١

النهايات والاستمرارية

Limits and continuity

النهايات وتقريبات النهايات

اذا كانت غاية الدالة $f(x)$ حين x تقترب من a هي L
فيمكن كتابة

$$\lim_{x\to a} f(x) = L$$

أمثلة :-

$$1-\lim_{x\to -2} \frac{4}{x^2} = \frac{4}{(-2)^2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$2-\lim_{x\to -1} (2x-3) = (2*(-1)-3) = -5$$

$$3-\lim_{x\to -2} (x^2-5) = ((-2)^2-5) = -1$$

$$4-\lim_{x\to 1} \frac{1}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$5-\lim_{x\to 0} (2x^3+5x+2) = 2(0)^3+5(0)+2 = 2$$

$$6-\lim_{x\to 1} \left(\frac{4x^2+x}{2x}\right)^4 = \left(\frac{4(1)^2+1}{2(1)}\right)^4 = \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \frac{625}{16}$$

$$7-\lim_{x\to 3} 7 = 7$$

الحالات التي تكون فيها الغاية غير معرفة مثل

1- $\lim_{x \to a} f(x) = \infty * 0$ 2- $\lim_{x \to a} f(x) = \infty - \infty$

3- $\lim_{x \to a} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ 4- $\lim_{x \to a} f(x) = \frac{0}{0}$

وهنالك حالات أخرى تكون فيها الغاية غير معرفة

أولاً :- اذا كانت النتيجة $\frac{0}{0}$:- ويزال بالتحليل وقسمة البسط على المقام وبالاختصار أو بالقيام بعملية ضرب او جمع أو باستعمال طرق أخرى مثل

1- $\lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

عند التعويض المباشر نحصل على $\frac{0}{0}$

$$\therefore \lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}}$$

$$= \lim_{x \to 3} (x+3) = 3+3 = 6$$

2- $\lim_{x \to 0} \frac{x^2-x}{x}$

$$\therefore \lim_{x \to 0} \frac{x^2-x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}} = \lim_{x \to 0} (x-1) = 0-1$$

$$= -1$$

3- $$\lim_{x \to -3} \frac{x^2+x-6}{x^2-9} = \lim_{x \to -3} \frac{\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x+3)}(x-3)}$$

$$= \lim_{x \to -3} \frac{x-2}{x-3} = \frac{-3-2}{-3-3} = \frac{-5}{-6}$$

$$= \frac{5}{6}$$

4- $\lim_{x \to -2} \frac{x^3+6x^2+12x+8}{x+2}$

التعويض المباشر يعطي $\frac{0}{0}$

لذلك نستخدم القسمة المطولة لنحصل على

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^3+6x^2+12x+8}{x+2} = \lim_{x \to -2} \frac{(x^2+4x+4)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}}$$

$$= \lim_{x \to -2} (x^2+4x+4) = (-2)^2+4(-2)+4$$

$$= 4-8+4 = 0$$

طريقة القسمة

$$\begin{array}{r|l} & x^2+4x+4 \\ \hline x+2 & x^3+6x^2+12x+8 \\ & x^3+2x^2 \\ \text{بالطرح} & \overline{\quad 4x^2+12x+8} \\ & \quad 4x^2+8x \\ \text{بالطرح} & \overline{\quad 4x+8} \\ & \quad 4x+8 \\ \text{بالطرح} & \overline{\quad 0+0} \end{array}$$

$\therefore (x^3+6x^2+12x+8) = (x^2+4x+4)(x+2)$

ثانياً :- اذا كانت النتيجة $\frac{\infty}{\infty}$ ونقوم بقسمة البسط والمقام

على المتغير صاحب الاكبر أس في المقام

نظرية 1 - $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^{\alpha}} = 0$ حيث α عدد موجب

مثل

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3}{x^5} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

نظرية 2 - $\lim\limits_{x\to\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0) = \infty$

مثل

$$\lim_{x\to\infty} (4x^2 + 2x + 5) = \infty$$

أمثلة /

1- $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty}$

نقسم حدود الدالة على x^2 فيكون لدينا

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2/x^2}{\frac{x^2}{x^2} + 1/x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{1 + 1/x^2}$$

$$= \frac{1}{1+0} = 1$$

2- $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x+5}{x^3} = \frac{\infty}{\infty}$

نقسم على x^3

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x^3} + \frac{5}{x^3}}{x^3/x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{x/x^2 + 5/x^3}{1} = \frac{0+0}{1} = 0$$

$$3-\lim_{x\to\infty}\frac{x^5+3}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}$$

لذلك نقسم على x^2

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\frac{x^5+3}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^5/x^2+3/x^2}{x^2/x^2}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+3/x^2}{1}=\infty$$

ثالثاً :- اذا كانت النتيجة $0*\infty$ و $(\infty-\infty)$ لازالتها نطبق طريقة التحليل الجبري ثم نقوم بالاختصار والقيام بعملية الضرب والقسمة في حالة وجودهما

مثال :-

$$1-\lim_{x\to 0}x\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2-x}\right)=0*\infty$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}x\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2-x}\right)=\lim_{x\to 0}\cancel{x}\left[\frac{1}{\cancel{x}}\left(3+\frac{2}{(x-1)}\right)\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(3+\frac{2}{x-1}\right)=3+\frac{2}{0-1}=3-2=1$$

$$2-\lim_{x\to 1}\left(\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}\right)=\infty-\infty$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}\left(\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{3}{x-1}-\frac{1}{(x-1)(x+1)}\right)$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\left(3-\frac{1}{x+1}\right)=\infty*\frac{5}{2}=\infty$$

$$3-\lim_{h\to 0} h\left(1+\frac{1}{h}\right) = 0 * (1+\infty) = 0 * \infty$$

$$\lim_{h\to 0} h\left(1+\frac{1}{h}\right) = \lim_{h\to 0} \cancel{h}\left(\frac{h+1}{\cancel{h}}\right) = \lim_{h\to 0}(h+1)$$

$$= 0+1 = \underline{1}$$

نهايات بعض الدوال المشهوره

$$1-\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{x}-1}{x}\right) = \underline{1}$$

$$2-\lim_{x\to \infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e \approx 2.718$$

$$3-\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x} = 0$$

$$4-\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \underline{1}$$

$$5-\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\ln x} = \underline{1}$$

نظريات الغايات

١- اذا كان $f(x) = c$ ، a ثابت فأن

$$\lim_{x \to a} f(x) = c$$

مثال:- $f(x) = 10$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} (10) = 10$$

٢- اذا كان لدينا

$$\lim_{x \to a} f(x) = A \quad , \quad \lim_{x \to a} g(x) = B$$

فأن

a- $\lim_{x \to a} K \cdot f(x) = KA$

حيث K ثابت

b- $\lim_{x \to a} \left[f(x) \pm g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$

$= A \pm B$

c- $\lim_{x \to a} \left[f(x) \cdot g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

$= A \cdot B$

d- $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} = \dfrac{A}{B}$ حيث $B \neq 0$

e- $\lim_{x \to 0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to 0} f(x)} = \sqrt[n]{A}$ A عدد حقيقي

أمثلة :-

① $$\lim_{x\to 1}\left[(2x+5)+(x^2+3)\right]=\lim_{x\to 1}(2x+5)+\lim_{x\to 1}(x^2+3)$$

$$=(2*1+5)+(1^2+3)$$
$$=7+4=11$$

② $$\lim_{x\to 2}\left[2x^2\right]^3=\left[\lim_{x\to 2}2x^2\right]^3$$

$$=\left[2*2^2\right]^3=8^3=512$$

③ $$\lim_{x\to 3}\frac{5x+x^2}{4x+x^3}=\frac{\lim_{x\to 3}5x+x^2}{\lim_{x\to 3}4x+x^3}=\frac{5*3+(3)^2}{4*3+(3)^3}$$

$$=\frac{15+9}{12+27}=\frac{24}{39}$$

④ $$\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{\frac{x}{-7x+1}}=\sqrt[3]{\lim_{x\to 4}\frac{x}{-7x+1}}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{\lim_{x\to 4}x}{\lim_{x\to 4}-7x+1}}=\sqrt[3]{\frac{4}{-7*4+1}}=\sqrt[3]{\frac{4}{-27}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{4}}{-3}$$

(5) $$\lim_{x\to 2} \frac{(4-x^2)}{3-\sqrt{x^2+5}} = \lim_{x\to 2} \frac{(4-x^2)(3+\sqrt{x^2+5})}{(3-\sqrt{x^2+5})(3+\sqrt{x^2+5})}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(4-x^2)(3+\sqrt{x^2+5})}{(9-(\sqrt{x^2+5})^2)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(4-x^2)}(3+\sqrt{x^2+5})}{\cancel{(4-x^2)}} = \lim_{x\to 2} (3+\sqrt{x^2+5}) = 6$$

(6) $$\lim_{x\to\infty} \frac{3x-2}{9x+7} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x}{x}-\frac{2}{x}}{\frac{9x}{x}+\frac{7}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{3-\frac{2}{x}}{9+\frac{7}{x}}$$

$$= \frac{3-0}{9+0} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(7) $$\lim_{x\to 0} \frac{(x-4)(\sqrt{4+x}-2)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{(x-4)(\sqrt{4+x}-2)(\sqrt{4+x}+2)}{x(\sqrt{4+x}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x-4)((\sqrt{4+x})^2-4)}{x(\sqrt{4+x}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(x-4)(\cancel{4}+x-\cancel{4})}{x(\sqrt{4+x}+2)} = \lim_{x\to 0} \frac{(x-4)\cdot\cancel{x}}{\cancel{x}(\sqrt{4+x}+2)}$$

$$= \frac{-4}{\sqrt{4+0}+2} = \frac{-4}{4} = -1$$

غاية الحد الأيمن والحد الأيسر
Right and left Limits

$\lim_{x \to a^-} f(x) = A$ حيث $A < \infty$ تعني أن $f(x)$ تقترب من

A عندما تقترب x من a خلال قيم أقل من a أي

أن x تقترب من A من جهة اليسار. بالمثل $\lim_{x \to a^+} f(x) = A$

تعني أن $f(x)$ تقترب من A عندما تقترب x من a من

ناحية اليمين. المصطلح $\lim_{x \to a} f(x) = A$ مكافئ للمصطلحين

المقترنين معاً $\lim_{x \to a^-} f(x) = A$ و $\lim_{x \to a^+} f(x) = A$.

ولكي تكون غاية الدالة $f(x)$ عند $x \to a$ لابد أن تكون

منتهية ووحيدة ومحددة. وجود النهاية من اليمين لا يعني

وجودها من اليسار والعكس صحيح. عندما تعرف f من

جهة واحدة لنقطة a إذن $\lim_{x \to a} f(x)$ تشير الى نهاية

من جهة واحدة اذا كانت موجودة.

مثال / الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ تعرف f فقط من جهة

يمين الصفر. إذن

$$\lim_{x \to 0} \sqrt{x} = \lim_{x \to 0^+} \sqrt{x} = 0$$

حيث أن $\sqrt{x}$ تكون غير معرفة عند $x < 0$

11

مثال /

$$\text{if } f(x) = \begin{cases} 4-x^2 & \text{if } x \leq 1 \\ 2+x^2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

جد $\lim_{x\to 1} f(x)$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (4-x^2) = 4-1 = 3$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (2+x^2) = 2+1 = 3$$

$$\therefore \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x) = 3$$

مثال /

$$\text{if } f(x) = \begin{cases} x^2+7 & x \leq 0 \\ x-4 & x > 0 \end{cases}$$

جد $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x^2+7) = 0+7 = 7$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (x-4) = 0-4 = -4$$

اي أن غاية الدالة من جهة اليمين لاتساوي

غاية الدالة من جهة اليسار.

غاية الدوال المثلثية

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(ax)}{(ax)^2}=\frac{1}{2} \quad ،\quad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(ax)}{ax}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(ax)}{ax}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(ax)}{bx}=\frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(ax)}{bx}=\frac{a}{b}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan(ax)}{bx}=\frac{a}{b}$$

مثال/ جد $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{\sin 2x}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{\sin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x^2+2x}{2x}}{\frac{\sin 2x}{2x}}$$

$$\because \lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}=1 \quad ،\quad \lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{2x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{2}+1\right)$$

$$=0+1=1$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{\sin 2x}=1$$

مثال / جد $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{\sin x}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1-\cos x}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x}}{\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}}$$

$$= \frac{0}{1} = 0$$

مثال / جد $\lim_{x\to 0} \frac{2\tan^2 x}{x^2}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\tan^2 x}{x^2} = 2 \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 \cos^2 x}$$

$$= 2\left[\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{1}{\cos^2 x}\right]$$

$$= 2\left[1 * 1 * 1\right] = 2$$

مثال / أثبت أن $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x} \cdot \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x(\cos x + 1)}$$

$$\because \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Longrightarrow -\sin^2 x = \cos^2 x - 1$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-\sin^2 x}{x(\cos x + 1)} = \lim_{x\to 0} \left[\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{-\sin x}{\cos x + 1}\right] = 1 * \frac{0}{1+1}$$

$$= 0$$

مثال/ جد $\lim_{x\to 0} \sec x$

$$\lim_{x\to 0} \sec x = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos(0)} = \frac{1}{1} = 1$$

مثال/ جد $\lim_{x\to 0} x \cos \frac{1}{x}$

$$\lim_{x\to 0} x \cos \frac{1}{x} = \left[\lim_{x\to 0} x\right] * \left[\lim_{x\to 0} \cos \frac{1}{x}\right]$$

$$= 0 * \left[\lim_{x\to 0} \cos \frac{1}{x}\right]$$

$$= 0$$

مثال/ جد $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\sqrt[3]{x}}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\sqrt[3]{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^{1/3}(\cos x + 1)} = \lim_{x\to 0} \frac{-\sin^2 x \; x^{2/3}}{x(\cos x + 1)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-\sin x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin x \; x^{2/3}}{\cos x + 1}$$

$$= -1 \cdot 0 = 0$$

الأستمرارية أو (الأتصال)

Continuity

تسمى الدالة $f(x)$ مستمرة (متصلة) لو كانت مستمرة عند كل نقطة في مجالها. الدالة $f(x)$ مستمرة عند $x=x_0$ اذا كانت $f(x_0)$ تعرف كالآتي:-

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ موجودة و $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

الدالة f تسمى دالة متصلة (مستمرة) خلال الفترة المغلقة $[a,b]$ اذا كانت الدالة التي حددت أو عرفت f على $[a,b]$ متصلة لكل نقطة في $[a,b]$ وبمعنى آخر أننا نهمل ما يحدث الى يسار a والى يمين b. الدالة $f(x)$ تكون غير متصلة (غير مستمرة) عند $x=x_0$ لو أن شرطاً واحداً أو أكثر للأتصال لم يتحقق.

مثال / عين الأتصال في

$$1-\ f(x) = \frac{1}{x-2}$$

هذه الدالة غير متصلة عند $x=2$ لأن $f(2)$ غير معرفة (المقام تكون صفراً) ولأن $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة (تساوي ∞). لذلك تكون الدالة متصلة عند كل النقاط ماعدا $x=2$ وعندها تكون غير متصلة مطلقاً.

٢- $$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$

هذه الداله غير متصله عند $x=2$ لأن $f(x)$ غير معرفه (كلا البسط والمقام يساوي صفراً) ما وجود كلا

$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$.

* يمكن ان نطلق على داله بانها مستمره اذا تحققت الشروط التاليه

1- $f(x_0)$ is defined — الداله تكون معرفه

2- $\lim_{x\to x_0} f(x)$ exists — ثابته

3- $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ — موجوده

مثلاً يمكن ان نطلق على الداله

1- $f(x) = x^2+1$

داله مستمره عند النقطه $x=2$ لأن

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 5 = f(2)$$

2- $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

داله مستمره

ملاحظه/ تكون الداله غير مستمره عند عدم تحقق شرط أو أكثر من الشروط أعلاه.

أمثلة/ حدد فيما اذا كانت الدوال التالية مستمرة أو غير مستمرة عند $x=2$

$$1-\ g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{if} \quad x\neq 2\\[2ex] 3 & \text{if} \quad x=2\end{cases}$$

$g(x)=3$
$g(2)=3$

$$\lim_{x\to 2} g(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}}$$

$$=\lim_{x\to 2}(x+2)=2+2=4$$

$$\therefore \lim_{x\to 2} g(x)\neq g(2)$$

$\therefore$ $g(x)$ غير مستمرة

$$2-\ h(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{if} \quad x\neq 2\\[2ex] 4 & \text{if} \quad x=2\end{cases}$$

$h(x)=4$

$$\lim_{x\to 2} h(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}}$$

$$=4$$

$$\therefore h(2)=\lim_{x\to 2} h(x)$$ $\therefore$ الدالة مستمرة

3-

بين فيما اذا كانت الداله $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x^2-5x+6}$ مستمره أو غير مستمره

$$x^2-5x+6 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x=3 \;،\; x=2$$

$\therefore$ $f(x)$ مستمره عند كل القيم بأستثناء $x=3$ ، $x=2$

4- حدد اين يمكن ان تكون الداله مستمره $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$

مقام الداله لايمكن ان يساوي صفراً

وعليه فان الداله مستمره لكل الاعداد الحقيقيه $(-\infty ، \infty)$

5- عند اي قيمه من قيم k تكون الداله التاليه مستمره

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{7x+2}-\sqrt{6x+4}}{(x-2)} & ، \; x \geq \dfrac{-2}{7} \text{ and } x \neq 2 \\ k & ، \; x=2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt{7x+2}-\sqrt{6x+4}\right)}{(x-2)} * \frac{\left(\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x+4}\right)}{\left(\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x+4}\right)}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{7x+2-6x-4}{(x-2)\left(\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x+4}\right)} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x+4}\right)}$$

بالتعويض عن $x=2$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{16}} = \frac{1}{8} \qquad \therefore k=\frac{1}{8}$$