4 كثافة الفيض المغناطيسي   Magnetic Density

كان متجه كثافة الفيض المغناطيسي $\vec{B}$ (داخل وسط ممغنط) متولد من وجود ثنائيات أقطاب مغناطيسية موزعة ضمن حيز (وسط) معين.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M} - \mu_0 \vec{\nabla} \phi_m \qquad --- \quad 33$$

حيث أن

$\vec{M}$ متجه التمغنط ، ϕ_m تمثل مجال عددي يسمى الجهد المغناطيسي العددي ويحسب وفقاً للعلاقة التالية:

$$\phi_m = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \cdot \int \left(\frac{\vec{M}}{r}\right) d\tau \qquad --- \quad 34$$

من العلاقة (33) نستنتج أن متجه كثافة الفيض المغناطيسي داخل اي وسط ممغنط يساوي مجموع حدين .
الحد الاول يعبر عنه بدلالة متجه التمغنط الموضعي داخل الوسط الممغنط .
الحد الثاني يعبر عنه بدلالة الجهد المغناطيسي العددي .

5 شدة المجال الكهربائي وقانون أمبير

* أن التيار المستمر الناتج من حركة الشحنات الحره داخل الوسط الموصل يولد حوله مجالاً مغناطيسياً ، ويمكن حساب كثافة الفيض المغناطيسي في اي نقطة قريبة من ذلك التيار .

* أن الوسط المادي أذا كان ممغنطاً تنشأ فيه تيارات تمغنط حجميه ينتج عنها مجال مغناطيسي ويمكن حساب كثافة الفيض المغناطيسي في اي نقطة داخل وخارج ذلك الوسط .

* أذن يمكن القول بأن الوسط الموصل في ظروف معينة قد يولد حوله مجالاً مغناطيسياً لا لانه ممغنطاً فقط وانما لانه يحمل تياراً مستمراً .

في حالة التيارات المستمره في الاوساط غير المغناطيسيه تصح العلاقة التالية :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad --- \quad 35$$

العلاقة (35) تصح بالنسبة لأي تيار سواء كان مستمراً او تيار تمغنط حجمي ، لذلك يمكن أن نكتب العلاقة التالية :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m) \quad --- \quad 36$$

$\vec{J}$ كثافة التيار المستمر .

$\vec{J}_m$ كثافة تيار التمغنط الحجمي في الوسط الممغنط .

العلاقة (36) تصح فقط في المناطق التي تكون فيها مشتقة $\vec{B}$ تبقى مستمره بالنسبة للأحداثيات (x, y, z) لذلك هذه العلاقة لا تستخدم عند سطوح الأوساط المغناطيسيه .

وبما أن $\vec{\nabla} \times \vec{M} = \vec{J}_m$ ---37

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \vec{\nabla} \times \vec{M}) \quad \text{---38}$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) = \vec{J} \quad \text{---39}$$

وتسمى الكمية $\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)$ بشدة المجال المغناطيسي ويرمز لها بالرمز $\vec{H}$.

وتعتبر شدة المجال المغناطيسي من الكميات المهمة جداً والتي تلعب دور مهم في النظرية الكهرومغناطيسية أما وحدة قياسها فهي مشابهة لوحدة قياس $\vec{M}$ اي أن وحداتها هي A/m.

$\therefore$ اعتماداً على العلاقات اعلاه علينا كتابة ما يلي:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{---40}$$

و

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad \text{---41}$$

العلاقة (41) تصح لجميع النقاط الواقعة خارج او داخل اي وسط مغناطيسي.

الآن نجري تكامل سطحي لطرفي العلاقة (41) نحصل على:

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad \text{---42}$$

هذا التكامل علينا تحويله الى تكامل خطي وذلك بالاعتماد على مبرهنة ستوكس

$$\boxed{\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{s}}$$

وبذلك نحصل على :

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad --- 43$$

يمثل c مساراً مغلقاً يعين حدود السطح S .

I يمثل التيار الكلي المستمر المار بهذا السطح وهو لا يتضمن تيارات التمغنط الحجمية .

من العلاقة (43) نستنتج أن التكامل الخطي لمركبة شدة المجال المغناطيسي المماسة لمسار مغلق يساوي التيار الكلي المستمر المار بالسطح الذي تنطبق حافاته على ذلك المسار .

قانون أمبير الدائري

النص اعلاه يمثل الصيغة التكاملية لقانون أمبير وتطبق حتى في الأوساط المغناطيسية عندما يراد حساب $\vec{H}$.

الجدير بالذكر هنا أن تباعد متجه كثافة الفيض المغناطيسي بالنسبة للتيارات المستمرة يساوي دائماً صفراً . ولما كان وجود تيارات التمغنط الحجمية داخل الوسط يسبب نشوء مجال مغناطيسي وهذا المجال مشتق من الجهد المغناطيسي المتجهي وعليه فأن

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad --- 44$$

تصح أيضاً في الأوساط المغناطيسية .

لأنه بالاستفادة من العلاقة $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ وذلك

بأخذ تباعد $(\vec{\nabla} \cdot)$ للطرفين نحصل على

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right)$$

ووفقاً للعلاقة (44) فأن $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{M} \quad .... 45$

العلاقة 45 توضح انه اذا كان متجه التمغنط $\vec{M}$ غير منتظم داخل الوسط الموصل (او اي وسط مادي ممغنط كثافة التيار المستقر فيه صفراً) فان هذا يشير الى وجود مصادر لشدة المجال المغناطيسي $\vec{H}$ كما أن لكل سطح من السطوح الفاصلة بين وسطين متجه تمغنط منتظم إلا أنه مختلف من وسط الى آخر فأن ذلك يشير الى وجود مصادر لشدة المجال المغناطيسي $\vec{H}$.

وبأستخدام مبرهنة كاوس $\oint_s \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_\tau \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \, d\tau$

يمكن أن نكتب $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_\tau \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \, d\tau$

$$\therefore \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \text{---} \quad 46$$

والذي يعني أن الفيض المغناطيسي الخارج من اي سطح مغلق يساوي صفراً .

6 النفاذية والتأثرية المغناطيسية

لوحظ لمعظم المواد (عدا الفيرومغناطيسية منها) أن متجه التمغنط $\vec{M}$ يتناسب مع المجال المغناطيسي الخارجي.

وعليه:

$$\vec{M} \propto \vec{H}$$

متجه التمغنط ↗   ↖ شدة المجال الكهربائي

حيث أن العلاقة بينهما خطية.

بمعنى:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad --- \ 47$$

χ_m يمثل كمية ثابتة خالية من الوحدات يسمى التأثرية المغناطيسية للمادة وتعد مقياس لقابلية المادة للاستقطاب عندما يسلط عليها مجال مغناطيسي خارجي،

وتكون:

$\chi_m \Leftarrow$ سالبة وصغيرة للمواد الدايامغناطيسية.

$\chi_m \Leftarrow$ موجبة وصغيرة للمواد البارامغناطيسية.

ملاحظة: يمكن استخدام العلاقة 47 للمواد الفيرومغناطيسية إلا أن التأثرية المغناطيسية لمثل هذه المواد ليست مقدار ثابت فهي تعتمد على شدة المجال المغناطيسي $\vec{H}$ كما أنها تعتمد على تاريخ التمغنط لتلك المواد. أن التأثرية المغناطيسية للمواد الفيرومغناطيسية تكون موجبة وعالية قد تصل الى بضعة آلاف.

وبالتعويض عن $\vec{M}$ من العلاقة (47) في العلاقة (40) نحصل على :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \quad --- 48$$

والتي يمكن كتابتها

$$49 \;---\; \vec{B} = \mu \vec{H}$$

حيث أن :

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad ---- 50$$

* تمثل μ النفاذية المغناطيسية للمادة ووحدة قياسها هي نفس وحدة قياس نفاذية الفراغ μ_0 . أن μ يمكن قياسها عملياً وهي تساعد بعد معرفة قيمتها على حساب الفيض المغناطيسي الكلي المار في الوسط المادي من العلاقة (49) بعد أيجاد شدة المجال المغناطيسي $\vec{H}$ من العلاقة (41) وبعد حساب هاتين الكميتين يمكننا اعطاء فكرة أوضح عن التأثيرات التي يحدثها الوسط المادي دون أن يستوجب معرفة قيمة $\vec{M}$.

ويعرف معامل النفاذية النسبي K_m على أنه النسبة بين نفاذية المادة ونفاذية الفراغ :

$$K_m = \mu / \mu_0 \quad --- 51$$ (وهو عدد ليس له وحدات)

ومقارنة المعادلات (50) و (51) نجد

$$K_m = (1 + \chi_m) \quad --- 52$$

وللفراغ تكون $\mu = \mu_0$ و $K_m = 1$ وأن $\chi_m = 0$. أي أن التمغنط يساوي صفر للفراغ أذ أن التمغنط هو صفة من صفات الوسط المادي .

الأن نعوض (49) في العلاقة (43) نحصل على :

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I$$

هذه العلاقة لا تختلف عن قانون أمبير الدائري سوى أنه تم استبدال μ_0 بـ μ .