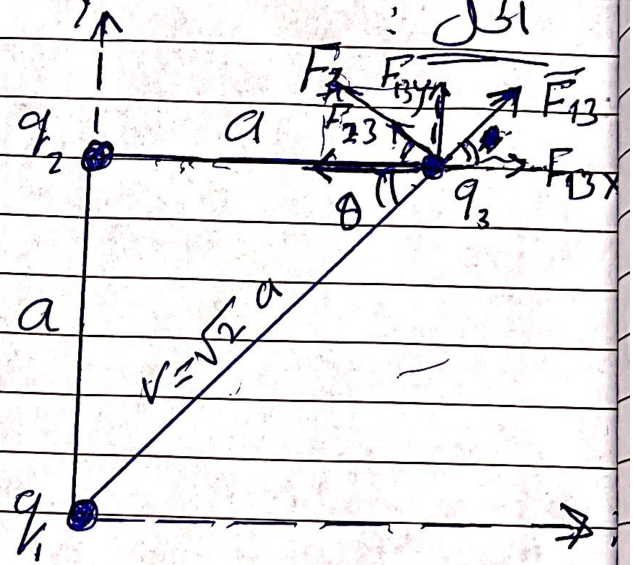
$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \frac{-0.047}{0.169} = -15.5^\circ$$

θ : الزاوية بين محصلة القوى ومحور X

مثال (6)

ثلاث شحنات موضوعة عند رؤوس مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين (كما في الشكل) بحيث أن ($q_1 = q_3 = 5\,\mu C$) والشحنة $q_2 = -2\,\mu$ والمسافة ($a = 0.1\,m$). أوجد القوة المؤثرة على الشحنة q_3.

الحل :



$q_1 = q_3 = 5\,\mu C = 5\times10^{-6}\,C$

$q_2 = -2\,\mu C = -2\times10^{-6}\,C$

$a = 0.1\ m$

$r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} =$
$= \sqrt{2}\,a = \sqrt{2}\times 0.1\ m$

$\because\ F = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

$\therefore\ F_{23} = K\dfrac{q_2 q_3}{r^2}$

$$F_{23} = 9\times10^{9}\,\frac{(-2\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{(0.1)^2} = -8.99\ N$$

$$F_{13} = K\,\frac{q_1 q_3}{r^2}$$

$$F_{13} = 9\times10^{9}\,\frac{(5\times10^{-6})\times(-2\times10^{-6})}{(\sqrt{2}\times0.1)^2} = 4.5\ N$$

سوف نقوم بتحليل القوة F_{13} الى مركبتين باتجاه محور X ومحور y وكالآتي:

$$F_{13x} = F_{13}\cos 45 = 4.5\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 3.18\ N$$

$$F_{13y} = F_{13}\sin 45 = 4.5\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 3.18\ N$$

لإيجاد القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3

$$\sum F_x = F_{13x} + F_{23} = 3.18 + (-8.99) = -5.81\ N$$

$$\sum F_y = F_{13y} = 3.18\ N$$

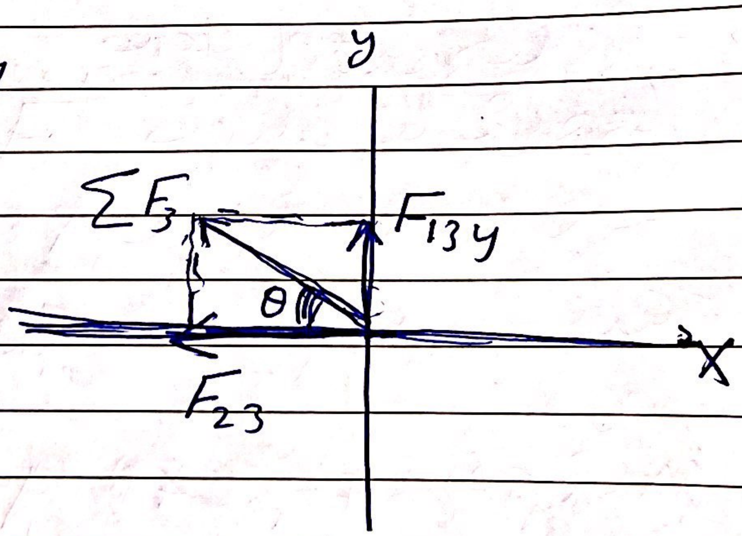
وللتعبير عن القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3 باستخدام المتجهات الأحادية (i و j و k)

$$\bar{F}_3 = -5.81\,i + 3.18\,j$$

ولإيجاد محصلة القوة المؤثرة على الشحنة q_3 بمقدار القوة

$$\sum F_3 = \sum F_x + \sum F_y = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-5.81)^2 + (3.18)^2}$$

$$\sum F_3 = 6.62\ N$$



$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{3.18}{-5.81}$$

$$\theta = -28.7^\circ$$

Scanned with CamScanner

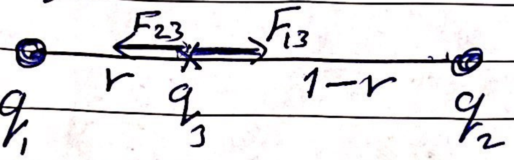
مثال (6)

شحنتان نقطيتان ($q_1 = 2\,\mu C$) و ($q_2 = 4\,\mu C$) المسافة بينهما ($1m$) . أين توضع شحنة مقدارها ($q = 1\,\mu C$) على الخط الواصل بين الشحنتين لكي تكون محصلة القوتين عليها تساوي صفر .

الحل :

$q_1 = 2\,\mu C = 2\times10^{-6}\,C$ $\qquad q_3 = 1\,\mu C = 1\times10^{-6}\,C$

$q_2 = 4\,\mu C = 4\times10^{-6}\,C$



نفرض البعد الشحنة q_3 عن الشحنة q_1 يساوي r

أي أن البعد الشحنة q_2 عن الشحنة q_3 يساوي $(1-r)$

قانون كولوم $\quad F = k\dfrac{qq'}{r^2}$

لكي تصبح محصلة القوى المؤثرة على الشحنة q_3 تساوي الصفر يجب أن تكون

$$F_{13} = F_{23}$$

$$\cancel{k}\,\frac{q_1 \cancel{q_3}}{r^2} = \cancel{k}\,\frac{q_2 \cancel{q_3}}{(1-r)^2}$$

$$\frac{q_1}{r^2} = \frac{q_2}{(1-r)^2} \Rightarrow q_1(1-2r+r^2) = q_2 r^2$$

$$\cancel{2}\times\cancel{10^{-6}}(1-2r+r^2) = (\cancel{4}\times\cancel{10^{-6}})\,r^2$$

$$1-2r+r^2 = 2r^2$$

$$r^2+2r-1 = 0$$

حل المعادلة بالدستور

$a = 1$ ، $b = 2$ ، $c = -1$ $\qquad r = \dfrac{-b \mp \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$r = \frac{-2 \mp \sqrt{2^2-(4\times1\times-1)}}{2\times1} = \frac{-2\mp\sqrt{4+4}}{2} = -1\mp\sqrt{2}$$

$r_1 = -1+\sqrt{2} = 0.414\ m$

$r_2 = -1-\sqrt{2} = -2.414$ تهمل