(1-2) المقدمــة

في هذا الفصل سوف ندرس المجال الكهربائي المستقر وهو المجال المتولد من الشحنات الكهربائية المستقرة. سوف نبدأ بقانون كولوم للقوى الكهربائية المستقرة بأعتباره قانونا اساسيا والذي تشتق منه القوانين الاخرى الخاصة بالكهربائية المستقرة. بعد ذلك سنتطرق الى مواضيع شدة المجال الكهربائي والجهد الكهربائي وقانون كاوس ومعادلاتي بوازان ولابلاس وثنائي القطب الكهربائي وطريقة الصور الكهربائية واخيراً حلول معادلة لابلاس باستعمال المحاور المختلفة.

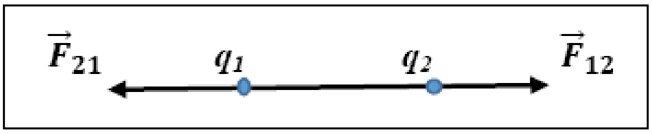
(2-2) قانون كولوم

من القياسات التجريبية على القوى العاملة بين الشحنات الكهربائية نستنتج بأنه:

1- هناك نوعان فقط من الشحنات الكهربائية هي الشحنات الموجبة والشحنات السالبة.
2- تؤثر شحنتان نقطيتان احداهما على الاخرى بقوة :
أ- تعمل على امتداد الخط الواصل بين الشحنتين .
ب- يتناسب مقدار هذه القوة طرديا مع حاصل ضرب الشحنتين .
ج- يتناسب مقدارها عكسيا مع مربع المسافة بينهما .
3- القوة المؤثرة بين الشحنتين اما قوة تنافر اذا كانت الشحنتان متماثلتين او تجاذب اذا كانت الشحنتان مختلفتين.

وعليه فأن *قانون كولوم* ينص على أن القوة بين شحنتين نقطتين ساكنتين تتناسب طرديا مع حاصل ضرب هاتين الشحنتين وعكسيا مع مربع المسافة بينهما ويكون خط تأثير القوة على استقامة الخط الواصل بين تلك الشحنتين.

ويمكن صياغة قانون كولوم بالصيغة الاتجاهية من الشحنة Q_1 الى الشحنة Q_2 بالمعادلة التالية:



$$\vec{F}_{12} = K\frac{Q_1\,Q_2}{r^2}\,\hat{r}_{12} = K\frac{Q_1\,Q_2}{r^3}\,\vec{r}_{12} \quad ......(1)$$

حيث ان $\vec{F}_{12}$ تمثل القوة الكهربائية من الشحنة Q_1 الى الشحنة Q_2 وتقاس بوحدات النيوتن N.

$\vec{r}_{12}$ يمثل المتجه من الشحنة Q_1 الى الشحنة Q_2.

$\hat{r}_{12}$ تمثل وحدة المتجه من الشحنة Q_1 الى الشحنة Q_2 وتعرف بالمعادلة التالية:

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

حيث أن K هو مقدار ثابت قيمته التجريبية هي:

$$K = \frac{1}{4\,\pi\epsilon_o}$$

$$K = 9x10^9 \frac{N.m^2}{coul^2}$$

وتعرف $\in_o$ بانها السماحية الكهربائية للفراغ وتساوي:

$$\in_o = 8.85x10^{-12}\frac{F}{m} or \frac{C^2}{J} or \frac{C^2}{N.m^2}$$

يستخدم قانون كولوم على الشحنات النقطية ، ويقصد بالشحنة النقطية حسب المفهوم العيني ، بأنها تلك الشحنة التي حيزا ابعاده صغيرة جدا مقارنة مع اي طول.

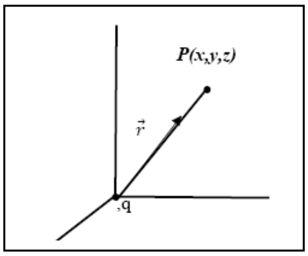
(3-2) شدة المجال الكهربائي

يعرف المجال الكهربائي بأنه الحيز المحيط بالجسم المشحون . ولذلك يصاحب أى جسم مشحون مجال كهربي يحيط به ويؤثر على أي شحنة تقع داخل حيز هذا المجال بقوة تنافر أو تجاذب حسب نوع هذه الشحنة (موجبة أو سالبة.) ويمكن الكشف عن وجود مجال كهربي عند نقطة ما بوضع جسم مشحون بشحنة موجبة صغيرة qo وتسمىبشحنة إختبار فإذا تأثرت هذه الشحنة بقوة كهربائية فهذا يعنى وجود مجال كهربائي عندها.

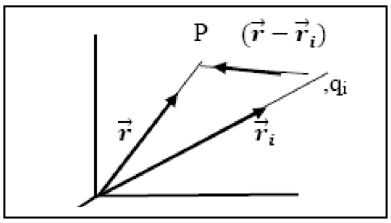
حساب شدة المجال الكهربائي:

تعرف شدة المجال الكهربائي E في نقطة ما بأنها القوة المؤ ثرة لوحدة الشحنة على شحنة الاختبار الموجبة الموضوعة في هذا المجال.

اذا كانت الشحنة المسببة للمجال الكهربائي q واقعة في نقطة الاصل والشحنة الاختبارية واقعة عند النقطة p على مسافة r من الشحنة q فعندئذ يعطى المجال الكهربائي بالعلاقة التالية:



$$\vec{E} = K\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad or \qquad \vec{E} = K\frac{q}{r^3}\vec{r}$$



اما اذا كانت لدينا مجموعة من الشحنات النقطية مسببة للمجال الكهربائي q_i حيث ان (i=1,2,3,...) ولاتقع في نقطة الاصل ولكن تبعد تبعد بمسافة r_i عن نقطة الاصل اما الشحنة الاختبارية عند النقطة P على مسافة r من

نقطة الاصل عندئذ يعطى المجال الكهربائي بالعلاقة التالية:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\ , \qquad as\ \vec{r}_i + (\vec{r}-\vec{r}_i) = \vec{r}$$

أما اذا كان الشحنة موزعة توزيعا حجميا او سطحيا او طوليا فأننا نستعمل طريقة التكامل لايجاد شدة المجال الكهربائي وكالاتي:

$$\vec{E} = K\int \frac{dQ}{r^2}\ \hat{r}$$

وتعتمد قيمة dQ هنا على نوعية توزيع الشحنة ففي حالة التوزيع الطولي فأن:

$$dQ = \lambda\ dl$$

حيث أن λ هي كثافة الشحنة الطولية على ذلك الجسم وان dl هو جزء تفاضلي من طول ذلك الجسم.

وفي حالة التوزيع السطحي للشحنة فأن:

$$dQ = \sigma ds$$

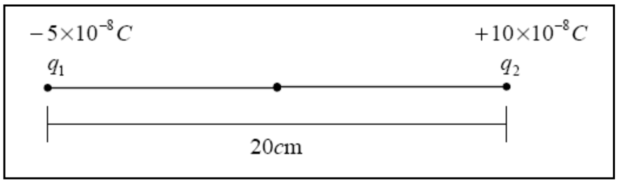
حيث أن σ هي كثافة الشحنة السطحية على ذلك الجسم وأن ds هو جزءاً متناهيا في الصغر من ذلك السطح.

وفي حالة التوزيع الحجمي للشحنة فأن:

$$dQ = \rho\ d\tau$$

حيث أن ρ هي كثافة الشحنة الحجمية على ذلك الجسم وأن $d\tau$ هو جزءاً متناهيا في الصغر من ذلك السطح.

مثال (1): شحنتان نقطيتان مقدارهما $+10\times10^{-8}\,C$ و $-5\times10^{-8}\,C$ تفصلهما مسافة مقدارها $20cm$ كما في الشكل. أوجد (1) مقدار شدة المجال الكهربائي واتجاهه عند منتصف المسافة بينهما(2) لو وضع إلكترون في هذه النقطة فما مقدار القوة الكهربائية واتجاهها المؤثرة عليه.



الحل:

1- تحسب شدتي المجال الكهربائي E_1 و E_2 للشحنتين q_1 وq_2 على انفراد في منتصف المسافة بين الشحنتين كما يأتي :

$$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}=9\times10^9\frac{5\times10^{-8}}{(0.1)^2}=4.5\times10^4\,N.C^{-1}$$

$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r^2}=9\times10^9\frac{10\times10^{-8}}{(0.1)^2}=9\times10^4\,N.C^{-1}$$

وبما أن المجال الناشئ عن الشحنة q_1 يكون بنفس اتجاه المجال الناشئ عن الشحنة q_2 أي باتجاه اليسار، فأن :

وأن $\qquad \vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$

$$E=4.5\times10^4+9\times10^4=13.5\times10^4\,N.C^{-1}$$

-2

يُستعمل قانون كولوم $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$ للشحنتين q_1 و q_2 لغرض إيجاد القوة المؤثرة على الإلكترون وعلى انفراد، أي أن :

$$F_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}=9\times10^9\frac{5\times10^{-8}\times1.6\times10^{-19}}{(0.1)^2}=1.4400\times10^{-14}\,N$$

$$F_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}=9\times10^9\frac{10\times10^{-8}\times1.6\times10^{-19}}{(0.1)^2}=0.7200\times10^{-14}\,N$$

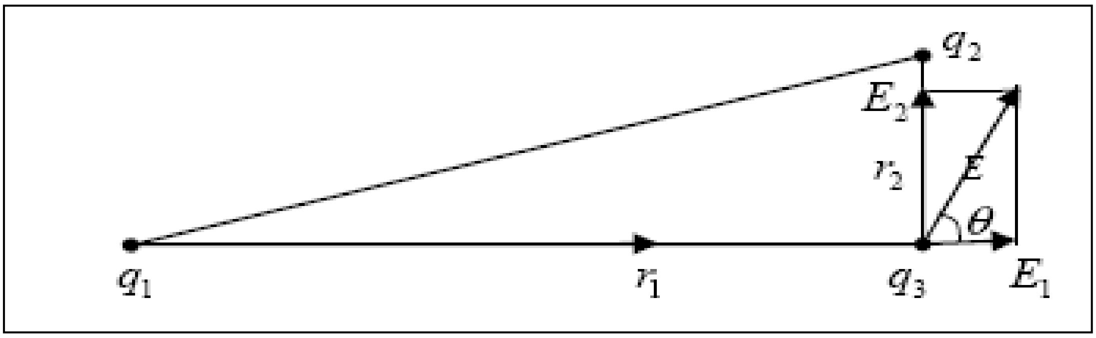
وبما أن تأثير القوتين F_1 وF_2 على شحنة الإلكترون في منتصف المسافة بين الشحنتين q_1 و q_2 يكون باتجاه واحد ونحو اليمين، إذن:

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$$

$$F=1.4400\times10^{-14}+0.7200\times10^{-14}=2.16\times10^{-14}\,N$$

مثال (2):

أوجد مقدار واتجاه المجال الكهربائي الناشئ عن الشحنتين q_1 و q_2 عند النقطة حيث موقع الشحنة q_3 كما مبين في الشكل **(2-1)** ، إذا علمت أن $q_1 = 1.5\times10^{-3}\,C$ و $q_2 = -0.5\times10^{-3}\,C$ و $q_3 = 0.2\times10^{-3}\,C$ ، $r_1 = 1.2m$ و $r_2 = 0.5m$.



الحل:

تحسب شدة المجال الكهربائي الناشئ عن كل من الشحنتين q_1 و q_2 على انفراد وكما يأتي:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2} = 9\times10^9\,\frac{1.5\times10^{-3}}{(1.2)^2} = 0.9375\times10^7\,NC^{-1}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2} = 9\times10^9\,\frac{0.5\times10^{-3}}{(0.5)^2} = 1.8\times10^7\,NC^{-1}$$

وبتطبيق نظرية فيثاغورس على للمثلّث قائم الزاوية نجد مقدار محصلة شدة المجال الكهربائي، أي أن :

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(0.9375\times10^7)^2 + (1.8\times10^7)^2}$$
$$= 2.03\times10^7\,NC^{-1}$$

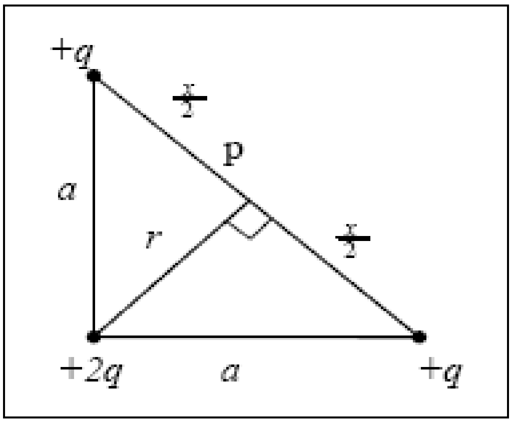
وتحسب الزاوية θ المبينة في الشكل (8-13) لمعرفة اتجاه المجال الكهربائي بعد حساب ظلها وكما يأتي:

$$\tan\theta = \frac{1.8}{0.9375} = 1.9$$

$$\therefore \theta = 62^\circ$$

مثال (3):

أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي عنـــد النقطة p كما في الشكـــل



الحل:

من ملاحظة الشكل نجـــد أن مقدار شدة المجال الكهربــائي الناشـــئ عـــن الشحنتين $+q$ عند النقطة p يســـــاوي صفـــراً، وذلـــك لان المجـــالين متعاكسين في الاتجاه.

أما مقدار شدة المجال الناشئ عن الشحنة $+2q$ فيمكن إيجاده بتطبيق المعادلة:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

وتستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد البعد r :

$$x = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a \quad , \quad \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$a^2 = r^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = r^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$r^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{\frac{a^2}{2}} = \frac{q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$$