الإحصاء

الفصل الخامس

مقايس التشتت والاختلاف Measures of Dispersion or Variation

يقصد بالتشتت والاختلاف هو التباعد او التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما ومقايس التشتت هي مقايس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها.

أنواع مقايس التشتت هي:

1- مقياس التشتت المطلق: وهي المقاييس التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية

- المدى
- الانحراف المتوسط
- التباين والانحراف القياسي

2- مقايس لتشتت النسبي : وهي التي تكون خالية من وحدات القياس ومن اهمها (معامل الاختلاف)

مقياس التشتت المطلق

1- المدى وتعريفه هو:

المدى لمجموعة من القيم هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة ويرمز له بالحرف R

$$R = y_{max} - y_{min}$$

مثال : جد المدى للقيم التالية

$y_1 = 12,6,7,3,15,10,18,5$ $\quad$ $y_2 = 9,3,8,8,9,8,9,18$

الحل:

a) $R = y_{max} - y_{min} = 18-3 = 15$

b) $R = y_{max} - y_{min} = 18-3=15$

2-الانحراف المتوسط : The mean Deviation

- البيانات غير المبوبة: اذا كان لدينا n من المشاهدات $y_1,y_2,y_3,\ldots\ldots y_n$ فان الانحراف المتوسط لها هو متوسط الانحرافات المطلقة (أي بإهمال الإشارة) عن وسطها الحسابي ويرمز له بـ M.D أي ان

$$M.D = \frac{\sum|yi-\bar{y}|}{n}$$

مثال : جد الانحراف المتوسط للقيم التالية

$$yi = 9,8,6,5,7$$

الحل

Yi	$yi-\bar{y}$	$\mid yi - \bar{y}\mid$
9	9−7=2	2
8	8−7=1	1
6	6−7= −1	1
5	5−7= −2	2
7	7−7=0	0
$\frac{\sum yi}{n} = \frac{35}{5} = 7$	0	6

$$M.D = \frac{\sum|yi-\bar{y}|}{n} = \frac{6}{5} = 1.2$$

- البيانات المبوبة: اذا كانت $y_1,y_2,y_3,\ldots\ldots y_n$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكرارها $f_1,f_2,f_3\ldots\ldots f_n$ على التوالي

فان الانحراف المتوسط هو $M.D = \frac{\sum fi|yi-\bar{y}|}{\sum fi}$

مثال : اوجد الانحراف المتوسط لجدول التوزيع التكراري التالي

الفئات	fi	Yi	fiyi	$\|yi - \bar{y}\|$	$fi\|yi - \bar{y}\|$
60−62	5	61	305	6.45	32.25
63−65	18	64	1152	3.45	62.10
66−68	42	67	2814	0.45	18.90
69−71	27	70	1890	2.55	68.85
72−74	8	73	584	5.55	44.40
	100		6745		226.50

$$\bar{y}= \frac{\sum fiyi}{\sum fi} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

$$M.D = = \frac{\sum fi|yi-\bar{y}|}{\sum fi} = \frac{226.50}{100} = 2.265$$

3− التباين والانحراف القياسي

اذا كان لدينا n من المشاهدات yi=y1,y2,y3…..yn فان التباين (يرمز له S2) يكون :

$$S^2 = \frac{\sum(yi-y)^2}{n-1} = \frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$$

الانحراف القياسي S لعينة ما هو عبارة عن الجذر التربيعي لتباين تلك العينة:

$$S= \sqrt{\frac{\sum(yi-y)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}}$$

مثال: احسب الانحراف القياسي للقيم التالية:

yi= 9,8,6,5,7,

الحل:

$(yi-y)^2$	$yi-\bar{y}$	Y
4	2	9
1	1	8
1	−1	6
4	−2	5
0	0	7
10	0	$\sum yi = 35$ $\bar{y}=7$

$$S= \sqrt{\frac{\sum(yi-y)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5} = 1.58$$

الطريقة الأخرى:

yi^2	Yi
81	9
64	8
36	6
25	5
49	7
$\sum y_i^2 = 225$	$\sum yi = 35$

$$Ss = \sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}$$

$$Ss = 255 - \frac{(35)^2}{n} = = 255 - 245 = 10$$

$$S = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5} = 1.58$$

اما التباين لهذه القيم فهو مربع الانحراف القياسي أي نرفع الجذر

$$S^2 = \frac{10}{4} = 2.5\ (kgm)^2$$

- البيانات المبوبة:

اذا كانت ($y_1, y_2, y_3, \ldots.. y_n$) تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري وان تكراراتها هي ($f_1, f_2, f_3, \ldots. f_n$) على التوالي فان الانحراف القياسي لها هو

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(yi-\bar{y})^2}{\sum fi - 1}} \quad = S = \sqrt{\frac{\sum fiyi^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}}$$

مثال: احسب الانحراف القياسي والتباين لجدول التوزيع التكراري التالي

1-الطريقة المطولة

الفئات	fi	yi	$yi-\bar{y}$	$(yi-\bar{y})^2$	$fi(yi-\bar{y})^2$
60-62	5	61	-6.45	41.6	208.01
63-65	18	64	-3.45	11.9	214.24
66-68	42	67	-0.45	0.20	8.50
69-71	27	70	2.55	6.50	175.56
72-74	5	73	5.55	30.80	246.42
	100				852.75

مجموع المربعات ss هو:

$$ss = \sum fi(yi - \bar{y})^2 = 852.75$$

اما التباين فهو

$$S^2 = \frac{ss}{\sum fi-1} = \frac{852.72}{99} = 8.6$$

اما الانحراف القياسي فهو: S^2

$$S = \sqrt{S2} = \sqrt{8.6} = 2.9$$

2-الطريقة السريعة

الفئات	fi	y_i	f_iy_i	y_i^2	$f_iy_i^2$
60-62	5	61	305	3721	18605
63-65	18	64	1152	4096	73728
66-68	42	67	2814	4489	188538
69-71	27	70	1890	4900	132300
72-74	5	73	584	5329	42632
	100		6745		455803

$$Ss = \sum fiyi^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi} = 455803 - \frac{6745}{100} = 852.75$$

$$S^2 = \frac{ss}{\sum fi-1} = \frac{852.75}{99} = 8.6$$

$S = \sqrt{S2} = \sqrt{8.6} = 2.9$

مقاييس التشتت النسبي

معامل الاختلاف:

اذا كان s , $\bar{y}$ هما الانحراف القياسي والوسط الحسابي لمجموعة من القيم على لبتوالي فان معامل الاختلاف تهما ويرمز له C.V

$$C.V. = \frac{s}{\bar{y}} \times 100$$

مثال: نتائج الطلبة كانت:

	الإحصاء	الكيمياء
الوسط الحسابي	78	73
الانحراف القياسي	8	76

في أي الموضوعين كان التشتت بالدرجات اكثر؟

الحل

$$C.V = \frac{s}{\bar{y}} \times 100 = \frac{8}{78} \times 100 = 10.25\%$$

$$C.V = \frac{s}{\bar{y}} \times 100 = \frac{76}{73} \times 100 = 104.1\ \%$$

أي ان التشتت لدرجة الكيمياء اكثر .

الدرجة القياسية

تسمى قيمة Z_i درجة قياسية اذا كانت تساوي

$$Z_i = \frac{yi - \bar{y}}{S}$$

مثال:

طالب درجته 84 في الرياضيات والوسط الحسابي لجميع الطلبة 76 بانحراف قياسي قدره 10 اما في الفيزياء فدرجته 90 والوسط الحسابي 83 والانحراف القياسي 16 ففي أي الدرسين كانت قابلية الطلب اعلى؟

الحل:

عند تحويل الدرجات الى درجات قياسية نجد:

$$Z_i = \frac{yi - \bar{y}}{S} = \frac{84-76}{10} = 0.8$$ رياضيات

$$Z_i = \frac{yi - \bar{y}}{S} = \frac{90-82}{16} = 0.5$$ فيزياء

وهذا يعني قابليته في الرياضيات اعلى وهو عكس ما توصلت اليه المقارنة السابقة.