(6-2) ثنائي القطب الكهربائي

القوة المؤثرة على ثنائي قطب في مجال كهربائي

لنبدأ بحالة خاصة يكون فيها ثنائي القطب متجها باتجاه الاحداثي السيني x ولنعتبر أن المجال الكهربائي غير منتظم وأن طول ثنائي القطب صغير جدا ويساوي Δx اذا كانت قيمة المجال الكهربائي عند الشحنة (-Q) هي E_x وقيمته عند الشحنة +Q هي $E_x+\Delta E_x$ أو $E_x+(\frac{dE_x}{dx})\Delta x$. وهكذا نجد ان القوة المؤثرة على الشحنة السالبة هي $(-E_x\ Q)$ بينما القوة المؤثرة على الشحنة الموجبة تساوي $Q\left[E_x+(\frac{dE_x}{dx})\Delta x\right]$.

وبما أن هاتين القوتين باتجاهين متعاكسين لذا فان محصلتهما على ثنائي القطب هي الفرق بين هاتين القوتين

$$F_x = Q\,\Delta x\,\frac{dE_x}{dx}$$

$$F_x = P\,\frac{dE_x}{dx} \qquad (42\text{-}2)$$

واذا كان لكل من ثنائي القطب والمجال الكهربائي مركبات في الاتجاهات الثلاثة (x,y,z) نجد أن :

$$F_x = P_x\,\frac{dE_x}{dx}$$

$$F_y = P_y\,\frac{dE_y}{dy} \qquad (43\text{-}2)$$

$$F_z = P_z\,\frac{dE_z}{dz}$$

اما اذا كان المجال الكهربائي منتظما فان كلا من F_x و F_y و F_z تساوي صفرا لان الكميات $\frac{dE_x}{dx}$ ، $\frac{dE_y}{dy}$ ، $\frac{dE_z}{dz}$ في هذه الحالة تساوي صفرا أيضا .

الطاقة الكامنة لثنائي قطب كهربائي في مجال كهربائي منتظم

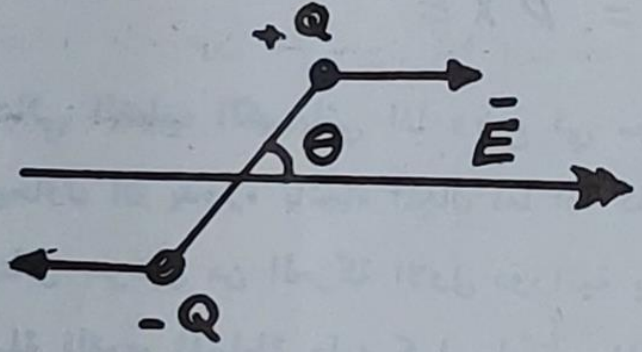
الشكل (2-7) يمثل ثنائي قطب كهربائي يصنع عزمه P زاوية مقدارها θ مع اتجاه المجال الكهربائي المنتظم E فاذا فرضنا أن الجهد عند الشحنة السالبة يساوي ϕ فانه عند الشحنة الموجبة يكون مساويا الى $\phi+\Delta\phi$ والطاقة الكامنة لثنائي القطب تكون :

$$U = Q(\phi + \Delta\phi) - Q\phi = Q\Delta\phi \qquad (44\text{-}2)$$

فاذا كان طول ثنائي القطب مساويا الى Δl :

$$\therefore \Delta\phi = -\bar{E}.\Delta\bar{l} \qquad (45\text{-}2)$$

وهكذا نجد أن



الشكل (2-7)

$$U = -\bar{E}.Q\Delta\bar{l} = -\bar{E}.\bar{P}$$

$$= -EP\cos\theta \qquad (46\text{-}2)$$

وهذه المعادلة تمثل الطاقة الكامنة لثنائي القطب عند وضعه في مجال منتظم والاشارة السالبة التي ظهرت في هذه العلاقة سببها أن الشغل قد انجز من قبل المجال الكهربائي على ثنائي القطب .

العزم المؤثر على ثنائي قطب في مجال كهربائي منتظم :

من ملاحظة الشكل (2-7) نجد أن ثنائي القطب في هذه الحالة يتأثر بقوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه مقدار كل منهما يساوي QE وبالرغم من أن محصلة القوى على ثنائي القطب تساوي صفرا الا أن العزم لا يساوي صفرا والسبب في ذلك أن خط تأثير القوتين لا يقع على استقامة واحدة ، وبهذا نجد أن العزم المؤثر على ثنائي القطب يكون :

$$\Gamma = QE\frac{\Delta l}{2}\sin\theta + QE\frac{\Delta l}{2}\sin\theta \qquad (47\text{-}2)$$

$$\Gamma = pE\sin\theta \qquad (48\text{-}2)$$

ويمكن الحصول على هذه العلاقة مباشرة من المعادلة (2-46) حيث نجد أن

$$\Gamma = \frac{dU}{d\theta} = pE\sin\theta$$

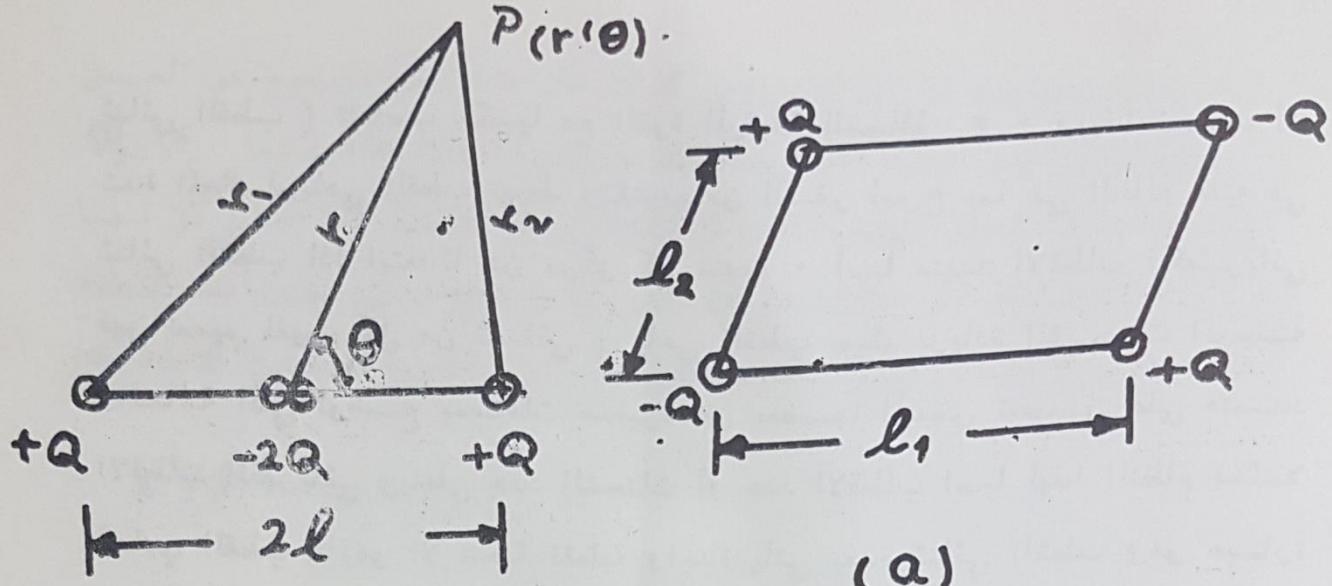
او :

$$\bar{\Gamma} = \bar{p} \times \bar{E} \qquad (49\text{-}2)$$

وخلاصة ذلك أن ثنائي القطب الكهربائي اذا وضع في مجال منتظم فانه يتأثر بهذا المجال بعزم ويحاول أن يدوره باتجاه المجال أما اذا كان المجال غير منتظم فان ثنائي القطب يتأثر بنوعين من الحركة الاولى دورانية بتأثير العزم والاخرى انتقالية بتأثير محصلة القوى المسلطة عليه كما جاء في المعادلة (2-43) .

(2-7) رباعي القطب الكهربائي

رباعي القطب عبارة عن أربعة شحنات مرتبة كما في الشكل (2-8) حيث يمثل الشكل (2-8a) شكل رباعي القطب بصورة عامة ويمثل الشكل (2-8b) رباعي القطب الخطي أو المنتظم ويفترض هنا أيضا أن تكون الازاحة b سفيرة جدا اذا ما قورنت بالمسافة r وسوف نؤكد بدراستنا هنا على رباعي القطب الخطي (Linear Quadrapole) لسهولته ويمكن حساب الجهد لرباعي القطب الخطي على اعتبار أن شحناته تمثل شحنات نقطية .



الشكل (2-8)

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r_1} - \frac{2Q}{r} + \frac{Q}{r_2}\right) \qquad (50\text{-}2)$$

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\left(\frac{r}{r_1} + \frac{r}{r_2} - 2\right) \qquad (51\text{-}2)$$

$$r_1^2 = r^2 + l^2 + 2rl\cos\theta \qquad \left\{ -r_2^2 = r^2 + l^2 - 2rl\cos\theta \right.$$

$$\frac{r}{r_1} = \left[1 + \left(\frac{l}{r}\right)^2 + \frac{2l}{r}\cos\theta\right]$$

وباستعمال مفكوك تايلر وباهمال الحدود التي تحتوي على معاملات ذات قوى أعلى من $\left(\frac{l}{r}\right)^2$ لصغر l بالنسبة الى r نحصل على:

$$\frac{r}{r_1} = \left[1 - \frac{l}{r}\cos\theta + \frac{l^2}{r^2}\left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2}\right)\right] \qquad (52\text{-}2)$$

وكذلك

$$\frac{r}{r_2} = \left[1 + \frac{l}{r}\cos\theta + \frac{l^2}{r^2}\left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2}\right)\right] \qquad (53\text{-}2)$$

وباستعمال قيمة كل من r/r_1 و r/r_2 من المعادلتين (52-2) و (53-2) في المعادلة (51-2) نحصل على :

$$\phi = \frac{2Ql^2}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2}\right) \qquad (54\text{-}2)$$

ومن هذا نجد أن الجهد لرباعي قطب خطي في نقطة ما يتناسب عكسيا مع مكعب المسافة عن مركزه بينما نجد أن شدة المجال E_r و E_θ (لو أتبعنا نفس طريقة

مثال (1):عند وضع شحنة نقطية في وسط سطح كروي مغلقوكان Φ يمثلالفيض الكهربائي الخارج من خلال السطح الكروي المغلق وان Eيمثل المجال الكهربائي خلال هذا السطح الكروي المغلق.

علما بأنE هو المجال الكهربائي الصافي على السطح الكاوسي، وسيكون له تأثير على الشحنات الموجودة داخل وخارجالسطح الكروي المغلق.

صل بين الاجابات الصحيحة بين العمودين:

(1) في حالة إزاحة الشحنة النقطية من المركز ولكن يتم الاحتفاظ بها داخل السطح المغلق		Φ سوف يتغير
(2) في حالة إزاحة الشحنة النقطية بحيث تعبر حدود السطح المغلق		**E سيتغير**
(3) إذا تم الاحتفاظ بأي شحنة أخرى خارج السطح		**Φ سوف لن يتغير**
(4) إذا تم وضع أي شحنة أخرى داخل السطح		**Eسوف لن يتغير**

التفسير العلمي للاختيارات اعلاه هو كما يلي

(1) إذا تم إزاحة الشحنة النقطية من المركز ولكنها بقيت داخل السطح المغلق:

وفقًا لقانون كاوس ، فلن يتغير الفيض الكهربائي Φ. لكن المجال الكهربائي سيتغير على السطح.

(2) في حالة إزاحة الشحنة النقطية بحيث تعبر حدود السطح المغلق:

وفقًا لقانون كاوس ، سيتغيرالفيض الكهربائي Φ ويتغير المجال الكهربائي أيضًا على السطح.

(3) إذا تم الاحتفاظ بأي شحنة أخرى خارج السطح:

وفقًا لقانون كاوس ، فلن يتغير الفيض الكهربائي Φ ولكن المجال الكهربائي سيتغير على السطح حيث أن اي شحنة أخرى موجودة ستؤثر على شدة المجال الكهربائي.

(4) إذا تم وضع أي شحنة أخرى داخل السطح. وفقًا لقانون كاوس ، سيتغير الفيض الكهربائي Φ وسيتغير المجال الكهربائي أيضًا لأن اي شحنة أخرى موجودة ستؤثر على المجال الكهربائي.

مثال (2): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات الاربعة لكل من الجمل التالية:

1) في نقطة على محور ثنائي القطب الكهربائي فأن:

(أ) المجال الكهربائي صفر	**(ب) الجهد الكهربائي صفر**
(ج) ان كلا منالمجال الكهربائي والجهد كهربائي لا يساويان صفر	**(د) يتم توجيه المجال الكهربائي عموديًا على المحور**

2) ثلاثة شحنات كهربائية هي (q+Q)و q و (q-Q) محاطة بالسطح S. ما محصلة الفيض الكهربائي الذي يعبر من هذا السطح؟

(أ) 3q	**(ب) 2q**
(ج) 3q-Q	**(د) لا يمكن تحديد المحصلة بسبب قلة المعلومات في السؤال**