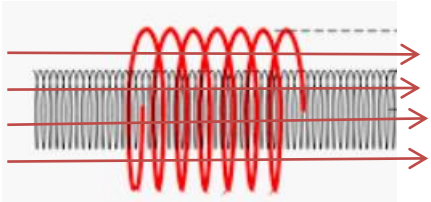
مثال / ملف اسطواني مساحة مقطعة A وطوله ℓ_1 وعدد لفاته N_1 لف في داخل هذا الملف في وسطه ملف قصير مساحة مقطعة A_2 وعدد لفاته N_2 برهن ان معامل الحث المتبادل بين الملفين هو $M = \frac{\mu_\circ N_1 N_2 A_2}{\ell_1}$ اذا كان التيار المتغير المار في الملف الاول يساوي I_1 .



$\bar{B}$

$$M = \frac{N_2 \emptyset_{21}}{I_1}$$

الفيض المغناطيسي الذي يخترق الملف الداخلي $\emptyset_{21}$ عند مرور تيار متغير في الملف الطويل

$$\emptyset_{21} = B_1 A_2 \cos\theta \qquad , \quad \theta = 0 \qquad \cos 0 = 1$$

كثافة الفيض المغناطيسي للملف الطويل B_1

$$B_1 = \mu_\circ n_1 I_1 = \mu_\circ \frac{N_1}{\ell_1} I_1$$

$$\therefore \emptyset_{21} = \mu_\circ \frac{N_1}{\ell_1} I_{1A_2}$$

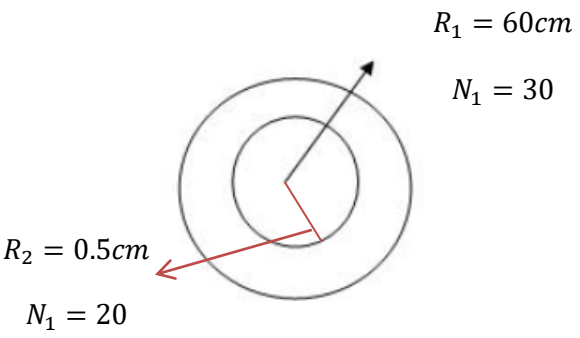
$$M = \frac{N_2}{\cancel{I_1}} \cdot \mu_\circ \frac{N_1}{\ell_1} \cancel{I_{1A_2}}$$

$$M = \frac{\mu_\circ N_1 N_2 A_2}{\ell_1}$$

مثال / عدد لفات الملف الاول 30 لفه ونصف قطرة 60cm وعدد لفات الملف الثاني 20 لفه ونصف قطرة 0.5cm جد

1- معامل الحث المتبادل بينهما

2- اذا كان التيار في الملف الكبير يتغير وفق المعادلة $I = 0.5\cos 377t$ جد (ق.د. ك) في الملف الصغير عندما تكون $t = \frac{1}{240} sec$.



-1

$$M = \frac{N_2 \emptyset_{21}}{I_1}$$

$$\emptyset_{21} = B_1 A_2 \cos\theta$$

كثافة الفيض المغناطيسي للملف الدائري الاول في اي نقطة واقعة على محور الملف وتبعد بمسافة X عن مركزة هي

$$B = \frac{\mu_\circ I N R^2}{2(R^2+X^2)^{\frac{3}{2}}}$$

∴كثافة الفيض المغناطيسي المتولد من الملف الدائري الاول وفي مركزة , لذا نعوض عن X=0

$$B_1 = \frac{\mu_\circ I_1 N_1}{2R_1}$$

$$\therefore \emptyset_{21} = \frac{\mu_\circ I_1 N_1}{2R_1} A_2 \cos\theta$$

بمان خطوط المجال B_1 عمودية على سطح الملف الثاني لذا $\theta = 0$

$$\therefore \emptyset_{21} = \frac{\mu_\circ I_1 N_1}{2R_1} A_2$$

$$M = \frac{N_2}{\cancel{I_1}} \cdot \mu_\circ \frac{N_1}{2R_1} \cancel{I_1} A_2$$

$$M = \frac{\mu_\circ N_1 N_2 A_2}{2R_1}$$

$$A_2 = \pi r^2 = \pi(0.5 * 10^{-2})^2$$

$$M = \frac{4\pi * 10^{-7} * 30 * 20 * \pi(0.5 * 10^{-2})^2}{2 * 60 * 10^{-2}}$$

$$M = 4.93 * 10^{-8} H$$

-2

$$\varepsilon_2 = -M\frac{dI}{dt}$$

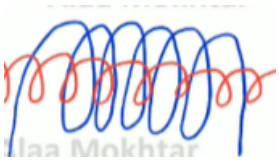
$$= -M\frac{d}{dt}(0.5\cos 377t)$$

$$= +M * 0.5 * 377 \sin 377t$$

$$= 4.93 * 10^{-8} * 0.5 * 377 * \sin(\frac{377}{240} * \frac{180}{\pi})$$

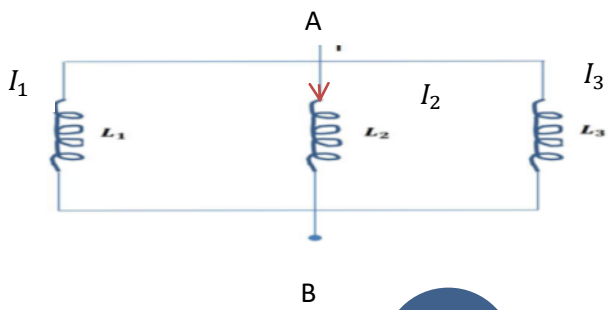
$$\varepsilon_2 = 9.29 * 10^{-6} volt$$

H.W / ملف اسطواني طولة $\ell_1 = 2m$ ومساحته $A_1 = 40cm^2$ وعدد لفاته $N_1 = 20000$ ووضع في داخلة وفي المنتصف ملف قصير بحيث اصبح للملفين محور مشترك وطول الملف القصير $\ell_2 = 20cm$ ومساحتة $A_2 = 16cm^2$ وعدد لفاته $N_2 = 200$ جد معامل الحث المتبادل بين الملفين والقوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف القصير اذا كان التيار في الملف الطويل يتغير بمعدل $0.8Amp/sec$.



-2 ربط التوازي

A- اذا كان الحث المتبادل بين الملفات غير موجود نتصور بحيث ان الحث المتبادل بينهما معدوم او غير موجود.



نفرض ان الحث الذاتي للملف الاول$L_{1=}$

الحث الذاتي للملف الثاني$L_{2=}$

الحث الذاتي للملف الثالث$L_{3=}$

التيار الكلي المار في الدائرة $I =$

التيار المار في الملف $I_1 = L_1$

التيار المار في الملف $I_2 = L_2$

التيار المار في الملف $I_3 = L_3$

في ربط التوازي يكون

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt}$$

$$\because \varepsilon = -L_t \frac{dI}{dt} \quad , \varepsilon_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \quad , \varepsilon_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \quad , \varepsilon_3 = -L_3 \frac{dI_3}{dt}$$

$$\because \frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt}$$

$$\therefore \frac{-\varepsilon}{L_t} = \frac{-\varepsilon_1}{L_1} - \frac{\varepsilon_2}{L_2} - \frac{\varepsilon_3}{L_3}$$

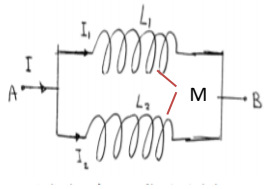
قانون جمع الملفات على التوازي $\therefore \frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$

B – اذا كان الحث المتبادل بين الملفات موجودا

مثال /ملفان الحث الذاتي لاحدهما L_1 والاخر L_2 والحث المتبادل بينهما M احسب معامل الحث الذاتي المكافئ لهما اذا ربطا على التوازي:

1- عندما يكون التياران بنفس الاتجاه في الملفين

2- عندما يكون التياران بالاتجاهين متعاكسين في الملفين



-1

نفرض التيار الكلي المار بالدائرة= I

التيار المار فيL_1 = I_1

التيار المار فيL_2 = I_2

القوة الدافعة الكهربائيه المحتثه في الملفL_1هي

$$\varepsilon = -L_1\frac{dI_1}{dt} - M\frac{dI_2}{dt} \dots\dots\dots (1) \times L_2$$

القوة الدافعة الكهربائية المحتثه في الملفL_2هي

$$\varepsilon = -L_2\frac{dI_2}{dt} - M\frac{dI_1}{dt} \dots\dots\dots (2) \times M$$

نحذف $\frac{dI_2}{dt}$ من المعادلتين (1) و(2) وذلك بضرب المعادلة (1)* L_2و(2) *M ينتج:

$$L_2\varepsilon = -L_1L_2\frac{dI_1}{dt} - L_2M\frac{dI_2}{dt} \dots\dots\dots (3)$$

$$M\varepsilon = -ML_2\frac{dI_2}{dt} - M^2\frac{dI_1}{dt} \dots\dots (4)$$

بطرح (4) من (3)

$$(L_2 - M)\varepsilon = -L_1L_2\frac{dI_1}{dt} + M^2\frac{dI_1}{dt}$$

$$(L_2 - M)\varepsilon = (M^2 - L_1L_2)\frac{dI_1}{dt} \dots\dots\dots (5)$$

نحذف $\frac{dI_1}{dt}$ من المعادلتين (1) و(2) وذلك بضرب المعادلة (1)*M و(2) * L_1 ينتج:

$$M\varepsilon = -L_1M\frac{dI_1}{dt} - M^2\frac{dI_2}{dt} \dots\dots\dots (6)$$

$$L_1\varepsilon = -L_2L_1\frac{dI_2}{dt} - ML_1\frac{dI_1}{dt} \dots\dots\dots (7)$$

بطرح (6) من (7)

$$(L_1 - M)\varepsilon = (M^2 - L_1L_2)\frac{dI_2}{dt} \dots\dots\dots (8)$$

نجمع (5) مع (8)

$$(L_1 + L_2 - 2M)\varepsilon = (M^2 - L_1L_2)\left(\frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}\right)$$

$$\because I = I_1 + I_2 \rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt}$$

$$(L_1 + L_2 - 2M)\varepsilon = (M^2 - L_1L_2)\frac{dI}{dt}$$

$$\frac{-\varepsilon}{dI/dt} = \frac{(L_1L_2 - M^2)}{(L_1 + L_2 - 2M)}$$

$$\therefore L = \frac{(L_1L_2 - M^2)}{(L_1 + L_2 - 2M)}$$

حيث ان $L = \frac{-\varepsilon}{dI/dt}$ ويمثل الحث الذاتي المكافئ

2- وبنفس الطريقة نجد الحث الذاتي المكافئ اذا كان التيار باتجاهين متعاكسين

$$\varepsilon = -L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon = -L_2\frac{dI_2}{dt} + M\frac{dI_1}{dt}$$

$$\therefore \acute{L} = \frac{(L_1L_2 - M^2)}{(L_1 + L_2 + 2M)}$$

3-9 الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي

نفرض ملف حثه الذاتي $= L$

التيار الكهربائي المار فيه يتغير بمقدار ثابت $= i$

القوة الدافعة المحتثه المتولدة في الملف هي

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

القدرة الانية المصروفة على الملف (المعدل الزمني للشغل المصروف)

$$P = i\varepsilon$$

$$P = -Li\frac{di}{dt} \ldots\ldots (1)$$

$$\because P = \frac{-dw}{dt} \ldots\ldots (2)$$

الاشارة السالبة تعني ان الشغل المنجز هو ضد ق.د . ك المحتثه

$$\frac{\cancel{-}dw}{\cancel{dt}} = \cancel{-}\mathrm{Li}\frac{di}{\cancel{dt}}$$

$$dw = Lidi$$

∴ الشغل الكلي المنجز على الملف حتى يصبح التيار $I =$

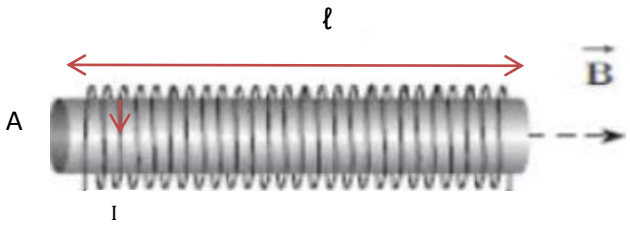
$$\int dw = \int_0^I Lidi$$

$$w = \frac{1}{2}LI^2 \ldots\ldots\ldots (3)$$

W يمثل مقدار الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي

3-10 كثافة الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي

كثافة الطاقة تعرف بانها مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في وحدة الحجم من المجال المغناطيسي



مثال/

نتصور ملف اسطواني طولة = ℓ

ومساحة مقطعة =A

وعدد لفاته N

نفرض التيار المار في الملف=I

الحث الذاتي للملف الاسطواني=L

$$\because L = \frac{N\emptyset}{I}$$

$$\emptyset = BA\cos\theta \ldots\ldots..(1)$$ كثافة الفيض المغناطيسي داخل الملف الاسطواني

$$B = \mu_\circ nI = \mu_\circ \frac{N}{\ell} I \ldots\ldots\ldots (2) \qquad ,\theta = 0$$

بتعويض (2) في (1) ينتج

$$\therefore \emptyset = \mu_\circ \frac{N}{\ell} AI$$

$$\therefore L = \frac{N\left(\frac{\mu_\circ N I}{\ell}\right)A}{I}$$

الحث الذاتي للملف الاسطواني $L = \frac{\mu_\circ N^2 A}{\ell}$

∴ الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي داخل الملف هي

$$\because w = \frac{1}{2} L I^2$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_\circ N^2 A}{\ell}\right) * I^2$$

نضرب المقدار $\frac{\mu_\circ}{\mu_\circ} * \frac{\ell}{\ell}$

$$\therefore W = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_\circ N^2 A}{\ell}\right) * I^2 * \frac{\mu_\circ}{\mu_\circ} * \frac{\ell}{\ell}$$

$$\therefore \mathrm{W} = \frac{1}{2\mu_\circ}\left(\frac{\mu_\circ N I}{\ell}\right)^2 A\ell \ldots\ldots\ldots (3)$$

باستخدام معادلة (2) في (3)

$$W = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2 A\ell$$

حيث $V = A\ell$ حجم الملف الاسطواني

$$W = [\frac{1}{2\mu_\circ} B^2 V] \div V$$

$$\frac{W}{V} = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2$$

حيث $u = \frac{W}{V}$ كثافة الطاقة $= \frac{\text{الطاقة}}{\text{الحجم}}$

$$u = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2 \ldots\ldots\ldots (4)$$

مثال/ ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في جو غرفة ابعادها $3m, 4m, 5m$ في منطقة الحث المغناطيسي الارضي فيها $= 6 * 10^{-5} T$

الحل/ مقدار الطاقة المخزونة في الغرفة هي

W=uv

$$w = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2 * V$$

$$W = \frac{1}{2*4\pi*10^{-7}} * (6 * 10^{-5})^2 * (5 * 4 * 3)$$

$$\mathrm{W} = 0.086\mathrm{Joul}$$

مثال/ ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في طول مقداره $20cm$ من ملف اسطواني مجوف طويل جدا مساحة مقطعة $30cm^2$ وعدد لفات المتر الواحد من طوله 2000 لفة ويمر خلاله تيار كهربائي شدته 2Amp .

الحل/

$$u = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2$$

W=uv

$$w = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2 A\ell$$

$$B = \mu_\circ nI = 4 * \pi * 10^{-7} * 2000 * 2 = 1.6 * 10^{-3} * \pi = 5.02 * 10^{-3}$$

$$w = \frac{1}{2*4\pi*10^{-7}} * (5.02 * 10^{-3})^2 (30 * 10^{-4} * 20 * 10^{-2})$$

$$w = 192 * 10^{-5} J$$

الحل بطريقه اخرى

$L = \frac{\mu_\circ N^2 A}{\ell}$ الحث الذاتي للملف الاسطواني

$$L = \mu_\circ n^2 A\ell$$

$$L = 4\pi * 10^{-7} (2000)^2 * 30 * 10^{-4} * 20 * 10^{-2} = 96\pi * 10^{-5}$$

$$w = \frac{1}{2} LI^2$$

$$w = \frac{1}{2} * 96\pi * 10^{-5} * 4 = 192 * 10^{-5}\mathrm{J}$$

H.W / ملف دائري عدد لفاته *100* ونصف قطره 6cm *ويسري فيه تيار شدته* 20Amp جد *الطاقة المخزونة المغناطيسية في مركزة* .

مثال/ ملفان متماثلان مربوطان على التوالي يخترق كل منها نصف الفيض المغناطيسي الناشئ عن الاخر , جد الحث المكافئ للمجموعة اذا كان التياران في الملفين

1- باتجاه واحد

2- باتجاهين متعاكسين

الحل/

$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

بما ان الملفين متماثلين

$$N = N_1 = N_2$$

$$L = L_1 = L_2$$

بما ان الملفين مربوطين على التوالي فأن

$$I = I_1 = I_2$$

$$M = \frac{N_2 \emptyset_{21}}{I_1} \ldots\ldots\ldots..(1)$$

او

$$M = \frac{N_1 \emptyset_{12}}{I_2} \ldots\ldots\ldots..(2)$$

بما ان نصف الفيض المغناطيسي المتولد من احد الملفين يقطع الملف الاخر لذا فأن

$$\emptyset_{21} = \frac{1}{2}\emptyset_1 \ldots\ldots\ldots..(3)$$

وكذلك $\emptyset_{12} = \frac{1}{2}\emptyset_2$

نعوض (3) في (1) او(2)

$$M = \frac{N\frac{1}{2}\emptyset_1}{I} = \frac{N\emptyset_1}{2I} \ldots\ldots\ldots(4)$$

الحث الذاتي لكل ملف هو

$$L_1 = \frac{N_1\emptyset_1}{I_1} \quad \text{و} \quad L_2 = \frac{N_2\emptyset_2}{I_2}$$

$$\therefore L = \frac{N\emptyset_1}{I} \quad \text{او} \quad L = \frac{N\emptyset_2}{I} \ldots\ldots\ldots\ldots.(5)$$

بتعويض (5) *في* (4) *نجد ان*

$$M = \frac{1}{2}L$$

(1) اذا كان التياران باتجاه واحد فأن الحث الذاتي المكافئ هو

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L_{eq} = L + L + \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}}L = 3L \ldots\ldots\ldots (6)$$

(2) – اذا كان التياران باتجاهين متعاكسين فأن

$$\acute{L}_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$

$$\acute{L}_{eq} = L + L - \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}}L = L$$