Chapter Five   الفصل الخامس

الخواص المغناطيسية للمواد

Magnetic Properties of Matter

5-1 تمهيد

* سنحاول في هذا الفصل الإجابة على الاستفسارات لفهم التأثيرات المختلفة التي يحدثها المجال المغناطيسي الخارجي على المادة. لفهم ذلك علينا أن نبدأ من تأثير المجال الخارجي المسلط على الذرة المكونة للمادة ، تتكون الذرة من البروتونات والنيوترونات مجتمعة سوية في الوسط مكونة ما يسمى نواة الذرة يحيطها عدد من الالكترونات الدائرة حولها بمدارات معينة .
* أن هذه الالكترونات تناظر في دورانها التيارات الكهربائية الدوارة على مستوى القياسات الذرية وعليه و بسبب دوران الالكترون في مدارات مغلقة يتكون عزم ثنائي قطبي مغناطيسي مرافقاً لهذا الالكترون .
* أن محصلة عزوم ثنائيات الأقطاب المغناطيسية هذه لكل ذرة نتيجة حركة الالكترونات العائدة لها في مدارات مغلقة تسمى العزم المغناطيسي المداري .

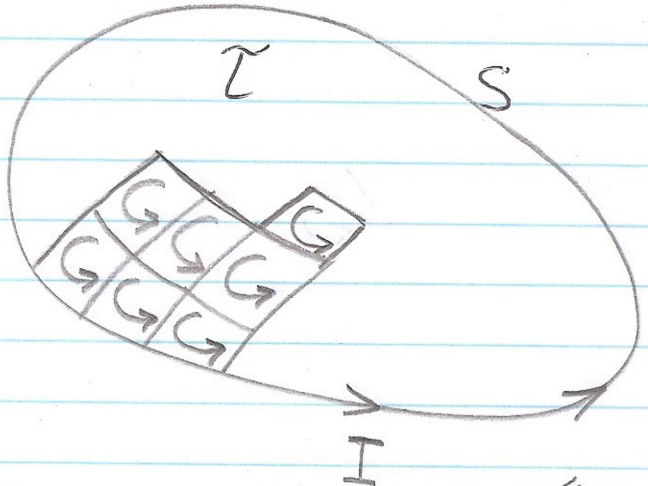
* أضافة الى هذا العزم هنالك عزم مغناطيسي آخر ناتج من التأثيرات النسبية لحركة الالكترون يسمى العزم المغناطيسي المغزلي (البرمي) . هذا النوع من العزم المغناطيسي يلعب دوراً مهماً في تحديد الخواص المغناطيسية للمواد المختلفة .
* أن وجود العزوم المغناطيسية للالكترون جعلت الفيزيائيين يستنتجون بأن للالكترون حركة مغزلية (برمية) وأن العزم الناتج من هذه الحركة يسمى العزم المغناطيسي المغزلي (البرمي) .

The Magnetization   5-2 التمغنط

* لنتصور أن لدينا وسط مادي حجمه τ يحيط به سطح مغلق S وكما هو موضح في الشكل (1) . ولنتصور الآن أن هذا الوسط يتكون من عدد كبير من مسارات مغلقة صغيرة ومتجاورة يمر في كل منها تيار كهربائي دوار يكافئ عزم مغناطيسي معين .

* فاذا وقع هذا الوسط بعيداً عن تأثير مجال مغناطيسي خارجي فأن العزوم المغناطيسية لهذا الوسط قد تترتب بصورة عشوائية وتصبح عندئذ محصلة العزوم المغناطيسية له مساوية للصفر .

* أما اذا تعرض هذا الوسط لمجال مغناطيسي خارجي فأن عزوم ذراته تحاول أن تتراصف باتجاه المجال الذي تتعرض أليه ومما يلاحظ أن كل ذرة في هذا الوسط رغم أنها تحتوي مجموعة من الالكترونات قد لا تمتلك عزما مغناطيسياً واذا وقعت مثل هذه الذرات تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي يحدث تغير في حركة الالكترونات العائدة لها ينشأ عنه عزم مغناطيسي محتث .



الشكل (1)

* أن هذا التأثير نراه موجوداً في جميع المواد بدون استثناء الا أنه قد لا يظهر في كثير من المواد ذلك لوجود تأثير آخر مضاد أقوى منه فيحجبه ويمنع ظهوره .

* أن التأثيرات الخارجية التي يحدثها الوسط المادي بسبب المجال المغناطيسي المسلط عليه يمكن أن يفسر على أساس أن الحيز الذي يحتويه هذا الوسط تنتشر فيه ثنائيات أقطاب مغناطيسية .

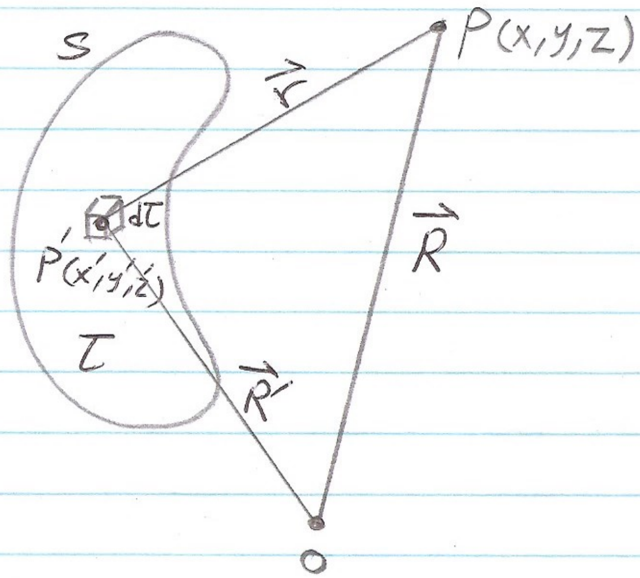
فاذا فرضنا أن العزم المغناطيسي لكل ذرة في هذا الوسط المادي هو $\vec{m}$ وأن عدد الذرات (أو الجزيئات) لوحدة الحجم هو N فأن التمغنط ($\vec{M}$) يساوي :

$$\vec{M} = N\vec{m} \qquad ----(1)$$

وعلى هذا الأساس اذا فرضنا أن $\Delta\vec{m}$ هو العزم المغناطيسي ضمن حجم صغير $\Delta\tau$ من الوسط المادي الذي يحيط بنقطة مثل P كما في الشكل (2) فأن متجه التمغنط يمكن أن يعرف كالآتي :

$$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{m}}{\Delta\tau} \qquad -----(2)$$

وعليه فأن متجه التمغنط $\vec{M}$ هو العزم المغناطيسي لوحدة الحجوم من المادة ، ووحدة قياسه هي $\frac{A}{m}$.



الشكل (2)

Magnetization Currents تيارات التمغنط 5-3

لنفرض أن الشكل (2) يمثل وسط مادي مغناطيسي وهذا الوسط قد جزئ الى ثنائيات أقطاب مغناطيسية. وليكن عزم احدهما $d\vec{m}$ وحجمه $d\tau$. فاذا كانت متجه التمغنط في النقطة p' هو $\vec{M}(x', y', z')$ نحصل على أن

$$d\vec{m} = \vec{M}\, d\tau \qquad \text{---- } 3$$

أن الجهد المغناطيسي المتجهي في اي نقطة على بعد $\vec{r}$ من ثنائي قطب مغناطيسي يساوي

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\vec{m} \times \frac{\vec{r}}{r^3}\right)} \qquad \text{---- } 4$$

أن الثابت $\frac{\mu_0}{4\pi}$ له قيمة ووحدة قياس محددة وتساوي

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ N/A^2$$

واذا استبدلنا الكمية $\vec{m}$ بالكمية $\vec{M}d\tau$ في العلاقة (4) وأجرينا التكامل بالنسبة لجميع أجزاء الوسط وبذلك نحصل على الجهد المغناطيسي المتجهي في اي نقطة خارج الوسط.
لذلك يكون الجهد المغناطيسي المتجهي في نقطة p مساوي الى:

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau}\left\{\vec{M}(x', y', z') \times \frac{\vec{r}}{r^3}\right\} d\tau \qquad \text{--(5)}$$

* وبما أن العزم المغناطيسي للوسط الممغنط هو نتيجة تيارات ذرية دوارة من الواضح إذن أن يكون هنالك ارتباط بين المجال المغناطيسي الذي يولده هذا الوسط وتيارات كهربائية مكافئة يطلق على بعضها تيارات حجمية وعلى الأخرى تيارات سطحية.

ويمكن أثبات ذلك اذا بدأنا بكتابة العلاقة الأخيرة بالشكل الآتي :

بما أن
$$\boxed{\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)=-\frac{\vec{r}}{r^3}} \quad ---(6)$$

∴ العلاقة (5) تصبح

$$\vec{A}=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau}\left\{\vec{M}\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)\right\}d\tau \quad ---(7)$$

وبما أن

$$\boxed{\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right)=-\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)} \quad ---(8)$$

حيث أن $\vec{\nabla}'$ تعني أن عملية التفاضل كانت بالنسبة للاحداثيات (x', y', z') وبذلك العلاقة 7 تصبح :

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau}\left\{\vec{M}\times\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right)\right\}d\tau \quad ---(9)$$

وبما أن :

$$\boxed{\vec{\nabla}'\times\left(\frac{\vec{M}}{r}\right)=\frac{1}{r}\vec{\nabla}'\times\vec{M}-\vec{M}\times\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right)} \quad ---10$$

$$\therefore\ \vec{M}\times\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right)=\frac{1}{r}\vec{\nabla}'\times\vec{M}-\vec{\nabla}'\times\frac{\vec{M}}{r} \quad ---11$$

نعوض العلاقة (11) في العلاقة (9) نحصل على

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau}\frac{\vec{\nabla}'\times\vec{M}}{r}d\tau-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau}\vec{\nabla}'\times\left(\frac{\vec{M}}{r}\right)d\tau \quad ---12$$

تكامل حجمي

علينا تحويل هذا التكامل الحجمي الى سطحي

باستخدام مبرهنة ستوكس يمكن تحويل التكامل الحجمي الثاني الى تكامل سطحي :

$$\int_{\tau} \vec{\nabla}' \times \left(\frac{\vec{M}}{r}\right) d\tau = \oint_{S} \frac{\vec{n} \times \vec{M}}{r}\, ds \qquad --- 13$$

يمثل S سطح مغلق يحيط بالحجم τ وان $\hat{n}$ يمثل وحدة متجه عمودي على السطح S تتجه الى خارج السطح .

نعوض (13) في (12) نحصل على :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{M}}{r}\, d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{S} \frac{\vec{M} \times \vec{n}}{r}\, ds \qquad --- 14$$

أن الكمية $\vec{\nabla}' \times \vec{M}$ تكافئ كثافة تيار حجمي $\vec{J}_m$.
و الكمية $\vec{M} \times \vec{n}$ تكافئ كثافة تيار سطحي $\vec{J}_{ms}$.

اذن لدينا العلاقات

$$\vec{\nabla}' \times \vec{M} = \vec{J}_m \qquad --- 15$$

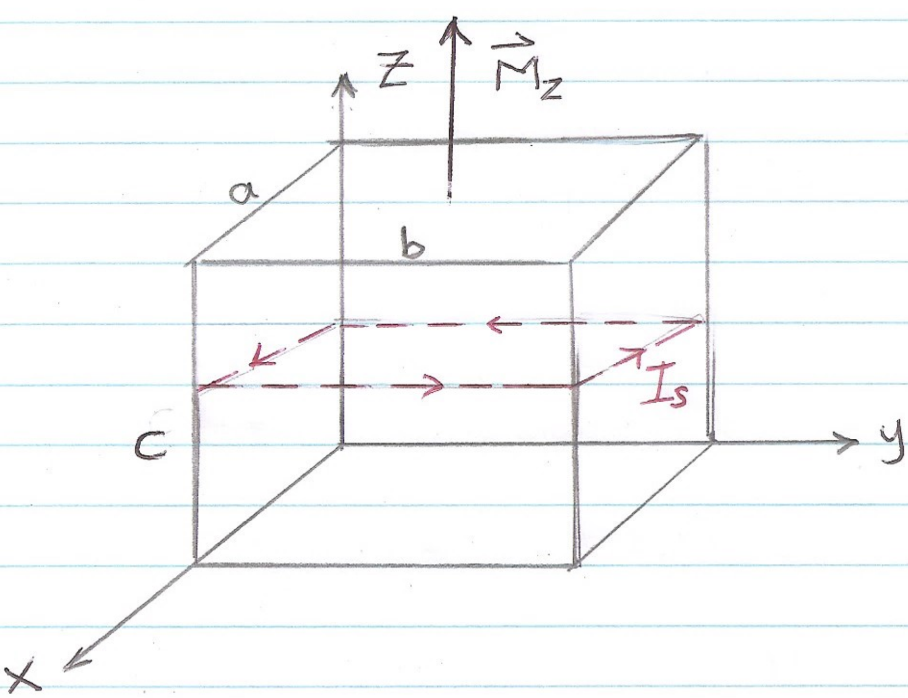
$$\vec{M} \times \vec{n} = \vec{J}_{ms} \qquad --- 16$$

نعوض (15) و (16) في العلاقة (14) نحصل

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\vec{J}_m}{r}\, d\tau + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{S} \frac{\vec{J}_{ms}}{r}\, ds \qquad --- 17$$

المعادلات (15) و (16) تمثل تيارات فعالة ومؤثرة تنشأ عندما لا يحصل أختزال تام بين التيارات الذرية (الجزيئية) المتجاورة التي تتحرك في مسارات مغلقة ضمن الوسط المادي، ولا يحدث ذلك إلا إذا كان التمغنط داخل أو على حدود الوسط غير منتظم.

ولتوضيح طبيعة هذه التيارات المغناطيسية نفرض وجود حيز مادي معزول مكعب الشكل تنطبق أضلاعه الثلاثة a و b و c على المحاور المتعامدة x و y و z على التوالي. ولنعتبر أن هذا الحيز صغير جداً بحيث أن متجه التمغنط $\vec{M}$ يبقى منتظماً وبإتجاه محور z ضمن هذا الحيز، (انظر الشكل (3)).



الشكل (3)

وعليه فأن التيارات الداخلية الناتجة عن حركة الالكترونات الذرات المكونة لمادة المكعب سوف تدور بإتجاه واحد داخل الحيز فيمحو بعضها البعض ماعدا المناطق المجاورة لسطح المكعب حيث تتضافر هذه التيارات الصغيرة الدوارة الى بعضها البعض مكونة تياراً رئيسياً يحيط بالسطوح العمودية لهذا المكعب.

أن هذا التيار هو تيار التمغنط السطحي ونرمز له بالرمز I_s و يرتبط هذا التيار بكثافة التيار السطحي j_s وفقاً للعلاقة التالية :

$$I_s = c\, j_s \quad \text{---} (18)$$

j_s يمثل تيار التمغنط السطحي لوحدة الطول الذي يمر بكل سطح من السطوح الأربع العمودية لهذا المكعب .

وبالاعتماد على تعريف متجه التمغنط من الحيز المادي يمكننا حساب العزم المغناطيسي الكلي m داخل الحيز وفقاً للعلاقة الآتية :

$$m = M\, abc \quad \text{---} 19$$

abc تمثل حجم الحيز = حجم المكعب

كذلك يمكن حساب العزم المغناطيسي بدلالة التيار السطحي I_s وكالآتي :

$$m = I_s\, ab = j_s\, abc \quad \text{---} 20$$

وبمقارنة المعادلتين (19) و (20) نحصل على :

$$j_s = M \quad \text{---} 21$$

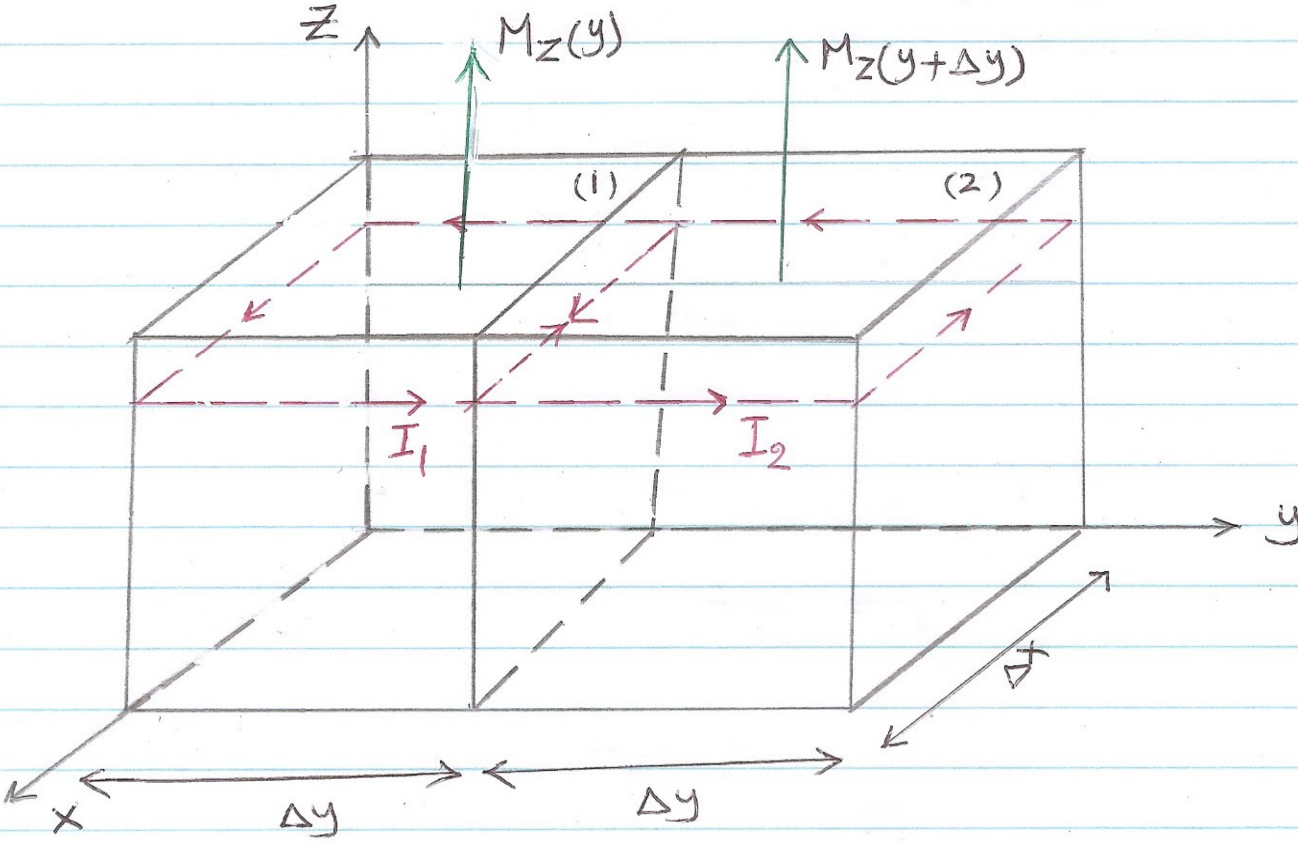
مما سبق نستنتج أن مركبة التمغنط المماسة لسطح أي حيز مادي ممغنط تساوي قيمة تيار التمغنط السطحي لوحدة الطول عند أي نقطة على السطح .

إذا فرضنا أن $\vec{n}$ وحدة متجه عمودي على السطح في تلك النقطة وأن $\vec{M}$ متجه التمغنط يكون متجه كثافة تيار التمغنط السطحي j_{ms} مساوية الى :

$$\vec{j}_{ms} = \vec{M} \times \vec{n} \quad \text{---} 22$$

الآن نفرض حيز مادي واسع وممغنط بصورة غير منتظمة ، هذا الحيز تم تجزأته الى مكعبات صغيرة . ولنفرض أن التمغنط ضمن كل مكعب من هذه المكعبات يبقى متجانساً الا أنه يختلف من مكعب الى آخر وعليه فأن التيارات الدوارة المارة خلال السطوح المشتركة لهذه المكعبات المكونة للحيز المادي لن تختزل بعضها البعض فينتج عن ذلك تيار كلي داخل الحيز يسمى تيار التمغنط الحجمي .

أولاً سوف نركز اهتمامنا على مكعبين متجاورين بأتجاه محور y تنطبق أضلاعهما Δx و Δy و Δz على المحاور المتعامدة x و y و z على التوالي . ولنفترض أن مركبة متجه التمغنط الموازية لمحور z تتغير تبعاً لـ y وتساوي $M_z(y)$ بالنسبة للمكعب (1) و $M_z(y+\Delta y)$ بالنسبة للمكعب (2) كما نلاحظ من الشكل (4) .



الشكل (4)

اذا كان التيار الدوار للمكعب (1) هو I_1 وللمكعب (2) هو I_2 ، يمكننا أن نكتب العلاقات التالية:

$$I_1 = M_z(y)\,\Delta z \qquad ---- 23$$

$$I_2 = M_z(y+\Delta y)\,\Delta z \qquad ----- 24$$

وعليه فان محصلة التيار المار من خلال السطح المشترك بين هذين المكعبين هو:

$$I_x = I_2 - I_1 = \frac{\partial M_z}{\partial y}\,\Delta y\,\Delta z \qquad --- 25$$

أن التيار I_x يمر من خلال سطح عمودي على محور x مساحته $\Delta x \Delta z$ ويرتبط بمركبة كثافة التيار باتجاه محور x الموجب بالعلاقة التالية:

$$j_x = \frac{I_x}{\Delta x\,\Delta z} \qquad --- 26$$

واعتماداً على العلاقة (25) :

$$\therefore\ j_x = \frac{\partial M_z}{\partial y} \qquad --- 27$$

الآن نفرض مكعبين آخرين متجاورين بإتجاه محور x وبإتباع الخطوات السابقة نحصل على العلاقة التالية :

$$\dot{j}'_x = -\frac{\partial M_y}{\partial z} \qquad --- 28$$

∴ المحصلة بإتجاه محور x الموجب تساوي $\dot{j}_{mx}$

$$\dot{j}_{mx} = \dot{j}_x + \dot{j}'_x = \frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} \qquad --- 29$$

وبإتباع نفس الخطوات السابقة نحصل على $\dot{j}_{my}$ و $\dot{j}_{mz}$
(لكل اوجه المكعب)
وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\vec{\dot{j}}_m = \vec{i}\,\dot{j}_{mx} + \vec{j}\,\dot{j}_{my} + \vec{k}\,\dot{j}_{mz} \qquad --- 30$$

وبذلك يمكن كتابة $\vec{\dot{j}}_m$ كالآتي :

$$\vec{\dot{j}}_m = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M_x & M_y & M_z \end{vmatrix} \qquad --- 31$$

أي أن

$$\vec{\dot{j}}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} \qquad --- 32$$

العلاقة (32) تؤكد أنه إذا كان تمغنط الوسط المادي منتظماً يبقى متجه التمغنط ثابت في اي نقطة من نقاطه وينتج عن ذلك أن كثافة تيار التمغنط الحجمي داخل الوسط تتلاشى $\vec{\dot{j}}_m \Rightarrow 0$.
بالرجوع الى العلاقة (22) ∴ كثافة تيار التمغنط السطحي يساوي صفر عندما يكون $\vec{M}$ عمودي على السطح الذي يحيط بالوسط المادي في اي نقطة من نقاطه .