

Chapter Three الفصل الثالث الامثلة والاسئلة

مثال (1): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات الاربعة لكل من الجمل التالية:

1) تسمى السماحية الكهربائية ايضا باسم:

(أ) الطاقة الكهروستاتيكية	(ب) ثابت العزل
(ج) التأثيرية الكهربائية	(د) عزم ثنائي القطب

توضيح للاختيار: مصطلح السماحية الكهربائية أو ثابت العزل الكهربائي هو قياس الطاقة الكهروستاتيكية المخزنة في المادة العازلة وبالتالي هو يعتمد على المادة.

2) ثابت العزل الكهربائي تكون قيمته عالية في

(أ) الموصلات	(ب) أشباه الموصلات
(ج) العوازل	(د) الموصلات فائقة التوصيل

توضيح للاختيار: المواد ذات التوصيلية الأقل مثل السيراميك والبلاستيك لها ثوابت عازلة أعلى. بسبب انخفاض التوصيلية ويقال أن المواد العازلة هي عوازل جيدة.

3) أن عملية إنتاج ثنائي القطب الكهربائي داخل المادة العازل بواسطة مجال كهربائي خارجي تسمى؟

(أ) الاستقطاب	(ب) عزم ثنائي القطب
(ج) الحساسية	(د) المغنطة

توضيح للاختيار: عندما يتم تسليط مجال كهربائي خارجي على العوازل ، فإن المجال الكهربائي يبذل قوة على كل الشحنات الموجبة لتتحرك في اتجاهه بينما تندفع الشحنات السلبية في الاتجاه المعاكس للمجال الكهربائي. وينتج عن ذلك ثنائي القطب الكهربائي في جميع الذرات. وبالتالي فإن عملية إنتاج ثنائي القطب الكهربائي داخل العوازل بواسطة مجال كهربائي خارجي تسمى الاستقطاب.

مثال (2): هل تستقطب المواد العازلة بتأثير مجال كهربائي خارجي وضح ذلك. وما هي أنواع الاستقطاب

واشرح واحدة منها؟

الجواب:

انواع للاستقطاب هي:

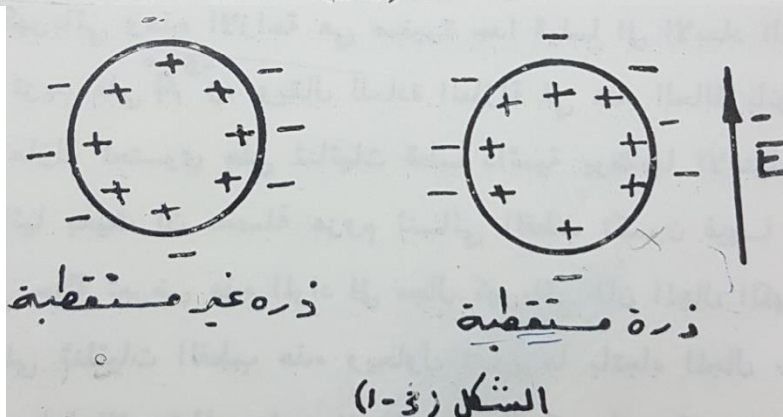
1- الاستقطاب الالكتروني.

2- الاستقطاب الايوني.

3- الاستقطاب التوجيهي.

عندما تقع المواد العازلة تحت تأثير مجال كهربائي فانها تستقطب كما ذكرنا ولنناقش الان ما يحدث عند تعرض المواد العازلة الى مجال كهربائي ومن المعلوم ان ذرات المواد العازلة تتكون من شحنة موجبة في الوسط (النواة) تحيط بها سحابة من الالكترونات (شحنة سالبة) وأن مركز كتلة الشحنات السالبة منطبق

على مركز كتلة الشحنات الموجبة في حالة عدم وجود مجال كهربائي خارجي وبهذا يكون عزم ثنائي القطب مساويا الى الصفر . أما اذا تعرضت المادة العازلة الى مجال كهربائي خارجي فان مركز الكتلة للشحنات الموجبة سوف يزاح باتجاه المجال والسالبة بالاتجاه الماكس وتكون ثنائيات قطب وينتج عن ذلك أن المادة العازلة سوف تمتلك عزم ثنائي قطب وينال أن المادة استقطبت ويسمى هذا النوع من الاستقطاب بالاستقطاب الالكتروني أو المحث **electronic polarization or induced polarization** انظر الشكل (1-3).



مثال (3): اشتق الصيغة الرياضية لشدة المجال كهربائي داخل المادة العزلة.

الحل:

باستعمال مبرهنة كاوس يمكن كتابة قانون كاوس بالشكل التالي :

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_f}{\epsilon_0} \quad (21-3)$$

وفي هذه العلاقة تعني ρ_f كثافة الشحنة لكل أنواع الشحنات حرة كانت أو مقيدة ففي حالة تطبيق هذه العلاقة في الفراغ فان ρ_f تعني كثافة الشحنة في الفراغ ولكن عند استعمالها في وسط عازل فلا بد من أن تأخذ بنظر الاعتبار كثافة الشحنة المقيدة ρ_p والتي تنشأ بسبب استقطاب المادة العازلة وعلى هذا الأساس فبان كثافة الشحنة في هذه الحالة تكون مجموع كثافة الشحنة الحرة وكثافة الشحنة المقيدة $\rho_f = \rho_f + \rho_p$ ولذلك فان المعادلة (21-3) للمواد العازلة تأخذ الشكل التالي :

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_f + \rho_p) \quad (22-3)$$

وهذه المعادلة تمثل قانون كاوس بصيغته العامة ، وأن \vec{E} هي شدة المجال داخل المادة العازلة كما انها تمثل إحدى معادلات ماكسويل كما سنرى مستقبلا على اعتبار أن كثافة الشحنة الكلية في ذلك العيز تساوي $\rho_f + \rho_p$ وبما أن $\vec{E} = -\nabla \phi$ فان

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho_f}{\epsilon_0} \quad (23-3)$$

وعنه الصيغة تمثل معادلة بوازن في المواد العازلة .

وباستعمال العلاقة (12-3) في المعادلة (22-3) نحصل على

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_f - \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \vec{P} \quad (24-3)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_f$$

فاذا فرضنا أن

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (25-3)$$

تأخذ المعادلة (23-3) الشكل التالي :

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (26-3)$$

ويسمى المتجه \vec{D} بالازاحة الكهربائية والوحدة التي يقاس بها في النظام العالمي للوحدات هي وحدات كثافة الشحنة السطحية c/m^2 نفسها ، وبصورة عامة فان قانون كاوس في المواد العازلة باستعمال مصطلح الازاحة الكهربائية يأخذ الشكل التالي :

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_f d\tau \quad (27-3)$$

وتعني المعادلة الاخيرة أن فيض الازاحة الكهربائية خلال سطح مغلق يساوي التكامل الحجمي الذي يحتوي ذلك السطح للكثافة الحجمية للمشحنات الحرة في ذلك الحجم . ومما سبب قاننا نستنتج أن شدة المجال الكهربائي داخل مادة عازلة هي :

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} \quad (28-3)$$

مثال (4): مادة عازلة حجمها (τ) فيها كثافة الشحنة الحجمية ($\rho = 0$) وكثافة الشحنة السطحية ($\sigma = 0$).

1- وضح ماذا يحصل للمادة العازلة عندما توضع في مجال كهربائي خارجي \vec{E} .

2- أثبت ان ($\sigma_p = P_n$) وان ($\rho_p = -\nabla \cdot P_n$). حيث ان P_n تمثل المركبة العمودية للاستقطاب وان كلا من σ_p و ρ_p يمثلان كثافتي الشحنة السطحية والحجمية للاستقطاب على الترتيب.

الحل:

الحل - عندما توضع المادة العازلة في مجال كهربائي خارجي \vec{E} فان ذراتها سوف تستقطب وتكتسب عزم ثنائي قطب. وبما ان نقطة داخل او خارج المادة العازلة سوف يسميت بهذا "جهدا" جديدا يسبب عزم ثنائيات لقطب داخل المادة العازلة.

الجهد الكهربائي لتناثر قطب صغرى لا نقطة بعيدة عنه يساوي -

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2} \quad (1)$$

ولحساب الجهد الناتج من جميع ثنائيات لقطب فاننا نستخدم الصيغة

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2} d\tau' \quad (2)$$

حيث ان $\nabla \cdot \vec{p} = \rho_p$ و $\nabla \cdot \vec{p} = \rho_p$ و $\nabla \cdot \vec{p} = \rho_p$

$$\therefore \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2} = -\nabla \cdot \left(\frac{\vec{p}}{r} \right) = \nabla' \cdot \left(\frac{\vec{p}}{r} \right) \quad (3)$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \vec{p} \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r} \right) d\tau' \quad (4)$$

باستخدام المتكاملة الانتاجية (5)

$$\nabla' \cdot \left(\frac{\vec{p}}{r} \right) = \frac{1}{r} \nabla' \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r} \right) \quad (5)$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int \vec{p} \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r} \right) d\tau' + \int \frac{\nabla' \cdot \vec{p}}{r} d\tau' \right]$$

بما ان $\nabla' \cdot \vec{p} = \rho_p$ و $\nabla' \cdot \vec{p} = \rho_p$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int \vec{p} \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r} \right) d\tau' + \int \frac{\rho_p}{r} d\tau' \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int \frac{\sigma_p}{r} ds + \int \frac{\rho_p}{r} d\tau' \right]$$

حيث ان

$$\sigma_p = P_n \quad \text{and} \quad \rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$$

مثال (5): أذكر الشروط الحدودية بين وسطين عازلين لكل من المجال الكهربائي والجهد الكهربائي والازاحة الكهربائية.

الجواب:

المجال الكهربائي

$$E_{\epsilon_1} = E_{\epsilon_2}$$

والجهد الكهربائي

$$\phi_1 = \phi_2$$

والازاحة الكهربائية

$$D_{n_1} = D_{n_2}$$