

Chapter Two

الفصل الثاني

المجال الكهربائي المستقر في المواد العازلة

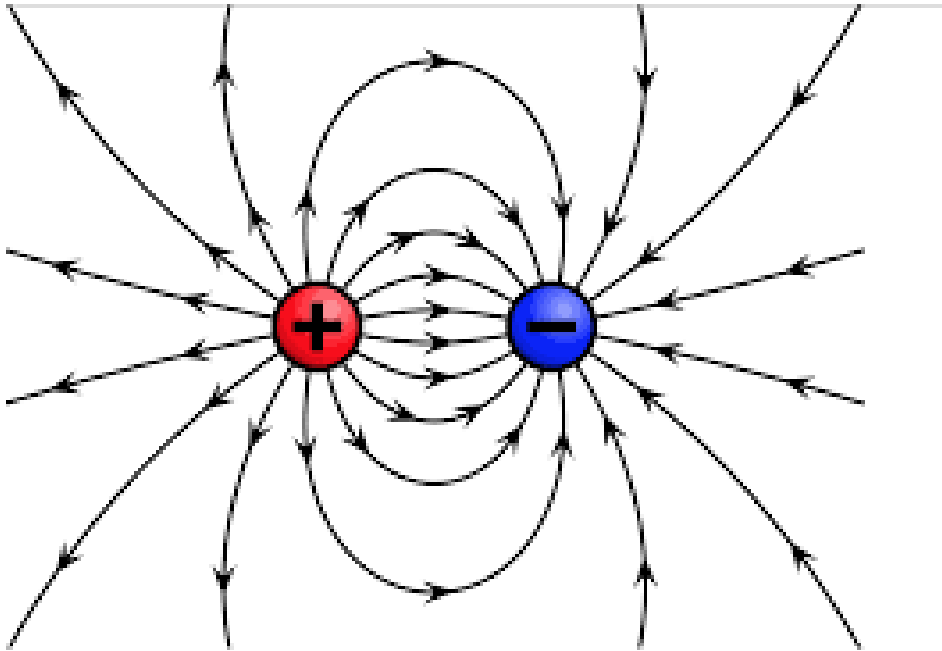
Electrostatic Field in Vacuum

Sequence:10

مدرس المقرر : د. وائل عبد اللطيف كديمي

• (3-2) المجال الكهربائي

• (4-2) أمثلة ومسائل



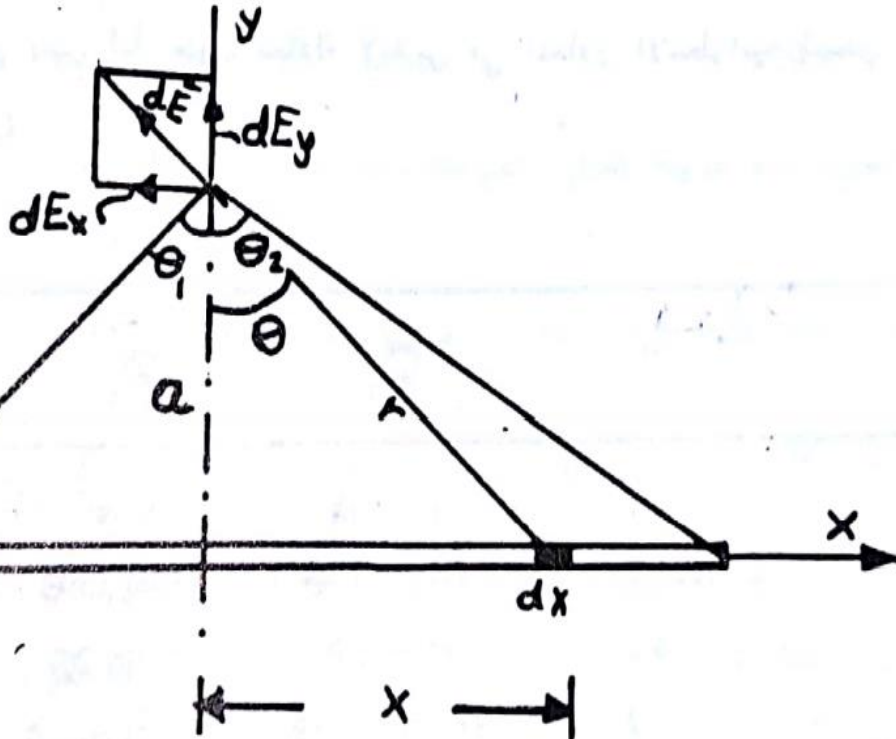
(4-2) المجال الكهربائي

جد شدة المجال الكهربائي خارج سلك مشحون بصورة منتظمة كثافة شحنته الطولية λ .

الحل:

نفرض ان السلك وضع على امتداد المحور x كما مبين في الشكل التالي، والمطلوب هو حساب شدة المجال الكهربائي في نقطة P .

بما أن كل عنصر طول تفاضلي dx من هذا السلك يحمل شحنة dq مقدارها λdx . لإذا اعتبرنا بأن هذا العنصر التفاضلي يمثل شحنة نقطية فإن شدة المجال الكهربائي الحاصلة من هذه الشحنة النقطية في النقطة P هي:



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dx}{r^2} \vec{e}_r$$

ومن الشكل السابق يمكننا كتابة متجه شدة المجال الكهربائي بالصيغة الرياضية التالية:

$$\vec{E} = \hat{i} E_x + \hat{j} E_y$$

$$\vec{r} = \hat{i} x + \hat{j} y$$

ان x و y واقعة في مستو واحد وعليه يمكن ان تاخذ الصيغ التالية:

$$x = r \sin \theta \quad y = r \cos \theta$$

لذلك فأننا نحصل على مركبتي متجه شدة المجال الكهربائي:

$$E_x = E \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dx}{r^2} \sin \theta$$

$$E_y = E \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta$$

وفي هاتين المعادلتين نجد هناك عدة متغيرات هي x ، θ ، r وسوف نبسط عملنا باستبدال كل من r و x بالزاوية θ ، حيث أن:

$$x = r \tan \theta \quad ; \quad dx = r \sec^2 \theta d\theta \quad / \quad r = a \sec \theta$$

وعند تعويض هذه الكميات في المعادلتين السابقتين ووضع حدود التكامل نحصل

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

والآن لنناقش حالتين خاصتين • الحالة الاولى عندما تقع النقطة p على العمود
المنصف للسلك المشحون عندما تكون $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$ ويكون

$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} [\sin\theta - \sin(-\theta)] = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \sin\theta$$

$$-\sin\theta = \sin(-\theta)$$

اذ ان

والحالة الثانية عندما يكون السلك طويلا جدا اذا ما قورن بالبعد a وبذلك تكون:

$$\theta_1 = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$E_x = 0$$

ويكون :

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin-\frac{\pi}{2} \right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

كما يمكن الحصول على نفس النتيجة لـ E_y بتمويض $\sin\theta = 1$ في المعادلة السابقة ونجد من هذا انه في كلتا الحالتين السابقتين تكون محصلة المجال بالاتجاه y فقط لان مركبة المجال بالاتجاه x تكون مساوية الى الصفر لتناظر جزئي

• السلك



شكراً جزيلاً