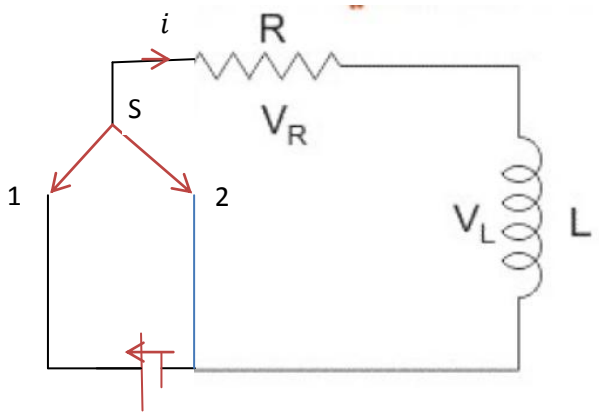
التيار المستمر هو تيار ذو قيمه ثابته مع الزمن ويمكن الحصول عليه عند ربط مقاومه بطرفي مصدر للتيار المستمر ويأخذ قيمه ثابته مباشره بعد غلق الدائرة. ولكن اذا احتوت الدائرة على متسعة أو محاثة أوكليهما بالإضافة الى المقاومة سوف تظهر تيارات عابرة تضمحل بعد وقت قصير من نشوئه.

4-1 دائرة مقاومة - محاثة RL- Circuit



الدائرة تحتوي على ملف معامل حثه الذاتي L= مربوط على التوالي مع مقاومة R .

اذا كان التيار المار في الدائرة ثابت القيمة فليس هناك اي تأثير للمحاثة على الدائرة الكهربائية الأ ان تأثيرها يظهر عند يكون التيار متغير القيمه.

4-1-1 نمو التيار Growth of current

عند وضع المفتاح على الموضع (1) فأن الملف والمقاومة يكونان مربوطين بمصدر ثابت للقوه الدافعة الكهربائية (نهمل المقاومة الداخلية للمصدر) ε .

في اللحظة التي يمس فيها المفتاح الموضع (1) t=0 فان فأنه قيمة التيار المار في الدائرة مساويه الى الصفر($i = 0$) وبعدها يبدا بالازدياد, ولاحتواء الدائرة على مقاومة ومحاثة فأنه قيمة التيار لا ترتفع مباشرة الى $i_\circ$(القيمة النهائية للتيار) .

ولكنها تأخذ فترة معينه من الزمن وبعدها تستقر على القيمة الثابتة $i_\circ$.

عندما يبدأ التيار بالنمو فسوف ينشا فيضا متغيرا في الملف يؤدي (حسب قانون فأراداي وقانون نويمان (*Neumann's Law*) **كما يسمى احيانا قانون لينز**) الى توليد قوه دافعة كهربائية محتثة مقدارها $L\frac{di}{dt}$ وتكون معاكسه للتغير الحاصل للتيار (الزيادة في هذه الحالة): اي انها تكون مضادة للقوة الدافعة الكهربائية الموجودة اصلا في الدائرة. بما ان مقدار التغير في التيار يقل بمرور الزمن لذا فان القوة الدافعة الكهربائية المحتثه (ق.د. ك المحتثه) الموجودة تتناقص قيمتها مع الزمن . بسبب وجود (ق.د. ك المحتثه) تكون محصلة ق.د. ك التي تولد التيار في الدائرة هي $(\varepsilon - L\frac{di}{dt})$

نفرض ان التيار الآني المار في الدائرة بعد زمن مقداره $i = \text{t}$

بتطبيق قانون *كيرشهوف* الثاني للجهد على الدائرة , او باستخدام التيارات المغلقة او معادلة الدائرة $\sum \varepsilon = \sum iR$ نجد ان:

$$\therefore V_L + V_R = \varepsilon$$

V_R =فرق الجهد على المقاومة $iR = R$

V_L =فرق الجهد على الملف $L\frac{di}{dt} = L$

$$\varepsilon - V_L = V_R$$

$$\varepsilon - L\frac{di}{dt} = iR \dots\dots\dots\dots (1)$$ معادلة الدائرة

هذه المعادلة هي معادلة تفاضلية خطيه$(\frac{dy}{dx} + py = Q(x))$ *تحل باستخراج عامل التكامل*

$$I.F = e^{\int pdx}$$ ل

او باستخدام طريقة فصل المتغيرات

$$L\frac{di}{dt} = (\varepsilon - iR)$$

$$\frac{di}{\varepsilon - iR} = \frac{dt}{L} \dots\dots\dots (2)$$

بتكامل طرفي المعادلة ينتج

$$\frac{-1}{R}\ln(\varepsilon - iR) = \frac{t}{L} + C \dots\dots\dots (2)$$

C = ثابت التكامل نجد قيمته باستخدام الشروط الابتدائية عندما t=0 فأن i=0

$$\therefore C = \frac{-1}{R}\ln(\varepsilon) \dots\dots\dots (3)$$

نعوض قيمة C في (2)

$$(-1)/R\ \ln(\varepsilon - iR) = t/L + (-1)/R\ \ln(\varepsilon)$$

$$\frac{-1}{R}\left(\ln\left(\frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon}\right)\right) = \frac{t}{L}$$

$$\ln\left(\frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon}\right) = \frac{-R}{L}t$$

$$1 - \frac{R}{\varepsilon}i = e^{\frac{-R}{L}t}$$

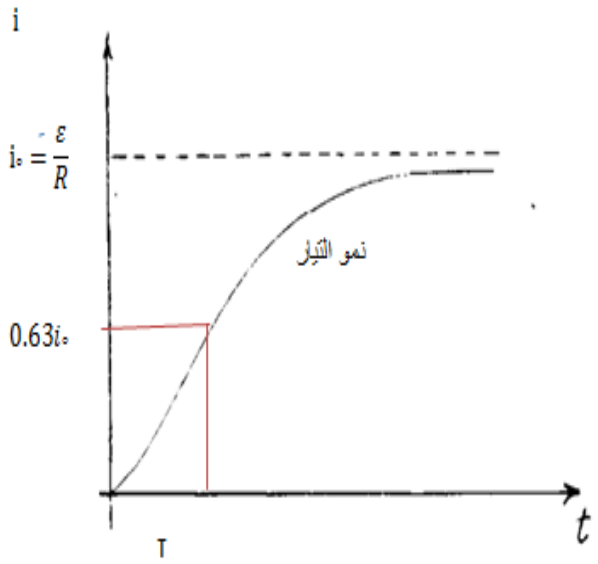
$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{\frac{-R}{L}t}\right) \ldots\ldots\ldots (4)$$

القيمة النهائية للتيار عندما يكون $t = \infty$

$$i_\circ = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\therefore i = i_\circ\left(1 - e^{\frac{-R}{L}t}\right) \ldots\ldots\ldots (5)$$

عند رسم معادلة رقم (5) نلاحظ ان التيار يزداد اسيا مع الزمن الى ان يصل الى القيمة النهائية$i_\circ$



عند رسم هذه العلاقة نلاحظ ان التيار يزداد أسيا في الدائرة ويقترب من $i_\circ$ عندما $t = \infty$.
نظريا نلاحظ ان التيار الكهربائي يصل قيمته النهائية الثابتة بعد مرور زمن طويل جدا عند احتواء الدائرة على محاثة ويمكن ان تصل قيمة التيار الى قيمه قريبه من قيمته العظمى $i_\circ$ بعد

مرور زمن قصير جدا عند ربط الدائرة الكهربائية وهذا يعتمد على قيمة المقدار($\frac{L}{R}$) , وتسمى هذه النسبة بثابت الزمن للدائرة ويرمز لها بالرمز (τ) وتقاس بالثواني.

$$\mathrm{T} = \frac{L}{R} \leftrightarrow \frac{Henry}{ohm} = \frac{\frac{V}{Amp/sec}}{\Omega} = \frac{V}{V/sec} = sec$$

لذا يمكن ان نكتب العلاقه رقم (5) بالشكل التالي :

$$i = i_{\circ}\left(1 - e^{-\mathrm{T}/t}\right) \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\frac{1}{e} \cong 0.37 \quad , e^{-1} = 2.72$$

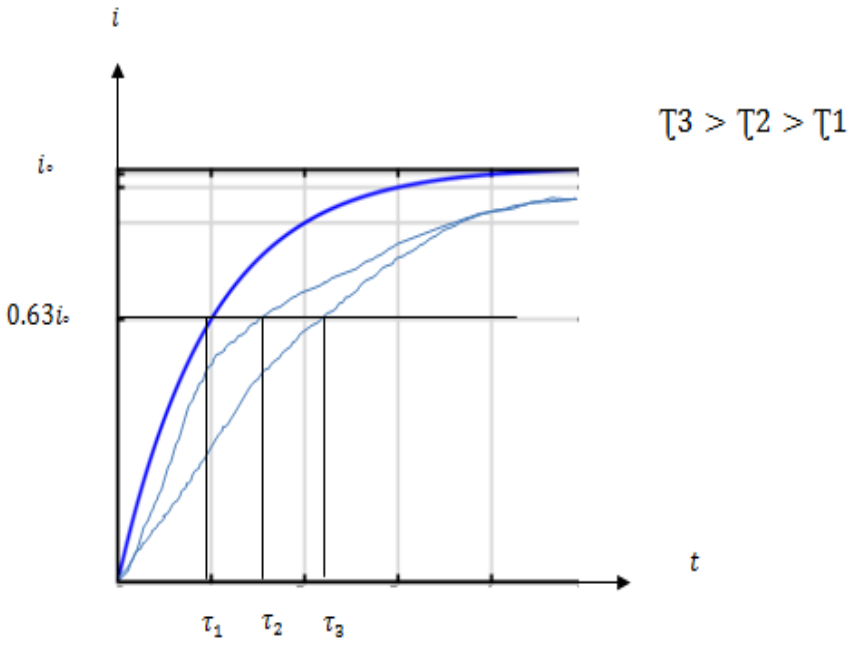
عندما $t = \tau$ فأن

$$i = 0.63 i_{\circ}$$

لذا يمكن ان نعرف ثابت الزمن (τ) بأنه الفترة الزمنية اللازمة لكي تنمو قيمة التيار الى 0.63 من قيمته النهائية $i_{\circ}$.

من المعادلة (6) نلاحظ ان التيار يصل الى 0.99 من قيمته النهائية($i_{\circ}$) بعد مرور زمن مقداره $(4.6\,\tau)$ من غلق الدائرة , لذا يمكن ان نعتبر عمليا ان التيار يصل الى قيمته النهائية بعد مرور زمن مقداره $(5\,\tau)$.

كلما صغرت قيمة ثابت الزمن (اي عندما تكون قيمة L صغيرة) فأنه قيمة i تصل الى قيمتها النهائية بصورة اسرع.



اما اذا كان الملف يحتوي على عدد كبير جدا من اللفات او كانت اللفات ملفوفه حول مادة فيرومغناطيسية فأنه قيمة L لا تكون ثابته وتكون قيمتها كبيرة في هذه الحالة يحتاج نمو التيار الى مدة اطول لكي يصل الى $i_\circ$. لذلك تستعمل دوائرRL كعناصر تنغيم في الدوائر الالكترونية

من الممكن ان نلاحظ ان سرعة زيادة التيار مع الزمن في دائرة تحتوي على ملف ومقاومة وهي

$$\frac{di}{dt} = i_\circ \frac{R}{L} \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}\mathrm{t}} = \frac{R}{L}(i_\circ - i)$$

اذن سرعة زيادة التيار تتوقف على $\left(\frac{L}{R}\right)$.

لحساب فرق الجهد على طرفي المحادثة V_L

اما ان نستخدم $V_L = \varepsilon - iR$ او

$$V_L = L\frac{di}{dt} \ldots\ldots\ldots (7)$$

من معادلة(6) و(7) نجد ان

$$V_L = \varepsilon \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}}} \ldots\ldots\ldots 8$$

اما القدرة الانيه

$$P_L = iV_L = \frac{\varepsilon^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{\mathrm{T}}} - e^{-\frac{2t}{\mathrm{T}}}\right) \ldots\ldots\ldots 9$$

الجهد عبر R هو

$$V_R = iR = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\mathrm{T}}}\right) \ldots\ldots\ldots 10$$

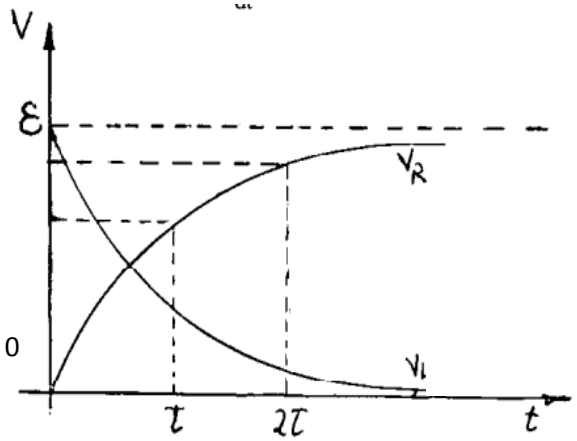
والقدرة الانيه

$$P_R = iV_R = \frac{\varepsilon^2}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\mathrm{T}}}\right)^2 \ldots\ldots\ldots 11$$

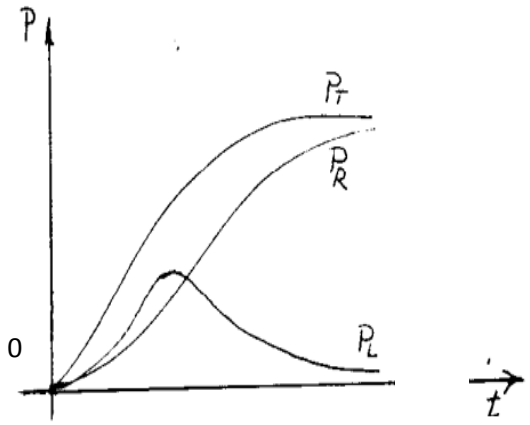
اذن القدرة الكلية هي

$$P_T = P_L + P_R$$

$$P_T = \frac{\varepsilon^2}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\mathrm{T}}}\right) \ldots\ldots\ldots 12$$



شكل (5): يمثل علاقة الفولتية (في حالة النمو) مع الزمن.



شكل (6): يمثل علاقة القدرة الآنية في المقاومة والمحاثة والقدرة الكلية مع الزمن.

عندما t=0 فأنه تغير التيار بالنسبة للزمن $\left(\frac{di}{dt}\right)$ يكون في قيمته العظمى ويساوي ε/L

وهذا يجعل V_L في قيمة القصوى وان $P_L = 0$ (لان $i = 0$ عندما t=0)

وعندما $t = \infty$ فأنه $\frac{di}{dt} = 0$ وان $V_L = 0$ وكذلك $P_L = iV_L = 0$

من الشكل نجد ان مجموع V_L و V_R يساوي دائما ε وهذا يحقق قانون كريشهوف .

مثال : دائرة كهربائية تحتوي على مقاومه R وملف حثه الذاتي (L=0.1H) مربوطين على التوالي أحسب التيار المار في الدائرة بعد ثانية واحدة اذا سلط عليهما فرق جهد مقداره ($10V$).

1 – اذا كانت المقاومة (20Ω) 2 –اذا كانت المقاومة (0.1Ω) علما ان $l=0.1H$ في كلا الحالتين.

الحل/

1 - $$i = \frac{10}{20}\left(1 - e^{-\frac{20*1}{0.1}}\right)$$

$$\approx 0.5A$$

ان القيمة القصوى هي $0.5A$ وعلية فأن التيار يصل الى هذه القيمة بأقصى سرعه .

2 - $$i = \frac{10}{0.1}\left(1 - e^{-\frac{0.1*1}{0.1}}\right)$$

$$= 63.2A$$

القيمة القصوى هي $100A$ والتيار يحتاج الى وقت كبير ليصل الى هذه القيمه

مثال: في دائرة $RL-$, احسب الزمن اللازم لكي تكون الفولتيات V_LوV_R متساويتان بعد غلق المفتاح.

الحل:

نفرض انه بعد مضي زمن مقداره t *من غلق المفتاح تتساوى* V_R, V_L

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$V_R = iR = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \dots\dots\dots 1$$

$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

$$= L\frac{\varepsilon}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = \varepsilon e^{-\frac{R}{L}t} \dots\dots\dots 2$$

بتساوي المعادلتين (*1*)و(*2*) نحصل على:

$$\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \varepsilon\left(e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$2\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}\mathrm{t}} = 1$$

$$2 = \mathrm{e}^{\frac{R}{L}\mathrm{t}}$$

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$\ln 2 = \frac{Rt}{L}$$

$$\therefore t = \frac{L}{R}\ln 2 = 0.693\frac{L}{R}$$