

Chapter Two

الفصل الثاني

المجال الكهربائي المستقر في المواد العازلة

Electrostatic Field in Vacuum

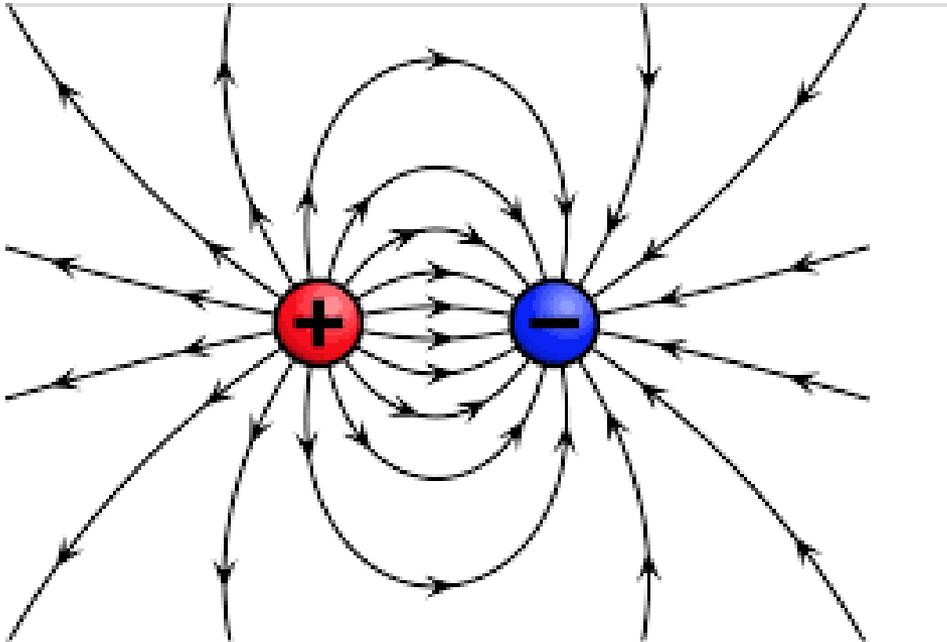
Sequence:12

مدرس المقرر : د. وائل عبد اللطيف كديمي

• (7-2) ثنائي القطب الكهربائي

• (8-2) رباعي القطب الكهربائي

• (9-2) أمثلة ومسائل



(7-2) ثنائي القطب الكهربائي

ثنائي القطب الكهربائي او ذو القطبين كما يسمى احيانا هو عبارة عن شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الاشارة $+Q$ و $-Q$ - تفصل بينهما

ازاحة صغيرة l وثنائي القطب المثالي هو الذي تكون فيه l صغيرة بالمقارنة

مع المسافة التي تبعد بها النقطة P المراد فيها حساب شدة المجال او الجهد عن مركز ثنائي القطب . ومركز ثنائي القطب هو منتصف الازاحة بين الشحنتين كما في الشكل (4-2) . ولحساب الجهد في أي نقطة $P(r, \theta)$ تبعد بمسافة (r) عن مركز ثنائي القطب فاننا نعتبر كل من الشحنتين $+Q$ و $-Q$ كشحنتين نقطيتين وبهذا نحصل على

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_1} \quad (29-2)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{l} (r_1 - r_2) \quad (30-2)$$

لكننا نعلم ان :

$$r_1^2 = r_2^2 + l^2 + 2r_2 l \cos \theta'$$

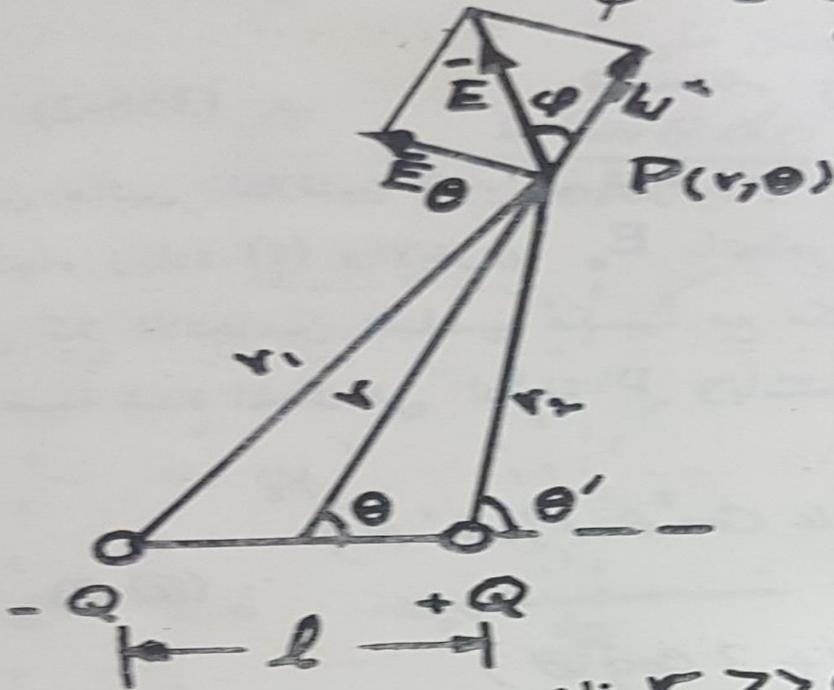
$$\therefore r_1^2 - r_2^2 = l(l + 2r_2 \cos \theta')$$

$$r_1 - r_2 = \frac{l(l + 2r_2 \cos \theta')}{r_1 + r_2}$$

(31-2)

وباستعمال العلاقتين (30-2) ، (31-2) نصل على :

$$\phi = \frac{Ql(l + 2r_2 \cos \theta')}{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2 (r_1 + r_2)} \quad (32-2)$$



الشكل (4-2)

ولثنائي القطب المثالي أي عندما يكون $l \gg r$ فان

$$r_1 = r_2 = r \quad \theta = \theta'$$

وبهذا تأخذ المعادلة (32-2) الشكل التالي :

$$\phi = \frac{Ql \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (33-2)$$

حيث أن $p \equiv Ql$ وتسمى بعزم ثنائي القطب وتكون وحدة قياسها هي (C.m) وهو مقدار متجه يعتبر اتجاهه الموجب من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة وإذا أخذنا هذا بنظر الاعتبار فإن المعادلة (33-2) تأخذ الشكل التالي :

$$\phi = \frac{\bar{p} \cdot \bar{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (34-2)$$

ومن الجدير بالملاحظة هنا أن جهد ثنائي القطب يتناسب عكسياً مع مربع المسافة (r) خلافاً لما هي الحال بالنسبة للشحنة النقطية حيث أن الجهد يتناسب عكسياً مع المسافة (r) كما لاحظنا ذلك في بند سابق . وعند حساب شدة المجال في النقطة P مستعملين المحاور القطبية نجد أن :

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P}{r^3} \cos\theta \quad (35a-2)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{r^3} \sin\theta \quad (35b-2)$$

ومن هاتين العلاقتين نجد أن شدة المجال في نقطة P لها مركبتين إحداهما E_r باتجاه زيادة (r) والآخرى E_θ باتجاه زيادة θ ؛ كما أننا نجد أن شدة المجال في كلا الاتجاهين تتناسب عكسياً مع مكعب المسافة عن مركز ثنائي القطب. إن محصلة شدة المجال في النقطة P وباستعمال العلاقة (35-2) هي:

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} (4\cos^2\theta + \sin^2\theta)^{1/2} \quad (63-2)$$

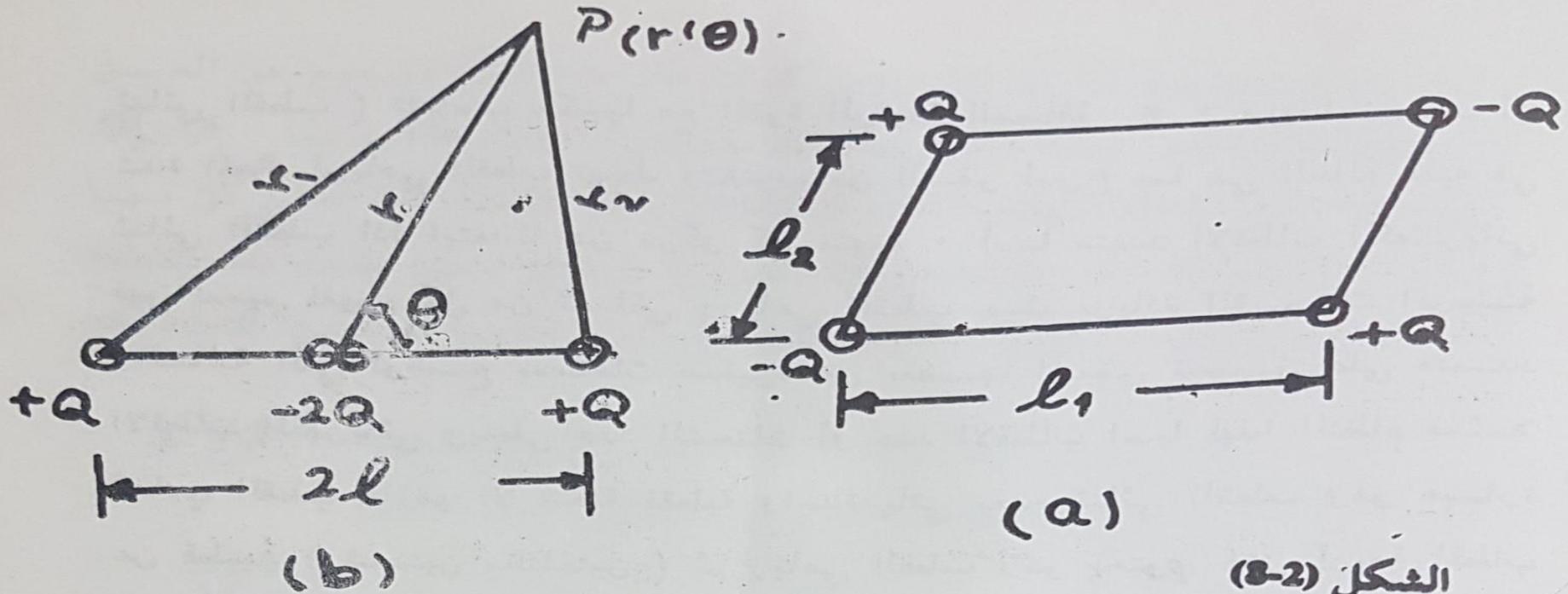
$$= \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} (1 + 3\cos^2\theta)^{1/2}$$

وأن زاوية ميلها عن E_r هي:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{E_\theta}{E_r} = \tan^{-1} \frac{1}{2} \tan\theta \quad (37-2)$$

(8-2) رباعي القطب الكهربائي

رباعي القطب عبارة عن أربعة شحنات مرتبة كما في الشكل (8-2) حيث يمثل الشكل (8a-2) شكل رباعي القطب بصورة عامة ويمثل الشكل (8b-2) رباعي القطب الخطي أو المنتظم ويفترض هنا أيضا أن تكون الازاحة l صغيرة جدا إذا ما قورنت بالمسافة r وسوف نؤكد بدراستنا هنا على رباعي القطب الخطي (Linear Quadrupole) لسهولة حساب الجهد لرباعي القطب الخطي على اعتبار أن شحناته تمثل شحنات نقطية .



$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r_1} - \frac{2Q}{r} + \frac{Q}{r_2} \right) \quad (50-2)$$

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{r}{r_1} + \frac{r}{r_2} - 2 \right) \quad (51-2)$$

$$r_1^2 = r^2 + l^2 + 2rl \cos \theta \quad \left\{ \begin{array}{l} r_1^2 = r^2 + l^2 + 2rl \cos \theta \\ r_2^2 = r^2 + l^2 - 2rl \cos \theta \end{array} \right.$$

$$\frac{r}{r_1} = \left[1 + \left(\frac{l}{r} \right)^2 + \frac{2l}{r} \cos \theta \right]^{-1/2}$$

وباستعمال مفكوك تايلر وبإهمال الحدود التي تحتوي على معاملات ذات قوى أعلى من $\left(\frac{l}{r}\right)^2$ لصغر l بالنسبة إلى r نحصل على:

$$\frac{r}{r_1} = \left[1 - \frac{l}{r} \cos \theta + \frac{l^2}{r^2} \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \right] \quad (52-2)$$

وكذلك

$$\frac{r}{r_2} = \left[1 + \frac{l}{r} \cos \theta + \frac{l^2}{r^2} \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \right] \quad (53-2)$$

وباستعمال قيمة كل من r/r_1 و r/r_2 من المعادلتين (52-2) و (53-2) في

المعادلة (51-2) نحصل على :

$$\phi = \frac{2Ql^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \quad (54-2)$$

ومن هذا نجد أن الجهد لرباعي قطب خطي في نقطة ما يتناسب عكسيا مع مكعب المسافة عن مركزه بينما نجد أن شدة المجال E_r و E_θ (لو أتبعنا نفس طريقة

• مثال (1): عند وضع شحنة نقطية في وسط سطح كروي مغلق وكان Φ يمثل الفيض الكهربائي

الخارج من خلال السطح الكروي المغلق وان E يمثل المجال الكهربائي خلال هذا السطح

الكروي المغلق.

• علما بأن E هو المجال الكهربائي الصافي على السطح الكاوسي، وسيكون له تأثير على

الشحنات الموجودة داخل وخارج السطح الكروي المغلق.

صل بين الاجابات الصحيحة بين العمودين:

Φ سوف يتغير		(1) في حالة إزاحة الشحنة النقطية من المركز ولكن يتم الاحتفاظ بها داخل السطح المغلق
E سيتغير		(2) في حالة إزاحة الشحنة النقطية بحيث تعبر حدود السطح المغلق
Φ سوف لن يتغير		(3) إذا تم الاحتفاظ بأي شحنة أخرى خارج السطح
E سوف لن يتغير		(4) إذا تم وضع أي شحنة أخرى داخل السطح

• التفسير العلمي للاختيارات اعلاه هو كما يلي

• (1) إذا تم إزاحة الشحنة النقطية من المركز ولكنها بقيت داخل السطح المغلق:

• وفقاً لقانون كاوس ، فلن يتغير الفيض الكهربائي Φ . لكن المجال الكهربائي سيتغير على السطح.

• (2) في حالة إزاحة الشحنة النقطية بحيث تعبر حدود السطح المغلق:

• وفقاً لقانون كاوس ، سيتغير الفيض الكهربائي Φ ويتغير المجال الكهربائي أيضاً على السطح.

• (3) إذا تم الاحتفاظ بأي شحنة أخرى خارج السطح:

• وفقاً لقانون كاوس ، فلن يتغير الفيض الكهربائي Φ ولكن المجال الكهربائي سيتغير على السطح حيث

أن اي شحنة أخرى موجودة ستؤثر على شدة المجال الكهربائي.

• (4) إذا تم وضع أي شحنة أخرى داخل السطح. وفقاً لقانون كاوس ، سيتغير الفيض الكهربائي Φ

وسيتغير المجال الكهربائي أيضاً لأن اي شحنة أخرى موجودة ستؤثر على المجال الكهربائي.

• مثال (2): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات الاربعة لكل من الجمل التالية:

• (1) في نقطة على محور ثنائي القطب الكهربائي فإن:

(ب) الجهد الكهربائي صفر	(أ) المجال الكهربائي صفر
(د) يتم توجيه المجال الكهربائي عمودياً على المحور	(ج) ان كلا منالمجال الكهربائي والجهد كهربائي لا يساويان صفر

• (ثلاثة شحنات كهربائية هي $(q+Q)$ و q و $(q-Q)$ محاطة بالسطح S . ما محصلة الفيض الكهربائي الذي يعبر من هذا السطح؟

(ب) $2q$	(أ) $3q$
(د) لا يمكن تحديد المحصلة بسبب قلة المعلومات في السؤال	(ج) $3q-Q$



شكراً جزيلاً