

الجمع الجبري للدوال

* الدوال التي لها نفس المنطق Dom يمكن ان تجمع او تنقسم او تضرب او تقسم.

$$1) (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$2) (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$3) f \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$4) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$$

$$5) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$$

والجمع الخطي يكتب بالشكل التالي

$$(\alpha f + \beta g)(x) = \alpha f(x) + \beta g(x)$$

مثال: اذا كانت $f(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x-3$

$$(f+g)(x), (f-g)(x), (f \cdot g)(x), (f/g)(x).$$

نم جء منطقتي الدوال لنتيجة من $(f+g)(x)$ و $(f-g)(x)$ و $(f \cdot g)(x)$ و $(f/g)(x)$.

$$1) (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 1 + \sqrt{x-2} + x-3 \\ = x-2 + \sqrt{x-2}$$

$$2) (f-g)(x) = f(x) - g(x) = 1 + \sqrt{x-2} - x + 3 \\ = 4 - x + \sqrt{x-2}$$

$$3) (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (1 + \sqrt{x-2}) \cdot (x-3) \\ = x-3 + (x-3)\sqrt{x-2}$$

$$4) (f/g)(x) = f(x)/g(x) \Rightarrow \\ = \frac{1 + \sqrt{x-2}}{x-3}$$

$$\therefore f(x) = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 \geq 0 \quad \text{ليجاد الجذر}$$

$$\therefore \text{Domain}_f [2, \infty)$$

$$\therefore g(x) = x-3$$

$$\therefore \text{Domain}_g (-\infty, \infty)$$

$$\therefore D = D_f \cap D_g = [2, \infty) \cap (-\infty, \infty) = [2, \infty)$$

$$\therefore \text{Domain}(f+g, f-g, f \cdot g) = D = [2, \infty)$$

$$\text{Domain}(f/g) = [2, 3) \cup (3, \infty)$$

مثال : لنفرض الدالتين

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{and } g(x) = \begin{cases} -2x & x < 1 \\ 1-x & x \geq 1 \end{cases}$$

جد حاصل جمع وطرح وضرب الدالتين

الحل : نقسم المنطق لتلا الدالتين بنفس الفترات

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \leq 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ -2x & 0 < x < 1 \\ 1-x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} 1-2x-x^2 & x \leq 0 \\ -x & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} 1+2x-x^2 & x \leq 0 \\ 3x & 0 < x < 1 \\ -1+2x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \begin{cases} -2x+2x^3 & x \leq 0 \\ -2x^2 & 0 < x < 1 \\ x-x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

الدوال المركبة (تركيب لبراه)

تركيب لبراه $f \circ g$ يعرف بالشكل التالي $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ويرمز له بالرمز $f \circ g$ ويقراء (f بعد g) حيث

مثال: اذا كانت $F(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x^2 - x$

جد $(f \circ g)(x)$ و $(g \circ f)(x)$

$$\begin{aligned} \text{١) } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(x^2 - x) \\ &= 2(x^2 - x) + 1 \\ &= 2x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{٢) } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x + 1) \\ &= (2x + 1)^2 - (2x + 1) \end{aligned}$$

مثال: اذا كانت $F(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = \sqrt{x^2+3}$

جد $(g \circ f)(x)$ و $(f \circ g)(x)$

$$\begin{aligned} \text{١) } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x^2+3}) \\ &= \sqrt{\sqrt{x^2+3} - 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{٢) } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(\sqrt{x-3}) = \sqrt{(\sqrt{x-3})^2 + 3} \\ &= \sqrt{x-3+3} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

$$h(x) = (x^2 + 1)^2 \quad g(x) = x + 2 \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{مذکورہ : ان کے لیے}$$

$$(f \circ g \circ h)(x) = ?$$

$$(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x))) = f(g((x^2 + 1)^2))$$

$$= f((x^2 + 1)^2 + 2)$$

$$= f((x^2 + 1)^2 + 2)$$

$$= \frac{1}{(x^2 + 1)^2 + 2}$$

$$1) f(x) = \frac{1}{x} + x^2$$

H.W. مذکورہ

$$g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}$$

$$(f \circ g)(x)$$

$$2) f(x) = x^2, \quad g(x) = \sqrt{1-x}, \quad f \circ g(x)$$

$$3) \text{ مقررہ کے لیے } g(x) = f(x) \text{ ان کے لیے}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (x + 1)^5$$

رسم المثلث f Graph of a Functions

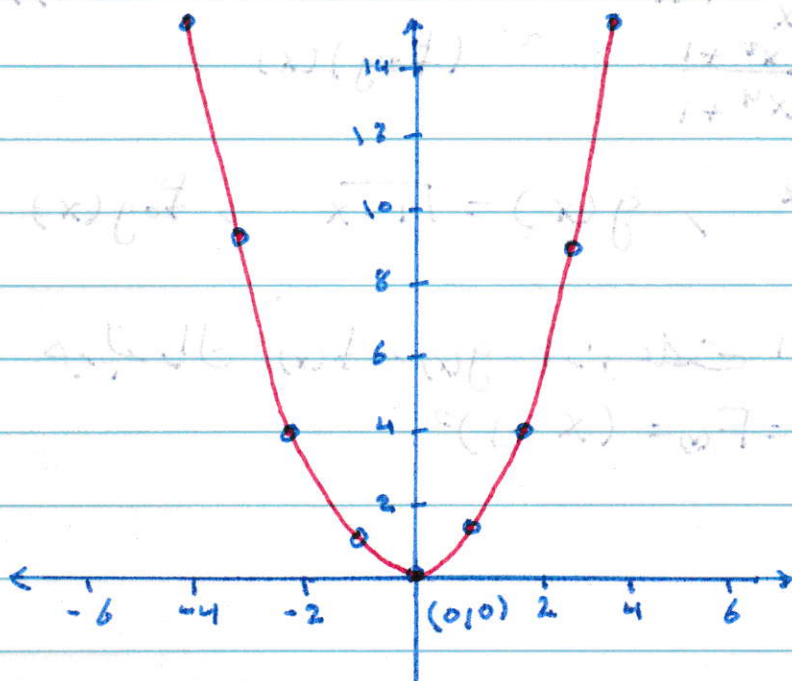
الدالة f تحتوي على مجموعة من الأزواج المرتبة (x, y) .
 رسم هذه الأزواج $(x, f(x))$ في نظام الإحداثي سبيل
 رسم الدالة.

مثال: رسم الدالة التالية $f(x) = x^2$

الحل: $\text{Domain } f = \mathbb{R}$

- * يعني ان مطلق الدالة كل قيم الاعداد كسبية.
- * نعمل جدول لقيم x ضمن المطلق.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16



مثال: ابرسم الدالة التالية $f(x) = \sqrt{4-x}$

$$4 - x \geq 0$$

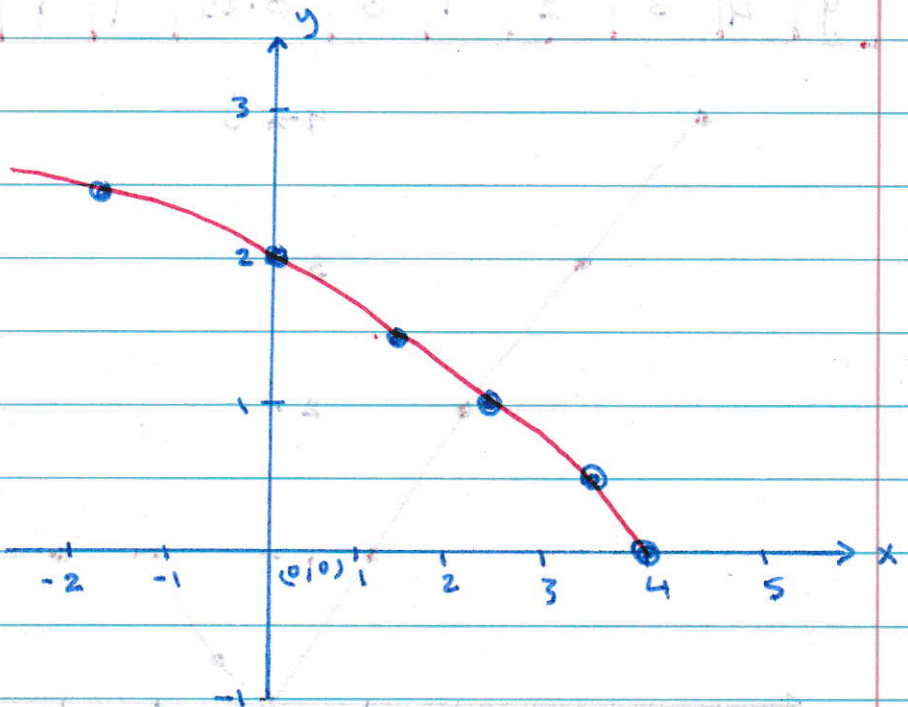
الحل: نجد منطلق الدالة

$$4 \geq x \Rightarrow x \leq 4$$

\therefore Domain $(-\infty, 4]$

* نعمل جدول لقيم x من المنطلق

x	4	3.75	3	2	0	-2
y	0	0.5	1	1.4	2	2.4



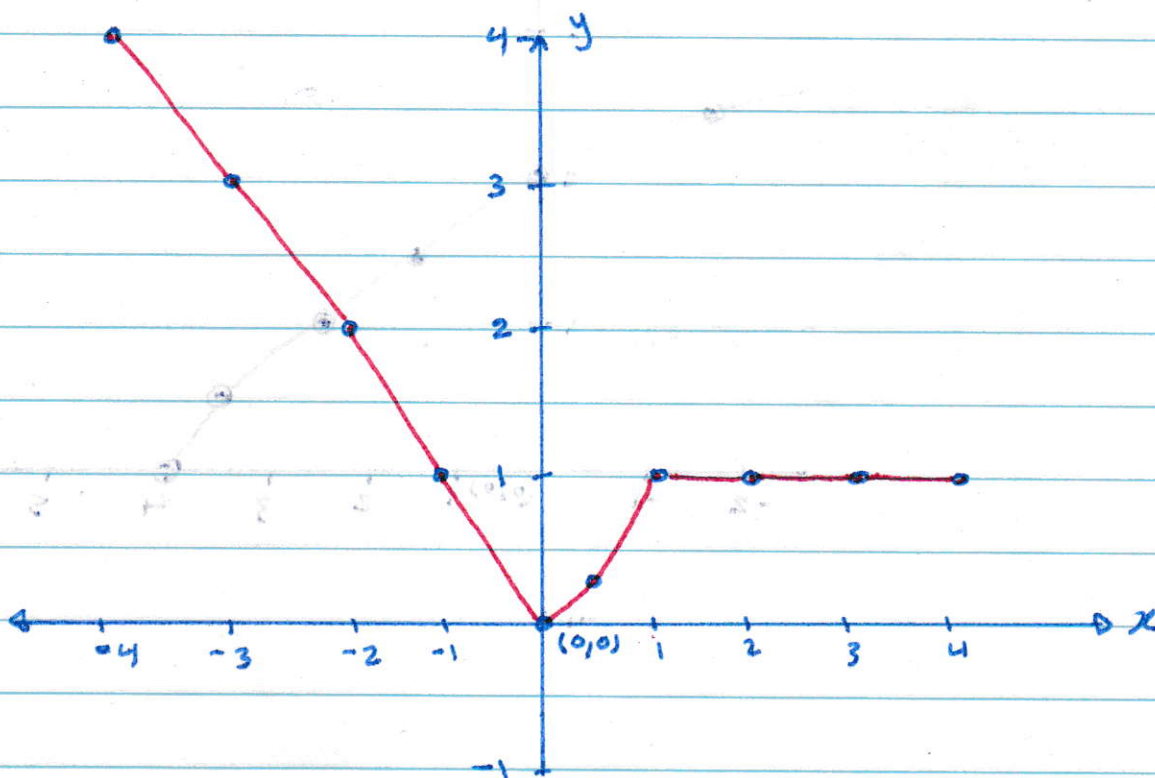
مثال: اكتب له الدالة

$$f(x) = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

الحل: نجد أولاً منطلق الدالة
واضرب من خلال فترات الدالة أضعها منطلقها
هو كل \mathbb{R}

نعمل جدول للقيم يتكون من قيم x التي تقع
ضمن المنطق Domain

x	-4	-3	-2	-1	0	0.5	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0	0.25	1	1	1	1



معكوس الدالة : Inverse Function

ويرمز لها بالرمز $f^{-1}(x)$

أي أن $f(f^{-1}(x)) = x$ لكل قيم x يملكها الدالة f

مثال: جد $f^{-1}(x)$ للدالة $f(x) = x^3$

الحل: نضع القاعدة $f(f^{-1}(x)) = x$

نعوض بدل كل x في الدالة بـ $f^{-1}(x)$ نجد

$$f(f^{-1}(x)) = (f^{-1}(x))^3 = x$$

$$\therefore (f^{-1}(x))^3 = x$$

$$f^{-1}(x) = x^{1/3}$$

بأخذ الجذر التكعيبي
للطرفين

مثال: جد $f^{-1}(x)$ للدالة $f(x) = 3x - 5$

$$f(f^{-1}(x)) = 3f^{-1}(x) - 5 = x \quad \text{الحل:}$$

$$= 3f^{-1}(x) = x + 5$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x + 5}{3}$$

مثال: $f(x) = (1-x^3)^{\frac{1}{5}} + 2$ للالة $f^{-1}(x)$

$f(f^{-1}(x)) = (1 - (f^{-1}(x))^3)^{\frac{1}{5}} + 2 = x$ الكل

$= (1 - (f^{-1}(x))^3)^{\frac{1}{5}} = x - 2$

$= 1 - (f^{-1}(x))^3 = (x - 2)^5$

$= -(f^{-1}(x))^3 = (x - 2)^5 - 1$

$(f^{-1}(x))^3 = 1 - (x - 2)^5$

ياخذ ايز، لتكسبي
للطرفين

$f^{-1}(x) = (1 - (x - 2)^5)^{\frac{1}{3}}$

مثال: H.W. $f^{-1}(x)$ للالة

$f(x) = \frac{2x+5}{3x-1}$