Measures of Dispersion or Variation مقاييس التشتت اوالأختلاف

هي المقاييس التي تقيس مدى تباعد القيم او تقاربها والتي يستعمل كمؤشر احصائي لتحديد درجة التقارب او التشتت، وعادة ما تقاس درجة الاختلاف أو التشتت بين قيمة واخرى لمجموعة معينة بقيمة محددة تمثل أحد مقاييس التشتت، وسوف نتطرق الى أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداما.

التباين (Variance)

يعرف التباين من حيث المبدأ على أنه متوسط مربع فروق القيم عن وسطها الحسابي. ويختلف تباينا المجتمع والعينة من حيث الرموز والصيغ.

تباين المجتمع يرمز له بالرمز σ^2 اما تباين العينة فيرمز له بالرمز S^2 ويحسب وفق المعادلة العامة الأتية:

$$S^2 = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X})^2}{n - 1}$$

إذ أن:

$\bar{X}$: يمثل المتوسط الحسابي للعينة

n: يمثل حجم العينة

n-1: يمثل درجات الحرية اي عدد القيم الحرة

وهنالك صيغة عامة أخرى لحساب تباين العينة وهي مساوية جبريا (حسابيا) للمعادلة أعلاه الخاصة بالعينة وتتصف بتسهيل العمليات الحسابية، والصيغة تتم وفق المعادلة الاتية:

$$S^2 = \frac{\Sigma Xi^2 - \frac{(\Sigma Xi)^2}{n}}{n - 1}$$

مثال:

أحسب تباين العينة للقيم التالية:

4, 6, 1, 7, 4, 2

نحسب أولا المتوسط الحسابي للعينة (وهو يمثل مجموع القيم على عددها)

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 1 + 7 + 4 + 2}{6} = 4$$

ثانيا: نحسب مجموع مربعات القيم

$$\Sigma Xi^2 = (4)^2 + (6)^2 + (1)^2 + (7)^2 + (4)^2 + (2)^2$$
$$\Sigma Xi^2 = 16 + 36 + 1 + 49 + 16 + 4$$
$$\Sigma Xi^2 = 122$$

ثالثا: نحسب مربع مجموع القيم

$$\Sigma Xi = 24$$
$$(\Sigma Xi)^2 = (24)^2 = 576$$

رابعا: نقسم مربع مجموع القيم على عددها

$$576/n = 576/6 = 96$$
$$n = 6$$

ثم نطبق المعادلة:

$$S^2 = \frac{\Sigma Xi^2 - \frac{(\Sigma Xi)^2}{n}}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{122 - \frac{(24)^2}{6}}{6 - 1}$$

$$S^2 = \frac{122 - 96}{5}$$

$$S^2 = \frac{26}{5} = 5.2$$

أي مقدار التباين في العينة هو 5.2

ولو كنا قد طبقنا المعادلة التي سبقتها لحصلنا على نفس النتيجة:

مثال احسب التباين للقيم التالية : 5, 7, 10, 8, 6, 4, 9

$$\bar{x} = \frac{\Sigma Xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{9 + 4 + 8 + 6 + 10 + 7 + 5}{7} = 7$$

الحل :

$(yi - y)^2$	yi -y	y^-	Yi
4	2	7	9
9	-3	7	4
1	-1	7	6
1	1	7	8
9	3	7	10
0	0	7	7
4	-2	7	5
Σ28			

$$S^2 = \frac{\Sigma(Xi - X)^2}{n - 1}$$

$$S^2 = \frac{28}{7-1} = 28/6 = 4.67$$

الانحراف المعياري أو القياسي (Standard deviation- SD)

الانحراف المعياري أو أحد مقاييس التشتت ومن أكثرها استخداما ووحداته القياسية هي نفس الوحدات التي تقاس بها قيم العناصر المدروسة. ويعرف الانحراف المعياري على **أنه الجذر التربيعي للتباين** ويرمز للانحراف المعياري للمجتمع (σ) والانحراف المعياري للعينة بالرمز (S) أو (SD) وعليه فأن الانحراف المعياري للعينة هو جذر تباين العينة:

$$S = \sqrt{S^2}$$

او حسب القانون

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma Xi^2 - \frac{(\Sigma Xi)^2}{n}}{n-1}}$$

ففي مثال التباين السابق يكون:

$$S = \sqrt{5.2} = 2.28$$

أي أن متوسط انحراف القيمة الواحدة (عدد الزيارات) عن المتوسط الحسابي هو 2.28 زيارة. ويأخذ وحدات العينة الاصلية لذلك فهو كثير الاستخدام.

أن أهمية الانحراف المعياري هي للحكم على درجة تشتت قيم مجموعة معينة، فإذا كانت قيمة الانحراف المعياري قليلة نسبيا، فأن ذلك يشير الى وجود تقارب كبير (أو تشتت قليل) بين القيم. (ويكتب الانحراف المعياري أعلى او أقل من المتوسط لذلك يكتب قبله علامة ±).

ففي المثال اعلاه كان المتوسط 7 والانحراف المعياري 2.28 لذلك يمكن كتابتهما بالشكل التالي

7 ± 2.28

الخطأ المعياري أو القياسي (Standard error -SE)

وهو أحد مقاييس التشتت الشائعة الاستخدام ايضا، ويمثل الانحراف المعياري أو القياسي مقسوما على جذر عدد المشاهدات (n)، ويحسب بالمعادلة الاتية:

$$SE = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

ويستخدم الخطأ القياسي عند المقارنة بين عدة مجاميع من البيانات او المشاهدات او العينات المختلفة في العدد.

معامل الأختلاف (Coefficient of variation - CV)

أحيانا قيمة الانحراف المعياري لا تكفي لوحدها خصوصا أذا كانت لدينا عدة مجاميع ولربما بوحدات قياس مختلفة، لذا نلجأ للنظر الى نسبة ما يشكله الانحراف المعياري من المتوسط الحسابي وهذا يقودنا الى مقياس جديد يسمى (معامل الاختلاف).

يعرف معامل الاختلاف على أنه النسبة المئوية التي يشكلها الانحراف المعياري (S) أو يرمز له (SD) من المتوسط الحسابي ($\bar{X}$) ويرمز لمعامل الاختلاف بالرمز (CV). ويحسب وفق المعادلة الأتية:

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

وبالتالي فهو يقاس كنسبة مئوية خالية من الوحدات:

مثال:

لو كان لدينا عينة خاصة بدرجات الطلبة لمادة الرياضيات بمتوسط (58) والانحراف المعياري هو (8)، وعينة أخرى لمادة الوراثة بمتوسط (70) والانحراف المعياري هو (8.61)، أوجد معامل الاختلاف لكل منهما مفسرا النتائج:

معامل الاختلاف لمادة الرياضيات هو:

$$C.V. = \frac{8}{58} \times 100 = 13.79\ \%$$

أما معامل الاختلاف لمادة الوراثة فهو:

$$C.V. = \frac{8.61}{70} \times 100 = 12.30\ \%$$

وهذا يعني أن درجة تشتت درجات مادة الوراثة هي أقل من درجة تشتت مادة الرياضيات.

ان معامل الاختلاف كلما كان أقل يكون ذلك أفضل، وعندما يزداد بشكل كبير (غير مقبول) يمكن اللجوء الى زيادة حجم العينة (عدد المشاهدات المدروسة) لتقليله، كما يستعمل للمفاضلة بين الصفات أو طرق القياس أو طرق التدريس.

مثال (واجب):

العينة (البيانات) الاتية تمثل درجات تسعة طلبة في مادة الاحصاء، أحسب المعدل والوسيط والمنوال والتباين (S^2) والانحراف القياسي (S) والخطأ القياسي (SE) ومعامل الاختلاف (CV).

X: 60 , 78 , 90 , 76 , 45 , 56 , 88 , 31 , 95