

الفصل الثالث

العرض الجدولي والتمثيل البياني

هنالك نوعين من الجداول:

أولاً: الجدول البسيط: وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة من عمودين الأول يمثل تقسيمات الصفة والثاني يبين امتدادها, مثلاً توزيع أطوال الطلبة في جدول بسيط.

ثانياً: الجدول المركب: وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو أكثر ويتألف من الصفوف وتمثل مجاميع أو فئات إحدى الصفتين والاعمدة تمثل مجاميع أو صفات فئات الصفة الأخرى مثل اعداد الطلبة حسب صفتي الطول والوزن.

جدول التوزيع التكراري Frequency Distribution or Frequency Table

هو جدول بسيط يتكون من عمودين:

الأول: تقسم فيه قيم المتغير الى اقسام او مجموعات تدعى الفئات (classes)

الثاني: يبين مفردات كل فئة ويسمى التكرارات Frequency

الفئات Class: وهي المجاميع التي قسمت لها قيم المتغير وكل فئة تأخذ مدى معين من قيم المتغير.

حدود الفئة Class limits: لكل فئة حدان هما الحد الأدنى والحد الأعلى .

الحدود الحقيقية للفئات True class limits: هما الحد الأدنى الحقيقي والحد الأعلى الحقيقي.

طول الفئة Class length or class width: وهو مقدار المدى بين حدي الفئة .

مركز الفئة class mid point: وهو منتصف المدى بين حدي الفئة ويرمز له (y_i) .

تكرار الفئة class frequency: وهو عدد القيم او المفردات التي تقع في مدى هذه تلك الفئات ويرمز له (f_i) .

الخطوات العامة لإنشاء جدول التوزيع التكراري:

1. استخراج الحد الأدنى والاعلى
2. استخراج المدى المتغير (المدى = الحد الأعلى - الحد الأدنى)
3. تحديد عدد الفئات ويتم بالاتي :-

أولاً: طريقة سترجي sturges عدد الفئات = $(3,3 \times \text{لو غار تم عدد الفئات}) + 1$

ثانيا: طريقة Yule عدد الفئات = 2,5 * المفردات عدد $\sqrt[4]{\text{عدد}}$

وعلى العموم لكلا الطريقتين مميزات وعيوب ولن نستعمل أي منهما هنا بل بل اننا سنختار عدد الفئات على ان لا تقل عن خمسة ولا تزيد عن خمسة عشر فئة.

الفئة
40-31
50-41
60-51
70-61
80-71
90-81
100-91

$$4. \text{ أ- طول الفئة} = \frac{\text{المدى المتغير}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{64}{7} = 9.7 \cong 10 .$$

$$\text{ب- طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1$$

$$10 = 1 + 31 - 40 =$$

$$\text{ج- طول الفئة} = \text{الفرق بين حدين متتاليين}, \text{ الحد الأعلى الحقيقي} - \text{الحد}$$

الادنى الحقيقي

او الفرق بين الحدين الأعلى او الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين

$$\text{د- طول الفئة} = \text{الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين}$$

$$\text{مركز الفئة} : \text{لاستخراج مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الاعلى} - \text{الحد الادنى}}{2} = \frac{31 + 40}{2} = 35.5$$

5. كتابة حدود الفئات

الحدود الحقيقية للفئات :

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = \text{الحد الأدنى} - 0.5 = 31 - 0.5 = 30.5$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي} = \text{الحد الأعلى} + 0.5 = 40 + 0.5 = 40.5$$

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = \text{مركز الفئة} - \text{نصف طول الفئة}$$

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = 35.5 - \left(\frac{1}{2} * \text{طول الفئة}\right)$$

$$30.5 = 35.5 - \left(\frac{1}{2} * 10\right) = 35.5 - 5 = 30.5$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي} = \text{مركز الفئة} + \text{نصف طول الفئة}$$

$$40.5 = 35.5 + \left(\frac{1}{2} * 10\right) = 35.5 + 5 = 40.5$$

35.5
45.5
55.5
65.5
75.5
85.5
95.5

40.5-30.5
50.5-40.5
60.5-50.5
60.5-50.5
70.5-60.5
80.5-70.5
90.5-80.5
100.5-90.5

استخراج عدد التكرارات لكل فئة

• التكرار النسبي للفئة الأولى = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات الكلي}} = \frac{1}{80} = 0.0125$

التكرار النسبي للفئة الرابعة = $\frac{15}{80} = 0.1875$

التكرار النسبي	التكرار المنوي
0.0125	1.25
0.1875	18.75

• التكرار المنوي = $\frac{\text{تكرار الفئة} * 100}{\text{مجموع التكرارات الكلي}} = \frac{100 * 1}{80} = 1.25$

$18.75 = \frac{100 * 15}{80}$

التكرار التجمعي التصاعدي والتنازلي:

التكرار التجمعي التنازلي			التكرار التجمعي التصاعدي			التكرار	الفئة
80	31	اكثر من	0	31	اقل من	1	40-31
79	41	اكثر من	1	41	اقل من	2	50-41
77	51	اكثر من	3	51	اقل من	5	60-51
72	61	اكثر من	8	61	اقل من	13	70-61
59	71	اكثر من	21	71	اقل من	22	80-71
37	81	اكثر من	43	81	اقل من	21	90-81
16	91	اكثر من	64	91	اقل من	16	100-91
0	101	اكثر من	80	101	اقل من	80	المجموع

مثال : اكمل الجدول التالي:-

الفئات	مركز الفئة	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المنوي
	4	-1.5	2		
	9		5		
	14		10		
	19		25		
	24		8		
المجموع			50		

الحل :

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين = $4-9=5$

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى - $\frac{1}{2}$ طول الفئة

$$1.5 = (5)2/1-4 =$$

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة + $\frac{1}{2}$ طول الفئة

$$6.5 = (5)^{1/2}+4$$

ثم يضاف بعد ذلك طول الفئة على الحد الأدنى الحقيقي للفئة فينتج الحد الأدنى الحقيقي للفئة التي تليها وهكذا . اما حد الفئة الأولى فهو يساوي الحد الأدنى الحقيقي مضاف له 0.5 لذا فان الفئة الأولى تكون $(6-2)$ ويضاف بعد ذلك طول الفئة الى الحدين الأدنى والاعلى للحصول على حدود الفئات .

$$0.04 = \frac{2}{50} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{التكرار النسبي لأي فئة}$$

$$4 = 100 \times 0.04 = 100 * \text{التكرار النسبي}$$

الفئات	مركز الفئة	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المنوي
6-2	4	6.5 - 1.5	2	0.04	4
11-7	9	11.5-6.5	5	0.10	10
16-12	14	16.5-11.5	10	0.20	20
21-17	19	21.5-16.5	25	0.50	50
26-22	24	26.5-21.5	8	0.16	16
المجموع			50	1.00	100

مثال الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لأوزان 65 طالب بالكيلوغرام والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري تجمعي تصاعدي وتنازلي ومنها استنتج ما يلي

- أ- ما هو عدد الطلبة الذين تقل أوزانهم عن 70 كغم؟
 ب- ما هي نسبة الطلبة الذين أوزانهم تقل عن 70 كغم؟
 ت- ما هو عدد الطلبة الذين لا يقل وزنهم عن 60 كغم؟
 ث- ما هو عدد الطلبة الذين أوزانهم لا تقل عن 60 كغم ولكنها أقل من 80 كغم؟
 الحل:

الفئات	التكرار	حدود الفئات	التكرار التصاعدي	حدود الفئات	التكرار التنازلي
54-50	8	أقل من 50	0	أكثر من 50	65
59-55	10	أقل من 55	8	أكثر من 55	57
64-60	16	أقل من 60	18	أكثر من 60	47
69-65	14	أقل من 65	34	أكثر من 65	31
74-70	10	أقل من 70	48	أكثر من 70	17
79-75	5	أقل من 75	58	أكثر من 75	7
84-80	2	أقل من 80	63	أكثر من 80	2
		أقل من 85	65	أكثر من 85	0
المجموع	65				

أ- من جدول التوزيع التكراري التجمعي التصاعدي عدد الطلبة الذين أوزانهم أقل من 70 كغم = 48

ب- نسبة الطلبة الذين وزنهم أقل من 70 كغم = $100 \times \frac{48}{65} = 73.8$

ت- من جدول التوزيع التكراري التجمعي التنازلي عدد الطلبة الذين أوزانهم لا تقل عن 60 كغم هي = 47

ث- من جدول التوزيع التكراري التجمعي التنازلي عدد الطلبة الذين أوزانهم لا تقل عن 60 ولكنها أقل من 80 كغم هي = $47 - 2 = 45$

التمثيل البياني لجدول التوزيع البياني

أ- المدرج التكراري Histogram وهو عبارة عن مستطيلات راسية قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرار الفئات.

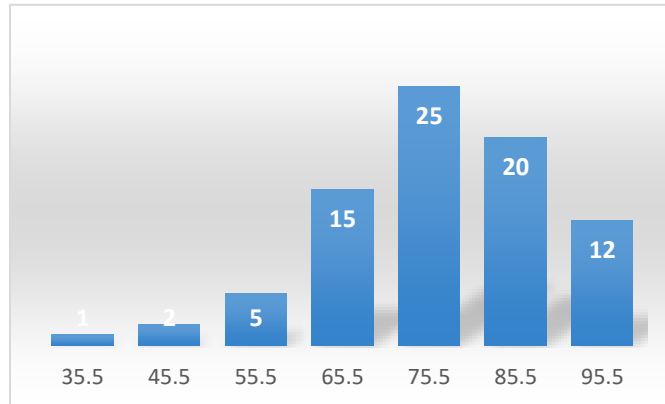
ولرسم مدرج تكراري تتبع الخطوات التالية:

- 1- رسم المحورين الأفقي والعمودي
- 2- تدرج المحور الأفقي ليشمل الحدود الحقيقية للفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الأولى ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية بحيث تشمل على اكبر التكرارات.
- 3- يرسم على كل فئة مستطيل رئيسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئة.

مثال

ارسم المدرج التكراري للجدول التالي:

مراكز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	الفئة
35.5	40.5-30.5	1	40-31
45.5	50.5-40.5	2	50-41
55.5	60.5-50.5	5	60-51
65.5	70.5-60.5	15	70-61
75.5	80.5-70.5	25	80-71
85.5	90.5-80.5	20	90-81
95.5	100.5-90.5	12	100-91
		80	المجموع



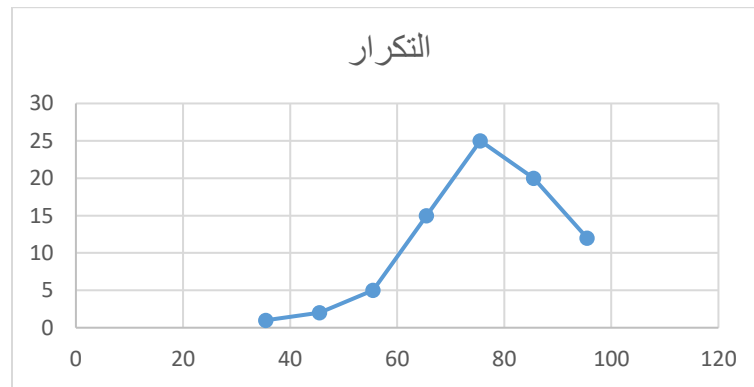
ب- المضلع التكراري Frequency polygon

هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة. وعادتا يقفل المضلع بان نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يسار اول فئة تكرارها صفر ونصل نهاية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها أيضا صفر.

ولرسمه نتبع الاتي

- 1- رسم المحور الافقي وهو يمثل مراكز الفئات
- 2- رسم المحور العمودي وهو يمثل التكرارات
- 3- وضع نقطة امام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة
- 4- توصيل النقاط بخطوط مستقيمة

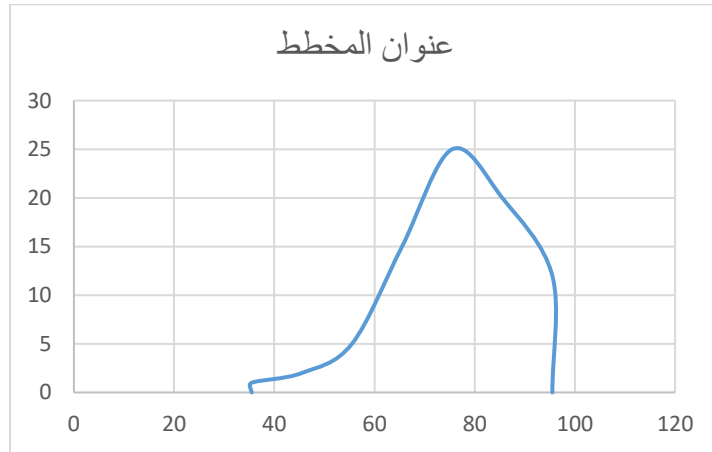
الفئة	التكرار	مراكز الفئات
40-31	1	35.5
50-41	2	45.5
60-51	5	55.5
70-61	15	65.5
80-71	25	75.5
90-81	20	85.5
100-91	12	95.5
المجموع	80	



ج- المنحنى التكراري

وهو عبارة عن منحنى يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئات. وعادت يقفل المنحنى التكراري بان نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة.

مراكز الفئات	التكرار	الفئة
35.5	1	40-31
45.5	2	50-41
55.5	5	60-51
65.5	15	70-61
75.5	25	80-71
85.5	20	90-81
95.5	12	100-91
	80	المجموع



تمارين الفصل الثالث

1- جد الحدود الحقيقية ومركز الفئة وطول الفئة لكل الفئات التالية:

- أ- 13-7 ب- (5-)-(1-) ج- 18.7-10.4 د- 0.418-0.346 هـ- 1.35—2.75- و- 86.72-78.49 .

الحل

$$\text{الحد الحقيقي الأعلى} = \text{الحد الأعلى} + 0.5 = 13.5 = 0.5 + 13$$

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = \text{الحد الأدنى} - 0.5 = 6.5 = 0.5 - 7$$

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2} = \frac{13 + 7}{2} = 10 = 2 \div 20 = 2 \div 13 + 7$$

$$\text{طول الفئة} = \text{الأعلى} - \text{الأدنى} = 13 - 7 = 6$$

الفئة	الحدود الحقيقية	مركز الفئة	طول الفئة
13-7	13.5-6.5	10	6
(1-)-(5-)	0.5—5.5-	3-	4
18.7-10.4	19.2-9.9	14.55	8.3
0.418-0.346	0.918-0.154-	0.382	0.072
1.35—2.75-	1.85-3.25-	1.4-	4.1
86.72-78.49	86.22-78.99	82.605	8.23

2- اوجد طول الفئة لكل من التوزيعات التالية على فرض ان عدد الفئات في كل منها 10

أ- اقل قيمة = 7.5 واكبر قيمة = 18.6

ب- اقل قيمة = 53 اكبر قيمة = 149

ت- اقل قيمة = -15 واكبر قيمة = صفر

الحل

$$\text{المدى} = \text{اعلى قيمة} - \text{اقل قيمة} = 18.6 - 7.5 = 11.1$$

$$\text{طول الفئة يساوي المدى} \div \text{عدد الفئات} = 11.1 \div 10 = 1.11$$

$$9.6 = 10 \div 96 = 53 - 149$$

$$\text{صفر} - (15-) = 10 \div 15 = 1.5$$

3- اذا علمت ان مراكز الفئات لأعمار عدد ممن الطلبة هي (18,21,24,27,30) فما هي أ- طول الفئة ب- الحدود الحقيقية للفئات ج- حدود الفئات لهذا التوزيع
الحل

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

$$3 = 27-24 \quad 3 = 24-21 \quad 3 = 21-18 \quad 3 = 18-15 =$$

الحد الأدنى الحقيقي للفئة = مركز الفئة - نصف طول الفئة $1.5 = (2 \div 3)$

$$17.5 = 1.5 - 18 =$$

الحد الأدنى للفئة = الحد الأدنى الحقيقي + نصف

$$17 = 0.5 + 17.5 =$$

الحد الأعلى الحقيقي للفئة = مركز الفئة + نصف طول الفئة

$$19.5 = 1.5 + 18 =$$

الحد الأعلى للفئة = الحد الأعلى الحقيقي - 0.5

$$19 = 0.5 - 19.5 =$$

ويكمل باقي الحل بنفس الطريقة

الحدود الحقيقية	مركز الفئة	الفئة
19.5-16.5	18	19-17
22.5-19.5	21	22-20
25.5-22.5	24	25-23
28.5-25.5	27	28-26
31.5-28.5	30	31-29

4- فيما يلي درجات 60 طالب في امتحان الإحصاء جد :

أ - انشاء جدول التوزيع التكراري باستعمال عشر فئات

ب- ارسم المدرج التكراري

ت- ارسم المضلع التكراري

ث- انشاء جدول التوزيع التكراري التجمعي التصاعدي والتنازلي

ج- ارسم المضلع التكراري التجمعي التصاعدي والتنازلي في رسم واحد

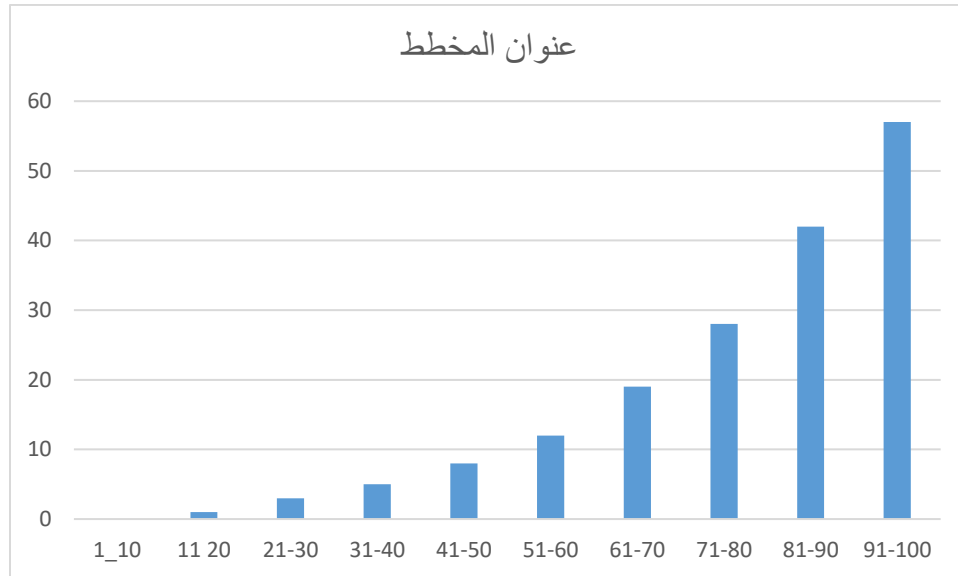
الحل

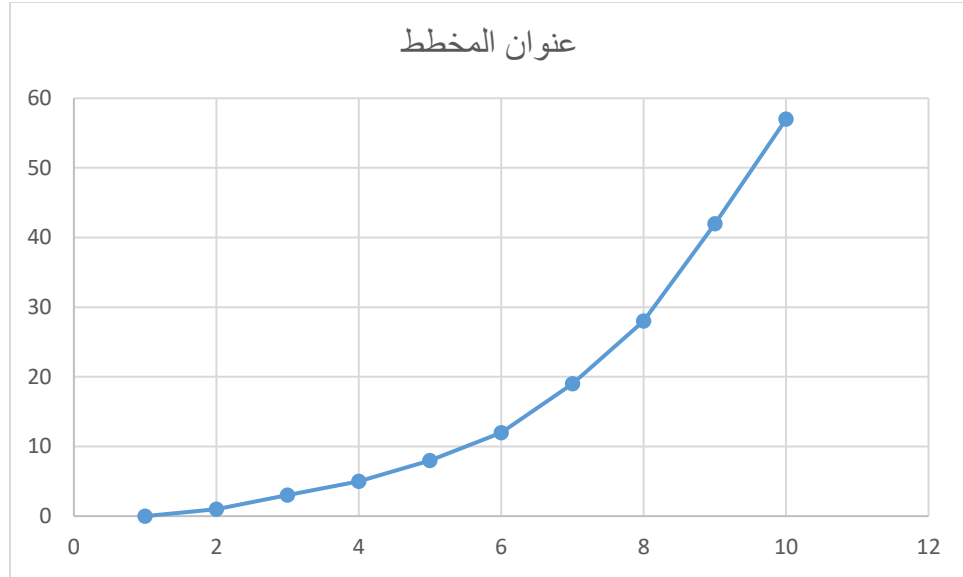
عمل الجدول المكون من عشر فئات

ومن ملاحظة الدرجات نلاحظ ان الدرجات محصورة ما بين 10 – 98

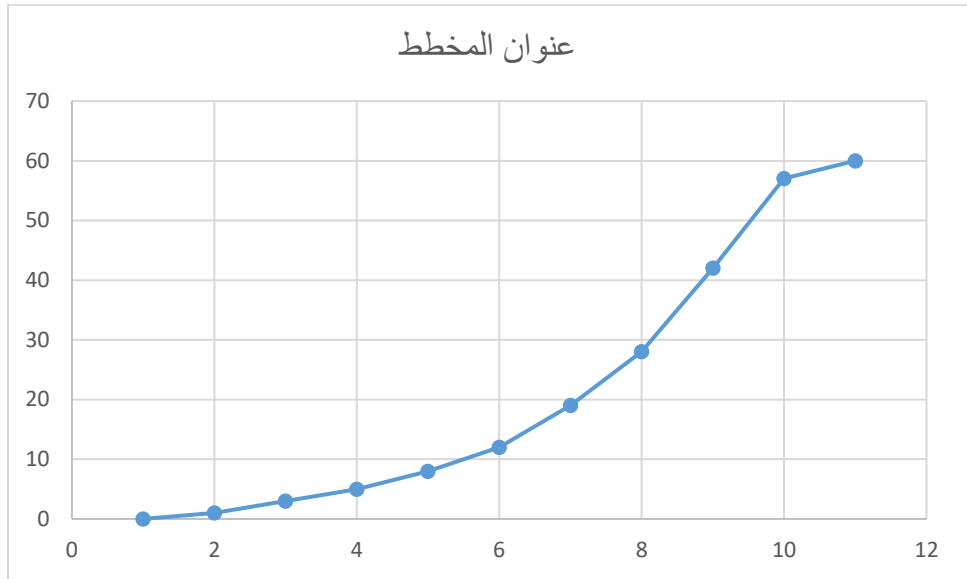
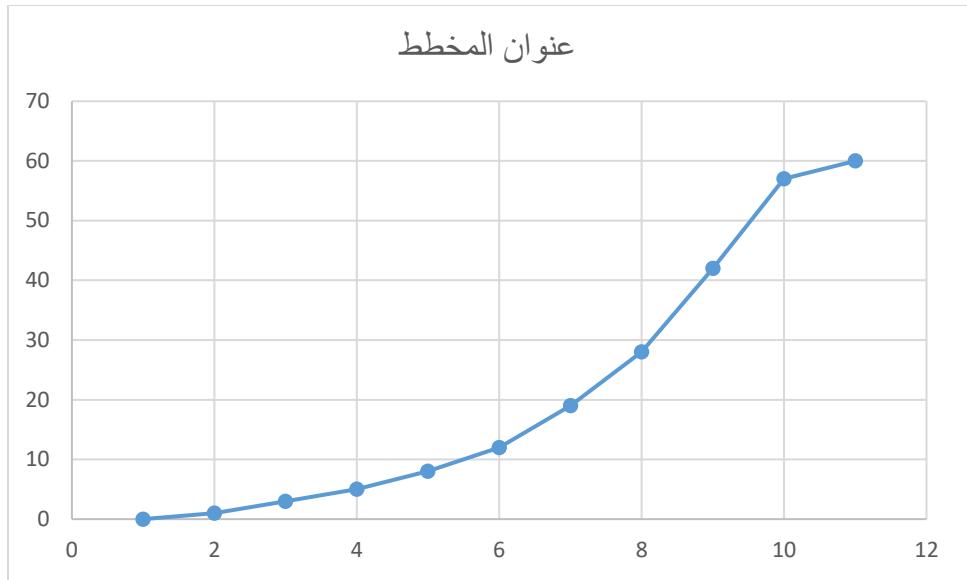
تكون الفئات كما يلي:

التكرار	الفئة
1	10-1
2	20-11
2	30-21
3	40-31
4	50-41
7	60-51
9	70-61
14	80-71
15	90-81
3	100-91





التجمعي التنازلي		التجمعي التصاعدي		التكرار	الفئة
60	اكثر من 1	0	اقل من 1	1	10-1
59	اكثر من 11	1	اقل من 11	2	20-11
57	اكثر من 21	3	اقل من 21	2	30-21
55	اكثر من 31	5	اقل من 31	3	40-31
52	اكثر من 41	8	اقل من 41	4	50-41
48	اكثر من 51	12	اقل من 51	7	60-51
41	اكثر من 61	19	اقل من 61	9	70-61
32	اكثر من 71	28	اقل من 71	14	80-71
18	اكثر من 81	42	اقل من 81	15	90-81
3	اكثر من 91	57	اقل من 91	3	100-91
0	اكثر من 101	60	اقل من 101		



اكمل الجداول التالية علما ان اطوال الفئات متساوية وانها ارقام صحيحة:

أ-

الحدود الحقيقية	مركز الفئات	الفئات
7.5-0.5	4	7-1
14.5-7.5	11	14-8
21.5-14.5	18	21-15
28.5-21.5	25	28-22
35.5-28.5	32	35-29

الحل :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$$

$$2 \div (1+x) = 4$$

$$7 = 1-8 = x \quad 1+x = 2 \times 4$$

$$\text{الحد الحقيقي الأعلى} = \text{الحد الأعلى} + 0.5$$

$$7.5 + 0.5 + 7 =$$

$$\text{الحد الحقيقي الأدنى} = \text{الحد الأدنى} - 0.5$$

$$0.5 = 0.5 - 1 =$$

$$\text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1$$

$$7 = 1 + 1 - 7$$

ب-

الحدود الحقيقية	مركز الفئات	الفئات
6.5 -2.5	4.5	6-3
8.5 -6.5	8.5	10-7
12.5 -10.5	12.5	14-11
16.5 -14.5	16.5	18 -15
22.5 -18.5	20.5	22 -19
26.5 -22.5	24.5	26-23

$$\begin{aligned}
& \text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1 \\
& 20 = 1 + 3 - 22 = \text{وهو طول خمس فئات} \\
& 20 \div 5 = 4 \text{ وهو طول الفئة الواحدة} \\
& \text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1 \\
& 1 + 3 - X = 4 \\
& X = 1 - 3 + 4 = 6 \text{ وهو الحد الأعلى للفئة الأولى} \\
& \text{مركز الفئة} = \text{الأعلى} + \text{الأدنى} \div 2 \\
& 4.5 = 2 \div 9 = 2 \div 3 + 6 = \\
& \text{الحد الحقيقي الأعلى} = \text{الحد الأعلى} + 0.5 \\
& 6.5 + 0.5 + 6 = \\
& \text{الحد الحقيقي الأدنى} = \text{الحد الأدنى} - 0.5 \\
& 2.5 + 0.5 - 3
\end{aligned}$$

ج -

الحدود الحقيقية	مركز الفئة	الفئة
11-5	8	10.5-5.5
17-11	14	16.5-11.5
23-17	20	22.5-17.5
29-23	24	28.5-23.5
35-29	32	34.5-29.5

الحل

$$32 - 8 = 24 \text{ يمثل طول خمس فئات متساوية}$$

$$\text{طول الفئة} = 24 \div 4 = 6$$

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة} = \text{مركز الفئة} - \text{نصف طول الفئة}$$

$$5 = 3 - 8 =$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي للفئة} = \text{مركز الفئة} + \text{نصف طول الفئة}$$

$$11 = 3 + 8 =$$

الحد الأعلى للفئة = الحد الأعلى الحقيقي - 0.5

$$10.5 = 11 - 0.5 =$$

الحد الأدنى للفئة = الحد الأدنى الحقيقي + 0.5

$$5.5 = 5 + 0.5 =$$