

المحاضرة الرابعة

تحليل التباين

Analysis of Variance

يقصد بذلك إجراء بعض العمليات الرياضية لتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات على مصادر التباين المختلفة المسؤولة عن وجوده، وبعد انتهاء التحليل تلخص النتائج في جدول يسمى جدول تحليل التباين (ANOVA) Analysis of Variance table .

معادلة النموذج الرياضي Linear Modal :

وهي المعادلة الرياضية التي تصف التجربة أي التي توضح مكونات أي مشاهدة في التجربة بحيث أن إضافة هذه المكونات إلى بعضها تعطي قيمة المشاهدة المسجلة في أي وحدة تجريبية.

وإن قيمة كل مشاهدة تتكون من ثلاث مكونات مستقلة هي:

1- المتوسط العام للعشيرة .

2- تأثير المعاملة التي أخذتها الوحدة التجريبية والتي سجلت فيها هذه المشاهدة .

3- قيمة الخطأ التجريبي العشوائي الخاص بتلك المشاهدة أو الوحدة التجريبية ضمن حدود المعاملة .

وإن أبسط معادلة نموذج رياضي :

$$y_{ij} = \mathcal{M} + \check{T} i + \varepsilon_{ij}$$

حيث أن :

y_{ij} = قيمة المشاهدة J أو المكرر J في المعاملة i

\mathcal{M} = المتوسط العام للعشيرة. ويقدر بقيمة المتوسط العام للتجربة أي المتوسط العام لجميع المشاهدات الداخلة في التجربة ويرمز له $\bar{y}_{..}$

$$\mathcal{M} = \frac{\sum y_{ij}}{n} \quad \text{-----} \quad (1)$$

$$\mathcal{M} = \bar{y}_{..}$$

\check{T}_i = تأثير المعاملة i الخاصة بهذه المشاهدة وتقدر بمقدار إنحراف متوسط هذه المعاملة عن المتوسط العام للتجربة .

$$\check{T}_i = \bar{y}_i - \bar{y}_{..} \quad \text{---} \quad (2)$$

ϵ_{ij} = مقدار الخطأ التجريبي أو العشوائي الموجود في المشاهدة j في المعاملة i ويقدر بمقدار انحراف قيمة المشاهدة j عن متوسط المعاملة نفسها .

$$\epsilon_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i \quad \text{-----} \quad (3)$$

إن المعادلة 1، 2، 3 هي معادلات توضح قيم التأثيرات أي تأثيرات كل المعاملات والخطأ التجريبي في التجربة .

	$r1$	$r2$	$r3$	$y_{i.}$	$\bar{y}_i.$
$t1$	$Y11$	$Y12$	$Y13$	$y1.$	$\bar{y}1.$
$t2$	$Y21$	$Y22$	$Y23$	$y2.$	$\bar{y}2.$
$t3$	$Y31$	$Y32$	$Y33$	$y3.$	$\bar{y}3.$
$t4$	$Y41$	$Y42$	$Y43$	$y4.$	$\bar{y}4.$

	$r1$	$r2$	$r3$	$y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
$t1$	1	2	3	6	$\frac{6}{3} = 2$
$t2$	4	5	6	15	$\frac{15}{3} = 5$
$t3$	7	8	9	24	$\frac{24}{3} = 8$
$t4$	10	11	12	33	$\frac{33}{3} = 11$
				$y_{..}(\sum y_{ij}) = 78$	$\sum \bar{Y}_{i.} = 26$

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{\bar{y}_{i.}}{r}$$

ملاحظة/ المتوسط العام للعشيرة \cong المتوسط العام للتجربة

$$\mathcal{M} \cong \bar{y}_{..}$$

وعندما تكون التجربة موزعة توزيعاً عشوائياً والعينات المأخوذة من العشيرة ممثلة تمثيلاً كاملاً لها
في هذه الحالة يكون

$$\mathcal{M} = \bar{y}_{..}$$

$$\mathcal{M} = \frac{\sum y_{ij}(y_{..})}{n(r)} = \frac{78}{12} = 6.5$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{\sum \bar{Y}_{i.}}{n(t)} = \frac{26}{4} = 6.5$$

$$\check{T}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

$$\check{T}_1 = \bar{Y}_{1.} - \bar{y}_{..}$$

$$2 - 6.5 = -4.5$$

$$\check{T}_2 = \bar{Y}_{2.} - \bar{y}_{..}$$

$$5 - 6.5 = -1.5$$

$$\check{T}_3 = \bar{Y}_3 - \bar{y}..$$

$$8 - 6.5 = 1.5$$

$$\check{T}_4 = \bar{Y}_4 - \bar{y}..$$

$$11 - 6.5 = 4.5$$

.....

$$\mathcal{E}_{ij} = y_{ij} - \bar{Y}_i.$$

$$\mathcal{E}_{11} = y_{11} - \bar{Y}_1.$$

$$1 - 2 = -1$$

$$\mathcal{E}_{12} = y_{12} - \bar{Y}_1.$$

$$2 - 2 = 0$$

$$\mathcal{E}_{13} = y_{13} - \bar{Y}_1.$$

$$3 - 2 = 1$$

$$\mathcal{E}_{21} = y_{21} - \bar{Y}_2.$$

$$4 - 5 = -1$$

$$\mathcal{E}_{22} = y_{22} - \bar{Y}_2.$$

$$5 - 5 = 0$$

$$\mathcal{E}_{23} = y_{23} - \bar{Y}_2.$$

$$6 - 5 = 1 \dots\dots\dots \text{الخ}$$

Dr. Bashar Falih .. Basrah University

مكونات جدول تحليل التباين :

يتكون جدول تحليل التباين من مجموعة من الحقول يثبت عنوان كل حقل في أعلى هذا

الجدول ويتكون من الآتي :

1- مصادر التباين (S.V) source of Variation : في هذا الحقل تكتب أسماء

جميع مصادر التباين أو الاختلاف ضمن مواد التجربة، ويمكن معرفة هذه المصادر وتحديدتها عند معرفة معادلة النموذج الرياضي .

فمثلاً معادلة النموذج الرياضي للتصميم العشوائي الكامل Complete Randomized Design (CRD)

$$y_{ij} = \mathcal{M} + \check{T} i + \varepsilon_{ij}$$

وهذا يعني أن هناك مصدرين للتباين والاختلاف هي تأثير المعاملة (تأثير بين المعاملات) وتأثير من داخل المعاملات (الخطأ). أي المعاملات المعروفة من تأثيرها والخطأ التجريبي المعروفة أيضاً من تأثيره.

تضم مصادر التباين (S.O.V) :

أ- التباين بين المعاملات أو المجاميع Between treatment group

ب- تباين الخطأ Error

ج- التباين الكلي Total

2- الحقل الثاني هو درجات الحرية (d.f) Degree of freedom

يقصد بـدرجات الحرية هي جميع البيانات المأخوذة المختارة عشوائياً إلا قيمة واحدة تجعل مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي = صفر .

وتكون درجات الحرية لكل مصدر من مصدر من مصادر التباين ويمكن تعيين درجات الحرية أيضاً من معادلة النموذج الرياضي.

تضم درجات الحرية (d.f) :

أ- درجات الحرية بين المعاملات = $t - 1$

ب- درجات الحرية للخطأ = $t(r - 1)$

ج- درجات الحرية الكلي = $tr - 1$

3- مجموع مربعات الانحرافات (S.S) Sum of square : ويحسب أيضاً لكل مصدر من مصادر التباين ويضم :

أ- مجموع مربعات الانحرافات الراجعة على المعاملات (بين المعاملات) SSt (SST)

$$SSt = \frac{\sum yi.^2}{r} - \frac{(y..)^2}{tr}$$

$$SSt = \frac{y1.^2 + y2.^2 + y3.^2 \dots + yt.^2}{r} - \frac{(y11 + y12 + y13 + \dots + ytr)^2}{tr}$$

ملاحظة /

1- إذا كان عدد المكررات ثابت (متساوي) لكل المعاملات نقسم على r (قيمة واحدة فقط) أما إذا كان مختلف نقسم كل معاملة على عدد المكررات التابعة لها.

$$2- \text{معامل التصحيح (C.F) Correction Factors} = \frac{(y..)^2}{tr}$$

ب- مجموع مربعات الانحرافات للخطأ SSE

$$SSE = \sum y_{ij}^2 - \frac{\sum y_{i.}^2}{r}$$

$$\therefore SSE = TSS - SST$$

ج- مجموع المربعات الكلي TSS

$$TSS = \sum y_{ij}^2 - \frac{(y_{..})^2}{tr}$$

$$TSS = (y_{11})^2 + (y_{12})^2 + (y_{13})^2 + \dots + (y_{tr})^2 - CF$$

4- متوسط مربع الانحرافات (M.S) Mean square :

والذي يحسب من قسمة مجموع مربعات الانحرافات على درجة الحرية التابعة له .

$$MSt = \frac{SST}{df}$$

$$MSE = \frac{SSE}{df}$$

5- التباين المتوقع أو متوسط مربع الانحرافات المتوقع Expected Mean Square

(E.M.S) .

ويحسب أيضاً لكل مصدر من مصادر التباين وهو يشتق من معادلة النموذج الرياضي .

6- قيمة F المحسوبة F-Calculated (F-Cal) :

تحسب من قسمة تباين أي مصدر من المصادر على تباين الخطأ فهي إذاً نسبة بين تباينين .

$$\therefore F - Cal = \frac{MST}{MSE}$$

7- قيمة F الجدولية F-Tabulated (F-tab) :

وهذه القيمة تؤخذ من الجداول الموجودة في نهاية كل كتاب حيث أنها تكون على عدة مستويات

0.01 , 0.05 , 0.1 , 0.005 , 0.25

S.V	D.F	SS	M.S	F-cal	F-tab	
treat	t - 1	sst	mst	$\frac{mst}{mse}$	0.05	0.01
error	t (r-1)	sse	mse			
Total	tr-1	Tss				

Dr. Bashar Falih .. Basrah University