

Absolute value القيمة المطلقة

تعرف القيمة المطلقة بالمثل لتأتي: إذا كان x و y أي عدد
معيّن فأتى:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

الخصائص:

① $|-x| = |x|$

② $|xy| = |x||y|$

③ $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$; $y \neq 0$

④ $|x| = \sqrt{x^2}$

⑤ $|x+y| \leq |x| + |y|$

⑥ $|x-y| \geq |x| - |y|$

⑦ $-|a| \leq a \leq |a|$

⑧ if $|x| \leq a$; أو $-a \leq x \leq a$

⑨ if $|x| \geq a$; أو $x \leq -a$ or $x \geq a$

⑩ $|x^2| = |x|^2$

مثال (1) :

- ① $|4-8| = |-4| = 4$
- ② $|4| + |-3| = 4 + 3 = 7$
- ③ $|4-8| = |4+(-8)| \leq |4| + |-8|$
- ④ $|4+8| = |4-(-8)| \geq |4| - |-8|$

مثال (2) حل المتراجحة التالية :

$$|x-7| < 9$$

الحل :

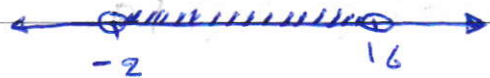
مبدأ خاصية [8] فإن

$$-9 < x-7 < 9$$

$$-9+7 < x-7+7 < 9+7$$

$$-2 < x < 16$$

$$\text{مع كل } x \in (-2, 16)$$



$$|2x+3| > 5$$

مثال (3) حل المتراجحة التالية

الحل :

$$2x+3 > 5 \quad \text{أو} \quad 2x+3 < -5 \quad \text{فإن } \textcircled{9} \text{ مبدأ خاصية [9]}$$

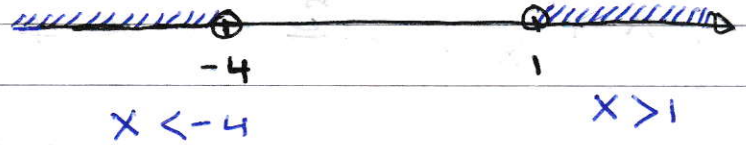
$$2x+3-3 > 5-3 \quad \text{أو} \quad 2x+3-3 < -5-3$$

$$2x > 2$$

$$2x < -8$$

$$\therefore \boxed{x > 1}$$

$$\boxed{x < -4}$$



$$\mathcal{E} = x \in (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$$

$$|x+3| \leq 5$$

مثال 4 :- حل المتراجحة التالية

الحل: حسب الخاصية (8) فان

$$-5 \leq x+3 \leq 5$$

$$-5-3 \leq x+3-3 \leq 5-3$$

$$-8 \leq x \leq 2$$

$$\mathcal{E} = \{x : -8 \leq x \leq 2\} = [-8, 2]$$



مثال 5

$$\left| x + \frac{1}{x} \right| > 2 \quad ; \quad x \neq 0$$

$$\left| \frac{x^2 + 1}{x} \right| > 2$$

$$\frac{|x^2 + 1|}{|x|} > 2 \quad (x^2 + 1) > 0$$

$$x^2 + 1 > 2|x|$$

$$x^2 - 2|x| + 1 > 0$$

$$|x|^2 - 2|x| + 1 > 0$$

$$|x|^2 = x^2 \quad \text{حيث}$$

$$(|x| - 1)^2 > 0 \quad \text{و} \quad |x| \neq 1$$

الكل هو جميع الأعداد الحقيقية ما عدا

$$x = 1 \quad ; \quad x = -1 \quad ; \quad x = 0$$

$$\text{مع} = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$$

$$|x^2 - 9| > 2$$

مسألة (6)

اكتب حسي، كاضمة 9

$$x^2 - 9 > 2 \quad \text{or} \quad x^2 - 9 < -2$$

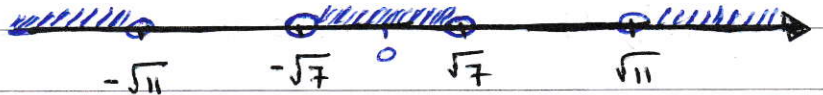
$$x^2 - 9 + 9 > 2 + 9 \quad \text{or} \quad x^2 - 9 + 9 < -2 + 9$$

$$x^2 > 11 \quad \text{or} \quad x^2 < 7$$

$$|x| > \sqrt{11} \quad \text{or} \quad |x| < \sqrt{7}$$

$$\therefore |x| = \pm x$$

$$\therefore x > \sqrt{11} \quad \text{or} \quad x < -\sqrt{11} \quad \text{or} \quad x < \sqrt{7} \quad \text{or} \quad x > -\sqrt{7}$$



$$\text{مع} = (-\infty, -\sqrt{11}) \cup (-\sqrt{7}, \sqrt{7}) \cup (\sqrt{11}, +\infty)$$

مسألة H.W : واجب
من معرفة، كلك مع لتبيل على خط، لالبار

$$|x^2 - 3| < 1$$

مثال (7) حل المتراجحات التالية

(a) $|2x - 3| \leq 1$

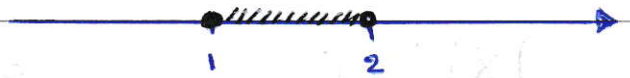
الحل: حسب خاصية (8)

$$|2x - 3| \leq 1$$

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 1$$

$$2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow \div 2$$

$$1 \leq x \leq 2$$



$$S = \{x : 1 \leq x \leq 2\} = [1, 2]$$

(b) $|2x - 3| \geq 1$

الحل: حسب خاصية (9)

$$2x - 3 \geq 1$$

or

$$2x - 3 \leq -1$$

$$2x \geq 4$$

or

$$2x \leq 2$$

$$x \geq 2$$

or

$$x \leq 1$$

$$S = \{x : x \geq 2 \text{ or } x \leq 1\}$$

$$= (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$$



① $|\frac{2}{x} - 4| < 3$

واجب H.W.

② $|\frac{3x}{5} - 1| > \frac{2}{5}$

النواحي و المتغيرات :

في تعريف لفتره $a < x < b$

1) كل من a و b يصل عدد منفرد ويركن لثابت Constant

2) الرمز x يصل اى عدد من مجموعة الاعداد ويركن المتغير

Variable

الدالة : تصرف لدالة f بانها مجموعة من الازواج المرتبة (x, y)

حيث ان لكل x توجد قيمة وصيدة ال y .

ملاحظة :

* نطلق على مجموعة قيم x بمنطق الدالة f (Domain)

* نطلق على مجموعة قيم y يمدى الدالة f (Range)

اي ان $y = f(x)$ اي ان لعدد y يمثل قيمة الدالة عند x

صيه ان : $y = f(x) = x^2$

منطق لدالة هو مجموعة الاعداد كصيفية $dom(f) = (-\infty, \infty)$

مدى لدالة هو مجموعة الاعداد الجويه $ran(f) = [0, \infty)$

مثال : هو منطق ومدى لدوال لتالية

1) $y = x^2$

4) $y = \sqrt{4-x}$

2) $y = \frac{1}{x}$

5) $y = \sqrt{1-x^2}$

3) $y = \sqrt{x}$

الحل :

المدى	المنطق	الدالة	ت
$[0, \infty)$	$(-\infty, \infty)$	$y = x^2$	1
$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$	$y = \frac{1}{x}$	2
$(-\infty, \infty)$	$[0, \infty)$	$y = \sqrt{x}$	3
$[0, \infty)$	$(-\infty, 4]$	$y = \sqrt{4-x}$	4
$[0, 1]$	$[-1, 1]$	$y = \sqrt{1-x^2}$	5

$$g(x) = \sqrt{x+4}$$

مثال: حدد مدى الدالة

$$x \in [0, 5]$$

الحل:

نحسب منطلق الدالة في الدالة لإيجاد المدى

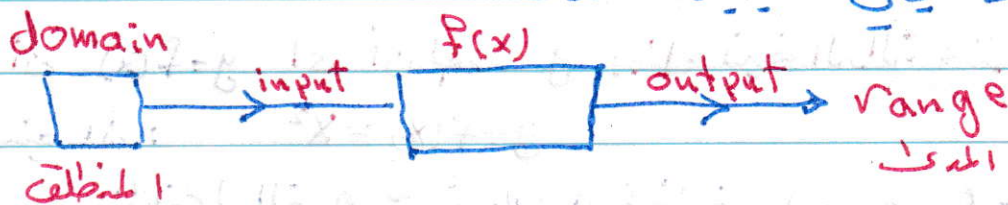
$$g(0) = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$$

$$g(5) = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

المنطلق $[0, 5]$

المدى $[2, 3]$

مخطط توضيحي لإيجاد المدى



مثال: حدد المنطلق والمدى للدالة

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + 5$$

$$2-x > 0$$

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

$$\therefore \text{Domain } (-\infty, 2)$$

نحسب في الدالة نجد المدى

$$\text{range } (5, \infty)$$

مثال: صبر المنطق والمبرهن للدالة

$$① f(x) = x^2 - 4$$

المجال: المنطق كل قيم \mathbb{R}

المدى: لا يوجد

$$y = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 = y + 4 \Rightarrow x = \sqrt{y + 4}$$

$$\text{بما } y + 4 \geq 0 \Rightarrow y \geq -4$$

المجال: Range $[-4, \infty)$

$$② f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

\therefore Domain $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)} = x - 2, \text{ For } x \neq -2$$

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow$$

لنوجد قيم x

$$y = -2 - 2 = -4$$

\therefore Range $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$

المجال، \Rightarrow Domain $\hat{=}$ \mathbb{R} : $\hat{=}$ \mathbb{R}

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{3x}{x^2 - 4x - 12}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 + 4}$$

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$\textcircled{1} x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 6, x = -2$$

$$\therefore \text{Domain} (-\infty, -2) \cup (-2, 6) \cup (6, \infty)$$

$$\textcircled{2} x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$\therefore \text{Domain} [1, \infty)$$

$$\textcircled{3} x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 > 4$$

$$x < -2 \text{ or } x > 2$$

$$\therefore \text{Domain} (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$$