الفصل الأول

الإحصاء: هو العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها والهدف منها للحصول على استنتاجات وقرارات مناسبة.

ويقسم الإحصاء الى قسمين:

1) الإحصاء الوصفي Descriptive statistics: هو وصف مجموعة من البيانات ويتضمن:

ا) جمع البيانات.

ب) تبويب البيانات او تنظيمها.

ج) تلخيصها.

د) عرض البيانات.

2) الاحصاء الاستنتاجي، Statistical inference: هو عمل استنتاجات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات ويشمل قسمين:

أ-) التقدير: هو إيجاد قيم تقديرية للاستدلال منها على القيم الحقيقة لمصدر جمع البيانات وهنالك نوعين من التقدير:

1) تقدير محدود أي في نقطة محددة.

2) تقدير خلال مدى او فترة.

ب-) اختبار الفرضيات: هو فرض فرضية وبرهنتها لإثباتها بانها صح او خطا.

الفصل الثاني

طبيعة البيانات والرموز الإحصائية

الظاهرة: تتكون من مشاهدات او مفردات ويرمز لها (yi).

المتغير variable: هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها و يرمز له y او x

$Y=y_1+y_2....$

ويقسم الى قسمين:

- متغيرات وصفية او نوعية (Qualitative): وهي المتغيرات او الصفات التي لا يمكن قياسها بأرقام عددية مثل صفة لون العيون والحالة الاجتماعية والجنس.
- المتغيرات الكمية (Quantitative): هي تلك الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بأرقام عددية مثل الطول والوزن والعمر وتقسم الى:
  - متغيرات مستمرة او متصلة (Continuous): هي المشاهدات التي تأخذ المشاهدة او المفردة فيها أي قيمة رقمية في مدى معين، مثل اطوال الطلبة تتراوح بين (130 - 170) أي ان $130 \leq y \leq 170$.
  - متغيرات غير مستمرة او منفصلة (discrete): هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة او المفردة فيه قيم متباعدة او متقطعة غير منتظمة مثلا عدد الافراد في بعض العوائل هو 2,3,4,5 فنقول y=2,3,4,5.

المجتمع (population): هو عبارة عن جميع القيم والمفردات التي يمكن ان يأخذها المتغير مثل اطوال طلبة كلية الزراعة.

هناك نوعان من المجتمع:

- مجتمع محدد (finite): أي يمكن حصر عدد مفرداته مثل اطوال طلبة جامعة البصرة
- مجتمع غير محدد(infinite): أي مجتمع يصعب حصر مفرداته مثل عدد اسماك شط العرب.

العينة (sample): هي عينة من المجتمع تفي بالغرض الذي اخذت لأجله.

الرموز الإحصائية (statistical notation) : تشمل الرموز والمعادلات اللاتينية كما هي بدون تعريب وذلك لكونها رموز عالمية.

المفردة او المشاهدة= yi , الصفة او الظاهرة= yi , المجموع: $\sum_{i=1}^{n} yi$

○ ($\sum$) هو حرف لاتيني يسمى (sigma) أي مجموع او (summation of)
و الرقمان(i,n) هما حدا المجموع من المشاهدة الأولى حتى الأخيرة أي:
$\sum_{i=1}^{n} yi = y1 + y2 + y3 \ldots + yn$

$$\sum y1 + y2 + y3 + y4$$

$$\sum 20 + 25 + 30 + 35$$

$$\sum = 110\ kg$$

Ex:

$$\sum_{i=30}^{n=50}$$

$y_{30}+y_{31}\ldots..+y_{50}$

1) $\sum yi^2$: هو مجموع مربعات القيم او المشاهدات.

2) $(\sum yi)^2$: هو مربع مجموع القيم او المشاهدات.

مثال: لو كان هنالك خمس طلاب اطوالهم كالاتي (yi = (65,60,70,55,50

جد 1) $\sum yi$ $\qquad \sum yi = 300$

2) $\sum yi^2$

3) $(\sum yi)^2$

$\sum_{i}^{n} yi = y1 + y2 + y3 + y4 + y5$

$=65+60+70+55+50$

$=300$

$\sum yi^2 = y_1^2+y_2^2+y_3^2+y_4^2+y_5^2$

$=(65)^2+(60)^2+(70)^2+(55)^2+(50)^2$

$=4225+3600+4900+3025+2500=18250$

$(\sum yi)^2$ =(y_1+y_2+y_3+y_3+y_4+y_5)

=$(300)^2$

=90000

مجموع حاصل ضرب قيم متغيرين : $\sum xi\ \ yi$

خاصل ضرب مجموعتين لقيم متغيرين $(\sum xi)(\sum yi)$:

مثال : اذا كان Xi =1,2,3,4 yi =8,10,3,2

جد ناتج :

- $\sum xi\ \ yi$
- $(\sum xi)(\sum yi)$

$\sum xi\ \ yi$=y1x1+y2x2+y3x3+y4x4

=8x1+10x2+3x3+2x4

=45

$\sum xi$ =1+2+3+4=10

$\sum yi$=8+10+3+2=23

$(\sum xi)(\sum yi)$=10x23=230

مثال : افرض قيم y هي yi=5,8,3

و قيم x هي Xi=7,2,4

اوجد:

$$\sum \frac{yi^2-4}{2xi}$$

$$=\frac{(5)^2-4}{2*7}+\frac{(3)^2-4}{2*4}+\frac{(8)^2-4}{2*2}$$

$$\frac{21}{14}+\frac{60}{4}+\frac{5}{8}=1.5+15+0.62=17.12$$

مثال: اذا علمت بان قيم المتغيرين هي:

xi=1,4,2,1

yi=2,8,5,2

جد :

1) $\sum(yi-xi)^2$ 2) $\sum(yi-3)(xi-5)$ 3) $\sum yixi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

1) $\sum(yi-xi)^2$ $=(y_1-x_1)^2+(y_2-x_2)^2+(y_3-x_3)^2+(y_4+x_4)^2$

$=(2-1)^2+(8-4)^2+(5-2)^2+(2-1)^2$

=27

2) $\sum(yi-3)(xi-5)$ $=(x_1-3)(y_1-5)+(x_2-3)(y_2-5)+(x_3-3)(y_3-5)+(x_4-3)(y_4-5)$

=(1-3)(2-5)+(4-3)(8-5)+(2-3)(5-5)+(1-3)(2-5)

=6+3+0+6=15

4) $\sum yixi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

$= 1*2+4*8+2*5+1*2-\frac{(1+4+2+1)*(2+8+5+2)}{4}$

$=46-\frac{(8)*(17)}{4}$

= 46-34=12

اذا علمت ان قيم كل من المتغيرين X و Y هما :

Xi= 2,6,3,1 y= 3,9,6,2

اوجد قيمة كل من :

1- $\sum(yi-xi)^2$
2- $\sum(yi-3)$
3- $\sum xiyi-\frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

$\sum(yi-xi)^2=(y_1-x_1)^2+(y_2-x_2)^2+(y_3-x_3)^2+(y_4-x_4)^2$

= (3-2) ^{2}+(9-6) ^{2}+(6-3) ^{2}+(2-1)v

= 1+9+9+1

$= 20$

$\sum(y_i-3) = (y_1-3) + (y_2-3) + (y_3-3) + (y_4-3)$

$= (3-3)+(9-3)+(6-3)+(2-3)$

$= 0 + 6 + 3 + (-1) = 8$

$\sum \ xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n} = (2*3 + 6*9 + 3*6 + 1*2)\ \frac{(2+6+3+1)(3+9+6+2)}{4}$

$= (6+54+18+2)\ \frac{(12)(20)}{4}$

$= 80*60 = 20$

فيما يلي بعض القواعد المفيدة في عملية الجمع:

قاعدة (1) – اذا كان (c) أي عدد ثابت فان :- $\sum_{i=1}^{n} c = nc$

البرهان :

$\sum_{i=1}^{n} c = C_1+C_2+C_3+\ldots\ldots+C_n$

قاعدة (2) - اذا كان (c) أي عدد ثابت فان :- $\sum cy_i = c\sum y_i$

البرهان:

$\sum cy_i = cy_1+cy_2+cy_3+\ldots.+cy_n$

$= C(y_1+y_2+y_3+\ldots..+y_n)$

$= c\sum y_i$

قاعدة (3) جمع قيم متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم :-

$\sum(x_i+y_i) = \sum(x_i)+\sum(y_i)$

البرهان :

$\sum(x_i+y_i) = (x_1+y_1)+ (x_2+y_2)+\ldots\ldots+ (x_n+y_n)$

$(x_1+x_2+\ldots..+x_n)+(y_1+y_2+\ldots\ldots+y_n)$

$\sum x_i+\sum y_i$

أستاذ المادة

الدكتور وائل علي الوائلي

تمارين الفصل الثاني

س1/ الحل

1- منقطع 2- مستمر 3- مستمر 4- منقطع 5- متقطع 6 - متقطع 7- منقطع

س2/

أ) $\sum_{i=2}^{5} xi = x_2+x_3+x_4+x_5$

ب) $\sum_{i=1}^{n} c = C_1+C_2+C_3+......+C_n$

ت) $\sum_{i=1}^{4}(yi-3)^2=(y_1-3)^2+(y_2-3)^2+(y_3-3)^2+(y_4-3)^2$

ث) $\sum_{i=1}^{3}(xi-2yi+10)=(x_1-2y_1+10)+(x_2-2y_2+10)+(x_3-2y_3+10)$

س3/ اكتب كلا من الحدود التالية مستعملا رمز الجمع:

أ) $x_1^2+x_2^2++.......+x_{10}^2+ = \sum_{i=1}^{10}(xi)^2$

ب) $cx_1^3+cx_2^3+cx_3^3........+cx_{20}^3= \sum_{i=1}^{20}(xi)^3$

ت) $(X_1+Y_1) + (X_2+Y_2) +.......+ (X8+Y_8) =\sum_{i=1}^{8}(xi+yi)$

س4/ برهن ان:

$\sum(ax_i+by_i+cz_i)= a\sum x_i + b\sum y_i + c\sum z_i$

علما بان a,b,c هي اعداد ثابته:

$= a(x_1+x_2+x_3+.....+x_n)+b(y_1+y_2+y_3+......+y_n)+c(z_1+z_2+z_3+....+z_n)$

$= a\sum x_i+b\sum y_i+c\sum z_i$

$= \sum(ax_i+by_i+cz_i) = a\sum x_i + b\sum y_i + c\sum z_i$ اذن

س5/ من القيم التالية:

$X_1=7,\ x_2=-2,\ x_3=4 \quad , \quad y_1=5,\ y_2=8,\ y_3=2$

أ) $\sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)2}{n} = y_1^2+y_2^2+y_3^2 - \frac{(y1+y2+y3)^2}{3}$

$= (5)^2+ (8)^2+ (2)^2- \frac{(5+8+2)^2}{3}$

$=25+64+4- \frac{(15)^2}{3}$

$=93-75=18$

ب) $\sum xiyi - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

$=x_1y_1+ x_2y_2+ x_3y_3-\frac{(x1+x2+x3)(y1+y2+y3)}{n}$

$=7x5+ (-2) \times 8+4x2- \frac{(7+(-2)+4)(5+8+2)}{3}$

$=35- 16+8- \frac{9x15}{3}$

$=27- \frac{135}{3} =27-45=-18$

ت) $\sum (x_i-y_i)(x_i-y_i)$

$=\sum (x_i^2- x_iy_i- x_iy_i+y_i^2)$

$=\sum (x_i^2- 2x_iy_i +y_i^2)$

$=\sum[(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)]-2(x_1+x_2+x_3)(y_1+y_2+y_3)-[(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)]$

$=\sum[(7)^2+(-2)^2+(4)^2]-2(7+(-2)+4)(5+8+2)-[(5)^2+(8)^2+(2)^2]$

$= (49+4+16)-2(9*15)-(25+64+4)$

$= (69-270-93)$

$= -294$

ث) $\sum(xi-8) = (x_1-8) + (x_2-8) + (x_3-8)$

$= (7-8) + (-2-8) + (4-8)$

$= -1 + (-10) + (-4)$

$= -15$

ج) $\sum \frac{yi^2-10}{2xi} = \frac{y_1^2-10}{2x1} + \frac{y_2^2-10}{2x2} + \frac{y_3^2-10}{2x3}$

$= \frac{(5^2)-10}{2*7} + \frac{(8^2)-10}{2*(-2)} + \frac{(2^2)-10}{2*4}$

$= \frac{25-10}{14} + \frac{64-10}{-4} + \frac{4-10}{8}$

$= \frac{15}{14} + \frac{54}{-4} + \frac{-6}{8}$

$=1.07 + (-13.5) + (-0.75) = -13.07$

ح) $\frac{\sum(yi^2-10)}{\sum 2xi} = \frac{(5^2)+(8^2)+(2^2)-3*10}{2*7+2*(-2)+2*4} = \frac{25+64+4-30}{14-4+8} = \frac{63}{18} = 3.5$

س6/ برهن ان $\sum y_i^2$ لا تساوي $(\sum y_i)^2$ وان $\sum x_iy_i$ لا تساوي $(\sum x_i)(\sum y_i)$

الحل :

$(\sum y_i)^2 \neq \sum y_i^2$

$(y_1+y_2+y_3+.....+y_n)^2 \neq yi_1^2 + yi_2^2 + yi_3^2 +......+yi_n^2$

$(\sum x_i)(\sum y_i) \neq \sum x_iy_i$

$(x_1+x_2+x_3+.....+x_n)(y_1+y_2+y_3+......y_n) \neq x_1xy_1+x_2y_2+x_3y_3+......+x_ny_n$

س7/ اذا علمت ان

$\bar{x}=\frac{\sum xi}{n} \quad \bar{y} = \frac{\sum yi}{n}$

برهن ان:

أ) $\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum xi)2}{n}$

$=\sum[xi^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2] = \sum x_i^2-2\sum xi\frac{\sum xi}{n} +n(\frac{\sum xi}{n})^2 = \sum x_i^2 -2\frac{(\sum xi)2}{n} + \cancel{n}\frac{(\sum xi)2}{\cancel{n2}}$

$= \sum x_i^2 - \frac{(\sum xi)2}{n}$ وهو المطلوب

ب) $\sum(y_i - \bar{y})y_i = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)2}{n}$

$\sum(y_i^2 -y_i\bar{y}) = \sum y_i^2 - \sum yi\,(\frac{\sum yi}{n}) = \sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)2}{n}$ اذن الطرف الأول يساوي الثالث

$\sum(yi - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)2}{n}$ اثبات الطرف الثاني يساوي الثالث

$\sum(y_i^2-2\, y_i\bar{y} +\bar{y}^2) = \sum y_i^2-2\sum y_i\bar{y} +\sum(\bar{y})^2$

$= \sum y_i^2-2\sum yi\,(\frac{\sum yi}{n}) +n(\frac{\sum yi)}{n})^2$ (بالاختصار)

$= \sum y_i^2 -2\,\frac{(\sum yi)2}{n} + \frac{(\sum yi)2}{n}$

$= \sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)2}{n}$ وهو الطرف الثالث

ج) $\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})= \sum(x_i - \bar{x})y_i = \sum x_iy_i - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$ الملون الطرف الاول

$\sum[x_iy_i - x_i\bar{y} - y_i\bar{x} +\bar{x}\bar{y}] = \sum x_iy_i - \sum x_i\bar{y} - \sum y_i\bar{x} + \sum \bar{x}\bar{y}$

$=\sum x_iy_i - \sum x_i\frac{\sum yi}{n} - \sum y_i\frac{\sum xi}{n} + \cancel{n}\,(\frac{\sum xi}{\cancel{n}})(\frac{\sum yi}{n})$

$=\sum x_iy_i - \frac{\sum xi\sum yi}{n} - \cancel{\frac{\sum xi\sum yi}{n}} + \cancel{\frac{\sum xi\sum yi}{n}}$

$=\sum x_iy_i - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$ وهو الطرف الثالث

$\sum (x_i - \bar{x})y_i = \sum(x_iy- y_i\bar{x}) = \sum x_iy- \sum y_i\frac{\sum xi}{n}$ الملون الطرف الثاني

وهو الطرف الثالث $= \sum x_i y_i - \frac{(\sum xi)(\sum yi)}{n}$

س8/ اذا علمت ان $\sum xi = -4 \ , \ \sum x_i^2 = 10$

احسب كل من :

أ) $\sum(2x_i + 3) = (2\sum x_i + n(3)$

$= 2*(-4) + 3n = -8 + 3n$

ب) $\sum x_i(x_i - 1) = \sum x_i^2 - \sum x_i = 10-(-4) = 14$

ج) $\sum (x_i - 5)^2 = \sum (x_i^2 - 2*5*x_i + 25)$

$= \sum x_i^2 - 10\sum x_i + n25$

$= 10-10(-4)+n25$

$=10+40+n25$

$= 50+n25$

أستاذ المادة

الدكتور وائل علي الوائلي

الفصل الثالث

العرض الجدولي والتمثيل البياني

هنالك نوعين من الجداول:

أولا: الجدول البسيط: وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتالف عادتا من عمودين الأول يمثل تقسيمات الصفة والثاني يبين امتدادها, مثلا توزيع اطوال الطلبة في جدول بسيط.

ثانيا: الجدول المركب: وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين او أكثر ويتألف من الصفوف وتمثل مجاميع او فئات احدى الصفتين والاعمدة تمثل مجاميع او صفات فئات الصفة الأخرى مثل اعداد الطلبة حسب صفتي الطول والوزن.

جدول التوزيع التكراري Frequency Distribution or Frequency Table

هو جدول بسيط يتكون من عمودين:

الأول: تقسم فيه قيم المتغير الى اقسام او مجموعات تدعى الفئات (classes)

الثاني: يبين مفردات كل فئة ويسمى التكرارات Frequency

الفئات Class: وهي المجاميع التي قسمت لها قيم المتغير وكل فئة تأخذ مدى معين من قيم المتغير.

حدود الفئة Class limits : لكل فئة حدان هما الحد الأدنى والحد الأعلى .

الحدود الحقيقية للفئات True class limits : هما الحد الأدنى الحقيقي والحد الأعلى الحقيقي.

طول الفئة Class length or class width : وهو مقدار المدى بين حدي الفئة .

مركز الفئة class mid point : وهو منتصف المدى بين حدي الفئة ويرمز له (y_i).

تكرار الفئة class frequency : وهو عدد القيم او المفردات التي تقع في مدى هذه تلك الفئات ويرمز له (f_i) .

الخطوات العامة لأنشاء جدول التوزيع التكراري:

1. استخراج الحد الأدنى والاعلى
2. استخراج المدى المتغير (المدى = الحد الأعلى – الحد الأدنى)
3. تحديد عدد الفئات ويتم بالاتي:-

أولا: طريقة سترجي sturges عدد الفئات = 1+(3,3*لوغارتم عدد الفئات)

ثانيا: طريقة Yule عدد الفئات = $2,5 * \sqrt[4]{\text{عدد المفردات}}$

وعلى العموم لكلا الطريقتين مميزات وعيوب ولن نستعمل أي منهما هنا بل اننا سنختار عدد الفئات على ان لا تقل عن خمسة ولا تزيد عن خمسة عشر فئة.

الفئة
40-31
50-41
60-51
70-61
80-71
90-81

4. أ- طول الفئة = $\frac{\text{المدى المتغير}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{64}{7} = 9.7 \cong 10$.

ب- طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى +1

$= 40-31+1 = 10$

ج- طول الفئة = الفرق بين حدين متتاليين,الحد الأعلى الحقيقي– الحد الادنى الحقيقي

او الفرق بين الحدين الأعلى او الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين

د- طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

35.5
45.5
55.5
65.5
75.5
85.5
95.5

مركز الفئة : لاستخراج مركز الفئة $\frac{\text{الحد الاعلى} - \text{الحد الادنى}}{2} = \frac{31+40}{2} = 35.5$

5. كتابة حدود الفئات

الحدود الحقيقية للفئات :

الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى – 0.5 = 31-0.5 = 30.5

الحد الأعلى الحقيقي = الحد الأعلى +0.5 = 40+0.5 = 40.5

الحد الأدنى الحقيقي = مركز الفئة – نصف طول الفئة

الحد الأدنى الحقيقي = 35.5- ($\frac{1}{2}$ * طول الفئة)

$=35.5-(\frac{1}{2})*(10) =35.5-5=30.5$

الحد الأعلى الحقيقي = مركز الفئة + نصف طول الفئة

$=35.5+\frac{1}{2}*(10) =35.5+5=40.5$

40.5-30.5
50.5-40.5
60.5-50.5
60.5-50.5
70.5-60.5
80.5-70.5
90.5-80.5
100.5-90.5

استخراج عدد التكرارات لكل فئة

- التكرار النسبي للفئة الأولى= $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارت الكلي}}$ $\frac{1}{80}$ = 0.0125

التكرار النسبي للفئة الرابعة = $\frac{15}{80}$ = 0.1875

- التكرار المئوي =$\frac{100*\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارت الكلي}}$= $\frac{100*1}{80}$ = 1.25

18.75 =$\frac{100*15}{80}$

التكرار المئوي	التكرار النسبي
1.25	0.0125
18.75	0.1875

التكرار التجمعي التصاعدي والتنازلي:

التكرار التجمعي التنازلي			التكرار التجمعي التصاعدي			التكرار	الفئة
80	31	اكثر من	0	31	اقل من	1	40-31
79	41	اكثر من	1	41	اقل من	2	50-41
77	51	اكثر من	3	51	اقل من	5	60-51
72	61	اكثر من	8	61	اقل من	13	70-61
59	71	اكثر من	21	71	اقل من	22	80-71
37	81	اكثر من	43	81	اقل من	21	90-81
16	91	اكثر من	64	91	اقل من	16	100-91
0	101	اكثر من	80	101	اقل من	80	المجموع

مثال : اكمل الجدول التالي:-

التكرار المئوي	التكرار النسبي	التكرار	الحدود الحقيقية	مركز الفئة	الفئات
		2	-1.5	4	
		5		9	
		10		14	
		25		19	
		8		24	
		50			المجموع

الحل :

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين = 9-4=(5)

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى= مركز الفئة الأولى – ½ طول الفئة

= 4-1/2(5) = 1.5

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة + ½ طول الفئة

4+½(5) = 6.5

ثم يضاف بعد ذلك طول الفئة على الحد الأدنى الحقيقي للفئة فينتج الحد الأدنى الحقيقي للفئة التي تليها و هكذا . اما حد الفئة الأولى فهو يساوي الحد الأدنى الحقيقي مضاف له 0.5 لذا فان الفئة الأولى تكون (2-6) ويضاف بعد ذلك طول الفئة الى الحدين الأدنى والاعلى للحصول على حدود الفئات .

التكرار النسبي لأي فئة = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{2}{50} = 0.04$

التكرار المئوي لأي فئة = التكرار النسبي * 100 = 0.04×100 = 4

الفئات	مركز الفئة	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
2-6	4	1.5- 6.5	2	0.04	4
7-11	9	6.5-11.5	5	0.10	10
12-16	14	11.5-16.5	10	0.20	20
17-21	19	16.5-21.5	25	0.50	50
22-26	24	21.5-26.5	8	0.16	16
المجموع			50	1.00	100

مثال الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لأوزان 65 طالب بالكيلوغرام والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري تجمعي تصاعدي وتنازلي ومنها استنتج ما يلي

أ- ما هو عدد الطلبة الذين تقل اوزانهم عن 70 كغم؟

ب-ما هي نسبة الطلبة الذين اوزانهم تقل عن 70 كغم؟

ت-ما هو عدد الطلبة الذين لا يقل وزنهم عم 60 كغم؟

ث-ما هو عدد الطلبة الذين اوزانهم لا تقل عن 60 كغم ولكنها اقل من 80 كغم؟

الحل:

الفئات	التكرار	حدود الفئات	التكرار التصاعدي	حدود الفئات	التكرار التنازلي
54-50	8	اقل من 50	0	اكثر من 50	65
59-55	10	اقل من55	8	اكثر من55	57
64-60	16	اقل من60	18	اكثر من60	47
69-65	14	اقل من65	34	اكثر من65	31
74-70	10	اقل من70	48	اكثر من70	17
79-75	5	اقل من75	58	اكثر من75	7
84-80	2	اقل من80	63	اكثر من80	2
		اقل من85	65	اكثر من85	0
المجموع	65				

أ- من جدول التوزيع التكراري التجمعي التصاعدي عدد الطلبة الذين اوزانهم اقل من 70 كغم = 48

ب-نسبة الطلبة الذين وزنهم اقل من 70 كغم = $\frac{48}{65}$ ×100 = 73.8

ت-من جدول التوزيع التكراري التجمعي التنازلي عدد الطلبة الذين اوزانهم لا تقل عن 60 كغم هي = 47

ث-من جدول التوزيع التكراري التجمعي التنازلي عدد الطلبة الذين اوزانهم لا نتقل عن 60 ولكنها اقل من 80 كغم هي = 47-2=45

التمثيل البياني لجدول التوزيع البياني

أ- المدرج التكراري Histogram وهو عبارة عن مستطيلات راسية قواعدها على المحور الافقي لتمثل اطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرار الفئات.

ولرسم مدرج تكراري نتبع الخطوات التالية:

1- رسم المحورين الافقي والعمودي

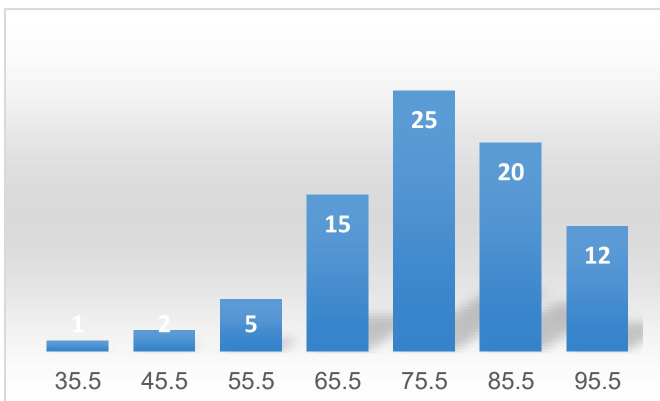
2- تدريج المحور الافقي ليشمل الحدود الحقيقية للفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الأولى ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث تشمل على اكبر التكرارات.

3- يرسم على كل فئة مستطيل رئسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئة.

مثال

ارسم المدرج التكراري للجدول التالي:

الفئة	التكرار	الحدود الحقيقية	مراكز الفئات
40-31	1	40.5-30.5	35.5
50-41	2	50.5-40.5	45.5
60-51	5	60.5-50.5	55.5
70-61	15	70.5-60.5	65.5
80-71	25	80.5-70.5	75.5
90-81	20	90.5-80.5	85.5
100-91	12	100.5-90.5	95.5
المجموع	80		



ب-المضلع التكراري Frequency polygon

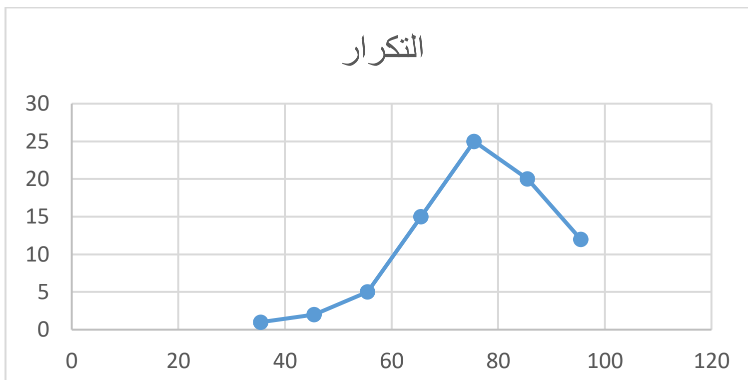
هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة. وعادتا يقفل المضلع بان نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية)واقعة الى يسار اول فئة تكرارها صفر ونصل نهاية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها أيضا صفر.

ولرسمه نتبع الاتي

1- رسم المحور الافقي وهو يمثل مراكز الفئات

2- رسم المحور العمودي وهو يمثل التكرارات
3- وضع نقطة امام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة
4- توصيل النقاط بخطوط مستقيمة

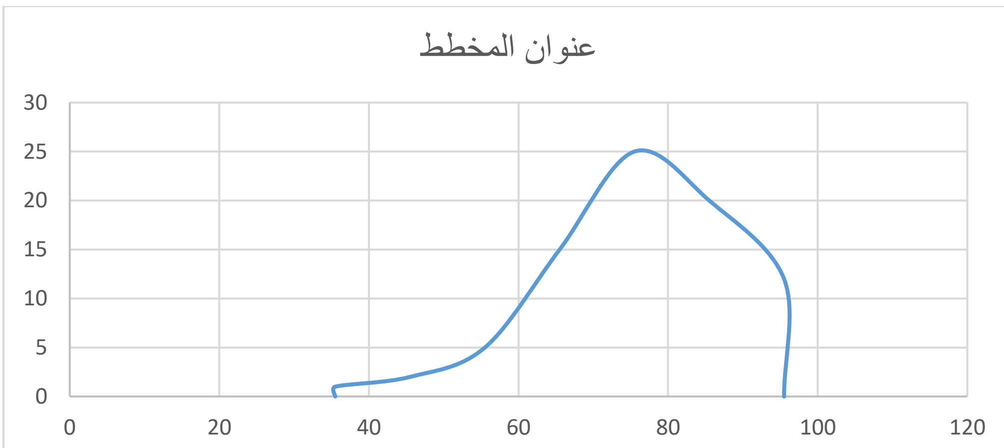
الفئة	التكرار	مراكز الفئات
40-31	1	35.5
50-41	2	45.5
60-51	5	55.5
70-61	15	65.5
80-71	25	75.5
90-81	20	85.5
100-91	12	95.5
المجموع	80	



ج- المنحنى التكراري

وهو عبارة عن منحنى يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئات.
وعادت يقفل المنحنى التكراري بان نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة.

مراكز الفئات	التكرار	الفئة
35.5	1	40-31
45.5	2	50-41
55.5	5	60-51
65.5	15	70-61
75.5	25	80-71
85.5	20	90-81
95.5	12	100-91
	80	المجموع



أستاذ المادة

الدكتور وائل علي الوائلي

تمارين الفصل الثالث

1- جد الحدود الحقيقية ومركز الفئة وطول الفئة لكل الفئات التالية:

أ- 13-7 ب- (-5)-(-1) ج-18.7-10.4 د-0.418-0.346 ه- -2.75—1.35 و-86.72-78.49 .

الحل

الحد الحقيقي الأعلى = الحد الأعلى +0.5 = 13+0.5=13.5

الحد الأدنى الحقيقي= الحد الأدنى -0.5 = 7- 0.5= 6.5

مركز الفئة = الحدا الأعلى + الحد الأدنى ÷2 = 7+13÷2=20÷2=10

طول الفئة = الأعلى – الأدنى = 13-7=6

الفئة	الحدود الحقيقية	مركز الفئة	طول الفئة
13-7	13.5-6.5	10	6
(-5)-(-1)	-5.5—0.5	-3	4
18.7-10.4	19.2-9.9	14.55	8.3
0.418-0.346	-0.154-0.918	0.382	0.072
-2.75—1.35	-3.25-1.85	-1.4	4.1
86.72-78.49	86.22-78.99	82.605	8.23

2- اوجد طول الفئة لكل من التوزيعات التالية على فرض ان عدد الفئات في كل منها 10

أ- اقل قيمة = 7.5 واكبر قيمة = 18.6

ب-اقل قيمة = 53 اكبر قيمة = 149

ت-اقل قيمة = -15 واكبر قيمة = صفر

الحل

المدى = اعلى قيمة – اقل قيمة = 18.6-7.5 = 11.1

طول الفئة يساوي المدى ÷ عدد الفئات = 11.1 ÷ 10= 1.11

149-53= 96 ÷ 10 = 9.6

صفر –(-15) = 15 ÷ 10 = 1.5

3- اذا علمت ان مراكز الفئات لأعمار عدد ممن الطلبة هي (18,21,24,27,30)

فما هي أ- طول الفئة ب- الحدود الحقيقية للفئات ج- حدود الفئات لهذا التوزيع

الحل

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

= 18-21 =3   21-24 = 3   24-27 = 3   27-30 = 3

الحد الأدنى الحقيقي للفئة = مركز الفئة – نصف طول الفئة (3÷2)=1.5

= 18-1.5 = 17.5

الحد الأدنى للفئة = الحد الأدنى الحقيقي + نصف

= 17.5+0.5 = 17

الحد الأعلى الحقيقي للفئة = مركز الفئة + نصف طول الفئة

= 18+1.5 =19.5

الحد الأعلى للفئة = الحد الأعلى الحقيقي – 0.5

= 19.5-0.5 = 19

ويكمل باقي الحل بنفس الطريقة

الفئة	مركز الفئة	الحدود الحقيقية
19-17	18	19.5-16.5
22-20	21	22.5-19.5
25-23	24	25.5-22.5
28-26	27	28.5-25.5
31-29	30	31.5-28.5

4- فيما يلي درجات 60 طالب في امتحان الإحصاء جد :

أ – انشاء جدول التوزيع التكراري باستعمال عشر فئات

ب-ارسم المدرج التكراري

ت-ارسم المضلع التكراري

ث-انشاء جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي والتنازلي

ج- ارسم المضلع التكراري التجمعي التصاعدي والتنازلي في رسم واحد

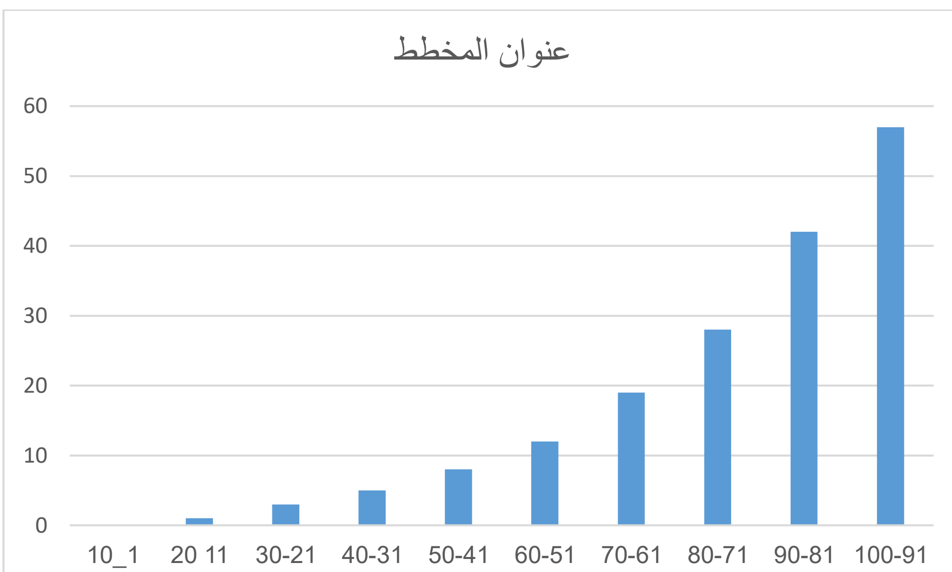
الحل

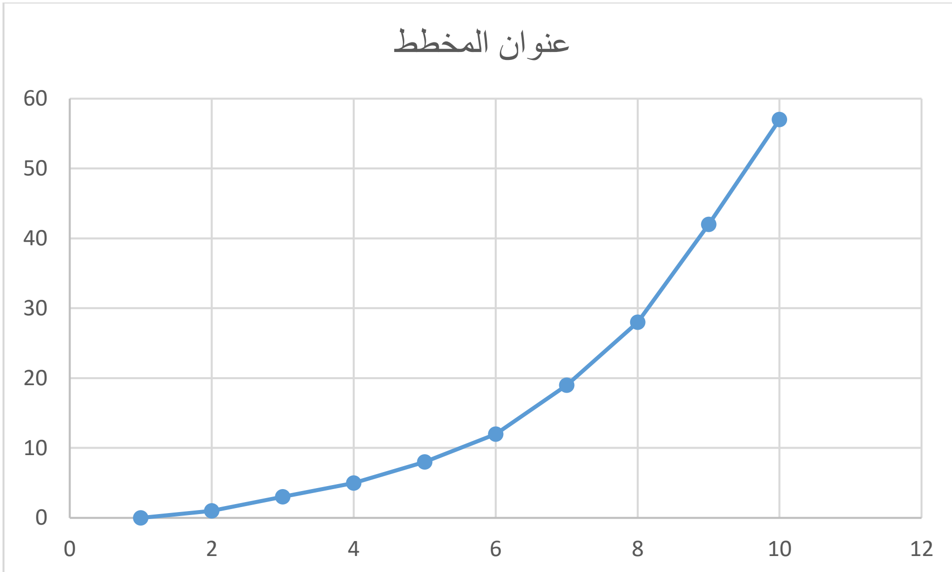
عمل الجدول المكون من عشر فئات

ومن ملاحظة الدرجات نلاحظ ان الدرجات محصورة ما بين 10 – 98

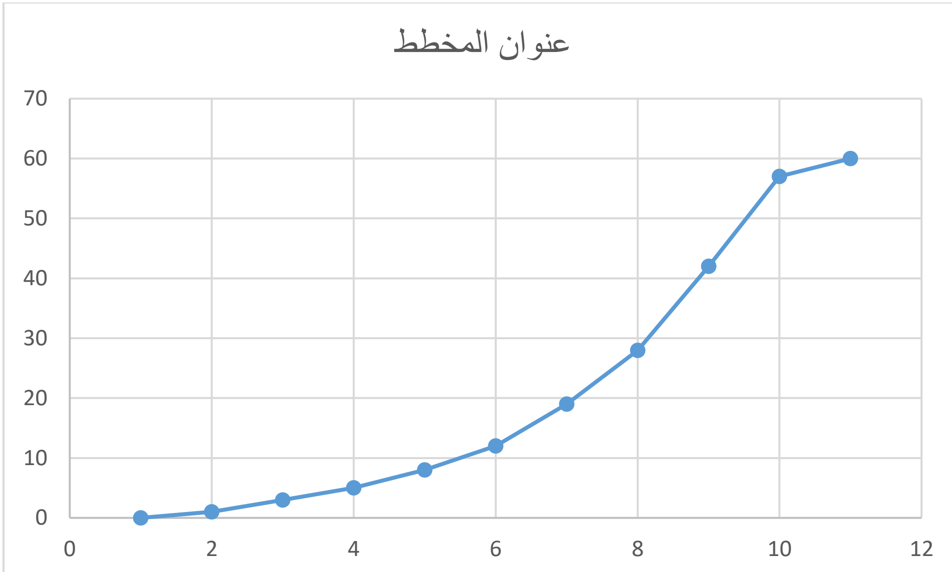
تكون الفئات كما يلي:

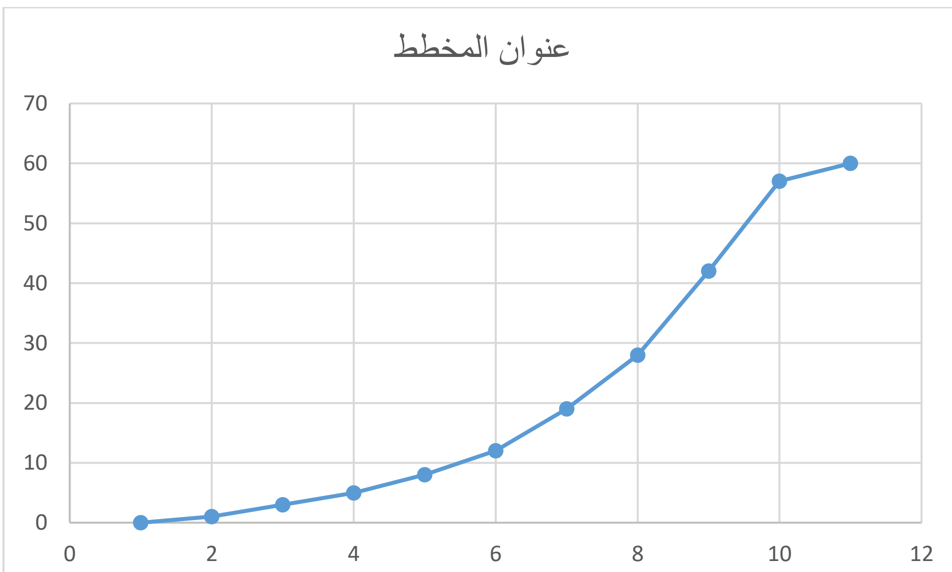
الفئة	التكرار
10-1	1
20-11	2
30-21	2
40-31	3
50-41	4
60-51	7
70-61	9
80-71	14
90-81	15
100-91	3





الفئة	التكرار		التجمعي التصاعدي		التجمعي التنازلي
10-1	1	اقل من 1	0	اكثر من 1	60
20-11	2	اقل من 11	1	اكثر من 11	59
30-21	2	اقل من 21	3	اكثر من 21	57
40-31	3	اقل من 31	5	اكثر من 31	55
50-41	4	اقل من 41	8	اكثر من 41	52
60-51	7	اقل من 51	12	اكثر من 51	48
70-61	9	اقل من 61	19	اكثر من 61	41
80-71	14	اقل من 71	28	اكثر من 71	32
90-81	15	اقل من 81	42	اكثر من 81	18
100-91	3	اقل من 91	57	اكثر من 91	3
		اقل من 101	60	اكثر من 101	0


عنوان المخطط
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12


عنوان المخطط
70
60
50
40
30
20
10
0
0
2
4
6
8
10
12

اكمل الجداول التالية علما ان اطوال الفئات متساوية وانها ارقام صحيحة:

أ-

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية
7 -1	4	7.5-0.5
14-8	11	14.5-7.5
21-15	18	21.5-14.5
28-22	25	28.5-21.5
35-29	32	35.5-28.5

الحل :

مركز الفئة = (الحد الأعلى + الحد الأدنى) ÷2

4 =(x +1) ÷ 2

4 × 2 = 1+x   x = 8-1 =7

الحد الحقيقي الأعلى = الحد الاعلى + 0.5

= 7+0.5 +7.5

الحد الحقيقي الأدنى = الحد الادنى – 0.5

= 1-0.5 = 0.5

طول الفئة = الحد الاعلى – الحد الأدنى +1

7-1+1 = 7

ب-

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية
6-3	4.5	6.5 -2.5
10-7	8.5	8.5 -6.5
14-11	12.5	12.5 -10.5
18 -15	16.5	16.5 -14.5
22 -19	20.5	22.5 -18.5
26-23	24.5	26.5 -22.5

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى + 1

= 22 – 3 + 1 =20 وهو طول خمس فئات

20 ÷ 5 = 4 وهو طول الفئة الواحدة

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى + 1

1+ 3 – X = 4

4+3-1 = X = 6 وهو الحد الأعلى للفئة الأولى

مركز الفئة = الأعلى +الأدنى ÷ 2

= 6+3 ÷ 2 = 9÷2 = 4.5

الحد الحقيقي الأعلى = الحد الاعلى + 0.5

= 6+0.5 +6.5

الحد الحقيقي الأدنى = الحد الادنى – 0.5

3-0.5 + 2.5

ج -

الفئة	مركز الفئة	الحدود الحقيقية
10.5-5.5	8	11-5
16.5-11.5	14	17-11
22.5-17.5	20	23-17
28.5-23.5	24	29-23
34.5-29.5	32	35-29

الحل

32 – 8 = 24 يمثل طول خمس فئات متساوية

طول الفئة = 24 ÷ 4= 6

الحد الأدنى الحقيقي للفئة = مركز الفئة – نصف طول الفئة

= 8 – 3 = 5

الحد الاعلى الحقيقي للفئة = مركز الفئة + نصف طول الفئة

= 8 + 3 = 11

الحد الأعلى للفئة = الحد الأعلى الحقيقي – 0.5

= 11 – 0.5 = 10.5

الحد الأدنى للفئة = الحد الأدنى الحقيقي + 0.5

= 5 + 0.5 = 5.5

أستاذ المادة

الدكتور وائل علي الوائلي

الفصل الرابع

مقاييس التمركز او التوسط

وهي المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها اغلبية هذه البيانات واهم مقاييس التمركز هي:

الوسط الحسابي , الوسط الهندسي , الوسط التوافقي , الوسط التربيعي , الوسيط , المنوال:-

أولا: الوسط الحسابي: The Arithmetic mean

الوسط الحسابي في الإحصاء هو القيمة الوسطية لمجموعة من الأرقام، وتعتمد طريقة حساب الوسط على العلاقة بين عناصر المجموعة الخاضعة للتحليل، حيث إنّ الوسط الحسابي لمجموعة من الأرقام، يساوي ناتج جمع الأرقام مقسومًا على عددها، ويعتبر الوسط الحسابي نقطة تتوازن بقية الأرقام حولها، ويستخدم الوسط الحسابي في الإحصاء كقيمة نموذجية مفردة لمجموعة من البيانات، ويرمز له بالرمز $\bar{y}$

أ- في حالة البيانات الغير مبوبة يكون القانون كالتالي:

اذا كان لدينا n من القيم او المشاهدات $y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots y_n$ فان الوسط الحسابي لها هو

$$\bar{y}= \sum \frac{yi}{n}$$

مثال: البيانات التالية تمثل اوزان الطلبة لقسم علوم الأغذية خلال ثلاث سنوات وهي: 75, 60, 90, 70, 50 كغم فما هو متوسط اوزانهم خلال هذه الفترة.

$$\bar{y}= \sum \frac{yi}{n} = \sum \frac{50+70+90+60+75}{5} = \frac{345}{5} = 69 \text{ كغم}$$

أي ان معدل اوزان الطلبة 69 كغم خلال ثلاث سنوات

ب- في حالة البيانات المبوبة يكون القانون كالتالي:

اذا كانت $y_1, y_2, y_3, y_4 \ldots\ldots y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكراراتها $f_1, f_2, f_3, f_4 \ldots\ldots f_k$ على التوالي فالوسط الحسابي هو:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{k} fiyi}{\sum_{i=1}^{k} fi}$$

وخطوات إيجاد الوسط الحسابي في البيانات المبوبة هي الاتي:

1- تعيم مراكز الفئات.

2- ضرب مركز أي فئة بمقدار تكرارها ($f_i y_i$).

3- قسمة مجموع (حاصل ضرب مركز كل فئة × تكرارها) على مجموع التكرارات.

ثانيا: الوسيط The median

أ- للبيانات غير المبوبة فالقانون يكون كالاتي:

اذا كان لدينا n من القيم او المشاهدات $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$ ورتبت ترتيب تصاعدي او تنازلي 1- اذا كان n عدد فردي فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$ أي ان الوسيط (ويرمز له $\overline{Me}$) $\overline{Me} = y_{(n+1)/2}$

2- اما اذا كان n عدد زوجي فان الوسيط للقيمتين التين ترتيبهما $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$ وقانون حساب الوسيط يكون $\overline{Me} = \frac{y\left(\frac{n}{2}\right)+y\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$

مثال: اوجد الوسيط لدرجات طالب في الإحصاء في خمس امتحانات اذ كانت درجاتها هي (84,76,82,80 ,87)

الحل: ترتب الدرجات تصاعديا او تنازليا (76,80,82,84,87)

بما ان عدد الأرقام فردي n=5

اذن الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

أي ان الوسيط = 82 $\qquad \overline{Me} = y_3 = 82$

مثال: اوجد الوسيط للقيم التالية: $y_i = 5,4,8,7,3,12,9,2$ وبما ان عدد القيم هو عدد زوجي (n=8)

اذن الوسيط هو للقيمتين اللتين ترتيبهما $\left(\frac{n}{2}\right), \left(\frac{n}{2}+1\right)$

ترتب القيم تصاعدي او تنازلي (2,3,4,5,7,8,9,12)

$= \frac{8}{2} = 4 \quad , \quad \frac{n}{2} + 1 = 4+1=5 \quad \left(\frac{n}{2}\right)$

القيمة التي ترتيبها (4) هي 5 اما القيمة التي ترتيبها (5) هي 7

$= \frac{5+7}{2} = \overline{Me} = \frac{12}{2} = 6\overline{Me} = \frac{y\left(\frac{n}{2}\right)+y\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$

ثالثا: المنوال او القمة The Mode

للبيانات الغير مبوبة يكون الاتي:

اذا كان لدينا ى من المشاهدات $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ فان المنوال لهذه المشاهدات يكون المشاهدة او القيمة الأكثر تكرار بين هذه المشاهدات ويرمز له $\overline{Mo}$

مثال : جد المنوال لكل البيانات التالية:

أ- 6,8,2,5,9,5,6,2,5,3

ب- 51.6 , 48.7 , 50,3 , 49.5 , 48.9

الحل : أ- المفردة 5 هي اكثر المفردات تكرارا لذا فهي المنوال

ب - لا يوجد منوال

الوسيط 2,2,3,5,5,5,6,6,8,9

$\overline{Me} = \frac{n}{2} \quad , \overline{Me} = \frac{n}{2}+1 \quad , \quad \frac{10}{2} = 5 \quad , \quad \frac{10}{2}+1 = 5+1 = 6$

الوسيط هو القيمتين اللتين ترتيبهما 5,6 عند إعادة ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا ويساوي (5,5)

51.6 , 50.3 ,49.5 ,48.9 , 48.7

$\overline{Me} = \overline{Me} = \frac{n+1}{2} = \overline{Me} = \frac{5+1}{2} = 3$

مثال : اوجد المنوال والوسيط للقيم التالية:

$y_i = 5, 4, 8, 3, 7, 8, 12, 9, 12, 8$

ترتب تصاعدي او تنازلي $yi = 3, 4, 5, 7, 8, 8, 8, 9, 12, 12$

المنوال $\overline{Me} = \frac{n}{2}$ $\quad \overline{Me} = \frac{n}{2} + 1 \quad \overline{Me} = \frac{10}{2} = 5 \quad \overline{Me} = \frac{10}{2} + 1 = 6$

الوسيط = 8 المنوال = 8

مثال: استخرج الوسط الحسابي لاطوال النباتات من جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار
40−31	1
50−41	2
60−51	5
70−61	15
80−71	25
90−81	20
100−91	12
	$\sum fi = 80$

الحل: $\bar{y} = \frac{\sum fiyi}{\sum fi}$

أولا استخراج مراكز الفئات = (الحد الأول+الحد الثاني/2)

ثانيا استخراج $\sum fiyi$ حاصل ضرب مركز الفئة في تكرارها

الفئات	التكرار	مركز الفئة	$\sum fiyi$
40−31	**1**	**35.5**	**35.5**
50−41	**2**	**45.5**	**91**
60−51	**5**	**55.5**	**277.5**
70−61	**15**	**65.5**	**982.5**
80−71	**25**	**75.5**	**1887.5**
90−81	**20**	**85.5**	**1710**
100−91	**12**	**95.5**	**1146**
	$\sum fi = 80$		**$\sum fiyi = 6130$**

$\bar{y} = \frac{6130}{80} = 76.62$

خواص الوسط الحسابي

أ- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر

للبيانات غير المبوبة $\sum(yi-\bar{y}) = 0$

للبيانات المبوبة $\sum fi(yi-\bar{y}) = 0$

- $\sum(yi-\bar{y}) = \sum yi - \sum\bar{y}$

بالاختصار $= \sum yi - n\bar{y} = \sum yi - n\frac{\sum yi}{n}$

$= \sum yi - \sum yi = 0$

- $\sum fi(yi-\bar{y}) = \sum fiyi - \bar{y}\sum fi$

بالاختصار $= \sum fiyi - (\frac{\sum fiyi}{\sum fi})\sum fi$

$= \sum fiyi - \sum fiyi = 0$

ب–مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي هي اقل ما يمكن أي اقل من مجموع مربعات الانحراف عن أي قيمة غير الوسط الحسابي نفسه أي: $\sum(yi-\bar{y})^2$ اقل ما يمكن

مثال : من القيم التالية : $yi = 9,8,6,5,7,$ جد الوسط الحسابي و $\sum(yi-\bar{y})^2$

$$\bar{y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{9+8+6+5+7}{5} = 7$$

$$\sum(yi-\bar{y})^2 = (9-7)^2+(8-7)^2+(6-7)^2+(5-7)^2+(7-7)^2$$

$$= 4+1+1+4+0 = 10$$

فلو طرحنا من القيم أي رقم غير الوسط الحسابي وليكن $A=10$

$$\sum(yi-A)^2 = (9-10)^2+(8-10)^2+(6-10)^2+(5-10)^2+(7-10)^2$$

$= 1+4+16+25+9 = 55$ وطبيعي(55) اكبر من (10)

ج– عند إضافة عدد ثابت مثل (k) الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية مضاف له العدد الثابت(k).

$$Xi = yi + k$$

$$\bar{x} = \bar{y} + k$$

$Xi= yi + k$

$\sum xi=\sum(yi+k)$

$\sum xi= \sum yi + nk$

$$\frac{\sum xi}{n} = \frac{\sum yi}{n} + \frac{nk}{n}$$

$\bar{x} = \bar{y} + k$

د- اذ ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيم ثابت k فان : الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية مضروب في العدد الثابت k

$Zi = kyi$

$\bar{z} = k\bar{y}$

البرهان:

$Zi=kyi$

$\sum Zi =k\sum yi$

$$\frac{\sum zi}{n} =k \frac{\sum yi}{n}$$

$\bar{z} = k\bar{y}$

مثال: في القيم التالية : $yi=8,3,2,12,10$ جد قيمة $\bar{z}$ اذا كانت $zi = 5yi$ وقيم $\bar{y} = 7$

الحل:

$Zi = (8\times5) , (3\times5) , (2\times5) , (12\times5) ,(10\times5)$

40, 15 , 10 , 60 , 50

$$\bar{z} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{175}{5} = 35$$

وهي تساوي $\bar{z} = (5)(\bar{y}) = (5)(7)=35$

ويمكن تعميم الخاصيتين السابقتين بالقانون التالي :

$X_i=a+by_i \quad , \quad \bar{Z} = a + b\bar{y}$

هـ – الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين يساوي مجموع الوسطين الحسابيين المتغيرين

أي :

$Z_i=X_i+y_i$

فان $\bar{Z} = \bar{x} + \bar{y}$

البرهان:

$Z_i=X_i+y_i$

$\sum z_i = \sum(x_i+y_i)$

$= \sum x_i+\sum y_i$

$\frac{\sum zi}{n} = \frac{\sum xi}{n} + \frac{\sum yi}{n}$

$\bar{Z} = \bar{x} + \bar{y}$

و– اذا كان لكل قيمة من المشاهدات yi وزن خاص يتناسب مع أهميتها (wi) فان الوسط الحسابي (الموزون) لهذه القيم هو:

$\bar{y} = \frac{\sum wiyi}{\sum wi}$

مثال: القيم التالية تمثل نتائج احد الطلبة في درس الإحصاء علما بان لكل امتحان وزن او أهمية او نسبة معينة:

الامتحان	الدرجة	الأهمية او النسبة او الوزن	Wiyi (هذا العمود يضاف اثناء الحل)
الأول	70	%10	700
الثاني	60	%30	1800
الثالث	75	%10	750
الرابع	55	%50	2750
		$\sum wi=100$	$\sum wiyi=6000$

الوسط الحسابي او معدل الطالب يكون

$$\bar{y} = \frac{\sum wiyi}{\sum wi} = \frac{6000}{100} = 60$$

تحياتي لكم جميعا

أي شيء غير واضح او أي خطا بالطباعة يمكن مراسلتي على التواصل الاجتماعي كذلك سوف ارسل لكم مقطع صوت اجابة على أي سؤال لتعم الفائدة للجميع

أستاذ المادة

الدكتور وائل علي الوائلي