محاضرة -5- أحصاء نظري أ. د. سندس عبد الكريم محمد

مقاييس التشتت أو الإختلاف

Measures of Dispersion OR Variation

يقصد بالتشتت او الاختلاف هو التباعد او التقارب الموجود بين قيم المشاهدات المشاهدات التابعة لمتغير ما. ومقاييس التشتت هي مقاييس عددية تستخدم لقياس اختلاف أو تشتت البيانات عن وسطها الحسابي. فتشتت البيانات يكون صغيرا إذا كانت البيانات متقاربة فيما بينها والعكس بـالعكس. وأمـا البيانـات المتساوية فلا اختلاف ولا تشتت فيها.

ومن اهم مقاييس التشتت:

<u>اولا :مقاييس التشتت المطلق: وهذه تكون وحداتها نفس وحدات قيم المشاهدات الأصلية منها :</u>

1-المدى **The Range(R)**

2-الانحراف المتوسط **The Mean Deviation(M.D)**

3-التباين **The Variance(S^2)**

4 - الانحراف القياسي **the Standard Deviation- SD(S)**

<u>ثانيا :مقاييس التشتت النسبي هذه المقاييس تكون خالية من وحدات القياس ومن اهمها</u>

معامل الاختلاف Coefficient of Variation

اولا /مقاييس التشتت المطلق- :

1- المدى The Range

يعتبر المدى من أسهل مقاييس التشتت تعريفًا وحساباً ويعطينا فكرة سريعة عن مـدى تشتت البيانات.

ويعرف المدى لمجموعة من القيم هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة

$$R = y_{max} - y_{min}$$

مثال :اوجد المدى لكل من البيانـات التالية:

yi= 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5

$$R = y_{max} - y_{min}$$

$$= 18 - 3 = 15$$

مميزات المدى: سهل التعريف والحساب

عيوب المدى:

1-يتأثر المدى بالقيم الشاذة أو المتطرفة 2- يعتمد في حسابه على قيمتين مع إهمال باقي القيم من البيانات اذا هو مقياس تقريبي لا يعتمد عليه.

ملاحظات :

1- وحدة المدى هي نفس وحدة البيانات الأصلية

2 - نظراً لأن المدى يعتمد فقط على أكبر وأصغر قيمة ولا يأخذ في الاعتبار القيم الأخـرى فهو مقياس غير جيد لقياس التشتت .

2.الانحراف المتوسط The Mean Deviation

يعَرف :بانه معدل مجموع انحرافات القيم المطلقة عن متوسطها الحسابي وقانونه:

$$\mathbf{M.D} = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{\mathbf{n}}$$

مثال: أوجد الانحراف المتوسط للقيم 14 ، 16 ، 10 ، 8 ، 2

*نجد المتوسط الحسابي

الوسط الحسابي $= \frac{\sum yi}{n} = \frac{50}{5} = 10$

xi	$X_i - \bar{X}$	$\lvert X_i - \bar{X} \rvert$
14	4	4
16	6	6
10	0	0
8	-2	2
2	- 8	8
Σxi=50	0	Σ=20

نطبق القانون : الانحراف المتوسط = $(\sum \lvert X_i - \bar{X} \rvert) / n$

الانحراف المتوسط = 20 ÷ 5 = 4

الانحراف المتوسط أكثر دقة من المدى لشموله كل القيم ولكنه محدود الاستخدام لتأثره بالقيم الشاذة وتجاهله الإشارة السالبة، الا أهمية هذا المقياس محدودة.

3.التباين The Variance

تعريف التباين هو : متوسط مجموع مربعات القيم عن وسطها الحسابي
ويحسب التباين بأحد القوانين التالية:

القانون الثاني	القانون الأول
$S^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}$	$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

مثال : اخذت عينة من ست ثمار احد النباتات وحسبت اوزانها(غم) كما يلي :

Xi=5,4,8,7,10,8

احسب تباين وزن الثمار؟

الخطوة الأولى : حساب الوسط الحسابي

الوسط الحسابي $= \frac{\sum xi}{n} = \frac{42}{6} = 7$

الخطوة الثانية : حساب مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

xi	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
8	1	1
10	3	9
7	0	0
8	1	1
4	-3	9
5	-2	4
Σxi=42	0	Σ=24

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{1+9+0+1+9+4}{6-1}$$

$$S^2 = \frac{24}{5} = 4.8$$

ويمكن الحل بإستخدام القانون التالي :

$$S^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}$$

في هذه الطريقة نحتاج فقط استخراج قيمة Σxi^2 فنكمل الجدول

xi	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	xi^2
8	1	1	64
10	3	9	100
7	0	0	49
8	1	1	64
4	-3	9	16
5	-2	4	25
Σxi=42	0	Σ=24	318

$$S^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{318 - \frac{(42)^2}{6}}{6-1}$$

$$S^2 = \frac{24}{5} = 4.8$$

ملاحظة: يتبين من تطبيق معادلة التباين أن القيم يتم تربيعها هذا ينجم عنه تربيع الوحدات (مثلا هنا غم^2) ، أن ذلك لا يجوز لذا جاءت الفكرة لجذر الوحدات أي جذر التباين مما نتج عنه مفهوم جديد من مقاييس الشتت هو الانحراف القياسي او المعياري.

4- الأنحراف المعياري أو القياسي (Standard deviation- SD)

الانحراف المعياري أو أحد مقاييس التشتت ومن أكثرها استخداما ووحداته القياسية هي نفس الوحدات التي تقاس بها قيم العناصر المدروسة.

ويعرف الانحراف المعياري على أنه الجذر التربيعي للتباين ويرمز للانحراف المعياري

وعليه فأن:

$$S = \sqrt{S^2}$$

ففي مثال التباين السابق يكون:

$$S = \sqrt{4.8} = 2.190$$

أي أن متوسط انحراف القيمة الواحدة (وزن الثمار) عن المتوسط الحسابي هو 2.28 غم. ويأخذ وحدات العينة الاصلية لذلك فهو كثير الاستخدام.

أن أهمية الانحراف المعياري هي للحكم على درجة تشتت قيم مجموعة معينة

فاذا كانت قيمة الانحراف المعياري قليلة نسبيا، فأن ذلك يشير الى وجود تقارب كبير (أو تشتت قليل) بين القيم.

أحيانا قيمة الانحراف المعياري لا تكفي لوحدها خصوصا أذا كانت لدينا عدة مجاميع ولربما بوحدات قياس مختلفة ، لذا نلجأ للنظر الى نسبة ما يشكله الانحراف المعياري من المتوسط الحسابي وهذا يقودنا الى مقياس نسبي جديد يسمى (معامل الاختلاف).