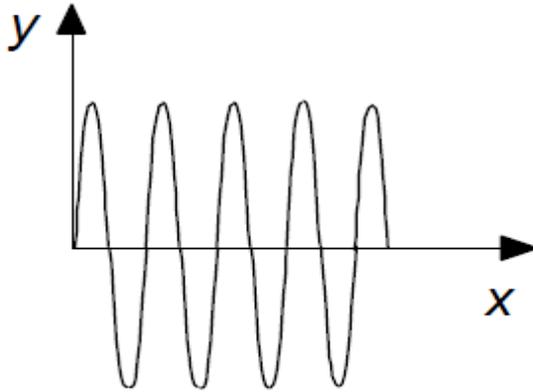


الفصل الرابع: الخواص الكهربائية والبصرية للمواد الصلبة

1- التوصيلية الكهربائية المتناوبة والخصائص البصرية:

التوصيلية الكهربائية المتناوبة هي توصيلية المادة في وجود المجال الكهربائي المتناوب وترتبط هذه التوصيلية بالخصائص الضوئية بصفة وثيقة يغطي مصطلح "الضوئية" هنا مدى الترددات والذي لا يقتصر على المدى المرئي فقط. اعتبر الآن موجة كهرومغناطيسية مستعرضة تنتشر في اتجاه محور X ومستقطبة في اتجاه محور Y كما يبين الشكل (4-1).



الشكل (4-1) موجة كهرومغناطيسية مستعرضة تنتشر في اتجاه محور x ومستقطبة في اتجاه محور y.

يمكن التعبير عن المجال الكهربائي بالعلاقة،

$$E_y = E_0 e^{i(qx - \omega t)} \quad 4-1$$

وتكون معادلة الحركة للإلكترون التوصيل في وجود هذا المجال المتناوب، كما ذكرنا من قبل على الصورة،

$$m^* \frac{dv}{dt} = -eE - m^* \frac{v}{t} \quad 4-2$$

والتي تعطى الحل في الحالة المستقرة على الصورة،

$$v_y = -\frac{e\tau}{m^*} \frac{1}{1-i\omega\tau} E \quad 4-3$$

في ضوء هذه المعادلة، تعطى كثافة التيار ($J_y = -Nev_y$) التوصيلية الكهربائية المتناوبة على الصورة

$$\sigma^* = \frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau} \quad 4-4$$

حيث $\sigma_0 = \frac{Ne^2\tau}{m^*}$ هي التوصيلية الكهربائية الاستاتيكية المعتادة. التوصيلية في المعادلة (4-4) كمية مركبة يمكن كتابتها على الصورة $\sigma^* = \sigma_1 + i\sigma_2$ والتي تكون مركبتها الحقيقية والخيالية على الصورة،

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2} \quad \text{and} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_0\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \quad 4-5$$

يمثل الجزء الحقيقي σ_1 التيار الذي يكون في نفس الطور وينتج تسخين جول المقاوم، بينما يمثل الجزء الخيالي σ_2 التيار الحثي والذي يكون خارج الطور بزاوية $\frac{\pi}{2}$. يظهر اختبار اعتماد جزئي التوصيلية السابقين على التردد في مدى الترددات المنخفضة ($\omega\tau \ll 1$) أن $\sigma_2 \ll \sigma_1$ وهذا يعني أن الإلكترونات تظهر سلوك مقاوم بالدرجة الأولى. وحيث أن $\tau = 10^{-16}$ s فإن هذا يغطي كامل مدى الترددات المألوفة وحتى مدى الأشعة تحت الحمراء البعيد. في مدى التردد العالي ($\omega\tau \gg 1$) والذي يقابل المدى المرئي ومدى الأشعة فوق البنفسجية فإن $\sigma_1 \ll \sigma_2$ وهذا يدل على السلوك الحثي للإلكترونات. في هذا المدى لا يتم امتصاص طاقة من المجال ولا تظهر حرارة جول.

دعنا الآن ننظر إلى استجابة الإلكترونات من وجهة نظر أخرى وذلك باعتبار إحدى معادلات ماكسويل والتي هي،

$$\nabla \times H = \epsilon_L \frac{\partial E}{\partial t} + J \quad 4-6$$

حيث يمثل الحد الأول في الطرف الأيمن تيار الإزاحة المصاحب لاستقطاب قلوب الأيونات في الشبكة، بينما يمثل الحد الثاني (J) التيار الحمل الحرارى للإلكترونات التوصيل يكون التيار الأخير في حالة المجال المتناوب على الصورة

$$J = \sigma^* E = -\frac{\sigma^*}{iw} \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla \times J = \varepsilon^* \frac{\partial E}{\partial t} \quad 4-7$$

حيث ε^* ثابت العزل الكهربى الكلى، حيث

$$\varepsilon^* = \varepsilon_L + i \frac{\sigma^*}{w} \quad 4-8$$

وهكذا فإننا نرى الآن إلكترونات التوصيل كجزء من الوسط العزل وهذا معقول، حيث أن الإلكترونات تتذبذب حول مواضع اتزانها بدون محصلة حركة انتقالية. بإدخال ثابت العزل النسبى ($\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0}$) والتعويض عن σ^* من المعادلة (4-5) فى المعادلة الأخيرة نحصل على

$$\varepsilon_r^* = \varepsilon_{r1} + i\varepsilon_{r2}$$

$$\varepsilon_r^* = \left(\varepsilon_{L,r} - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_r(1+w^2\tau^2)} \right) - i \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0(1+w^2\tau^2)} \quad 4-9$$

يعرف معامل الانكسار المركب للوسط (n) بالعلاقة

$$n^* = \sqrt{\varepsilon_r^*} = n + ik \quad 4-10$$

حيث n هو معامل الانكسار المعتاد و k معامل الخمود (extinction coefficient). فى تجارب الضوء عادة لا يتم قياس n و k مباشرة ولكن تقاس الانعكاسية R ومعامل الامتصاص α . ترتبط الانعكاسية مع معاملات الانكسار بالعلاقات،

$$R = \frac{(n-1)^2+k^2}{(n+1)^2+k^2} \quad \& \quad \alpha = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad 4-11$$

حيث λ تمثل الطول الموجي للضوء الساقط. تصف المعادلات من (4-9) الى (4-11) سلوك الإلكترونات في كامل مدى التردد ولكن من الأفضل فهم محتوياتها الطبيعية بفحص نتائجها في مناطق الترددات المختلفة، كما سنبين فيما يلي:

2- منطقة الترددات المنخفضة ($\omega\tau \ll 1$):

تبين المعادلات السابقة أن $\vec{\epsilon}_r$ تقل في هذا المدى الى القيمة الخيالية $\vec{\epsilon}_r \cong i\epsilon_{r2}$ وبالتالي نحصل على،

$$|n| \cong |k| = \left(\frac{\epsilon_{r2}}{2}\right) = \left(\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0\omega}\right)^{1/2} \quad 4-12$$

تعتمد الأشعة الضوئية التي تخترق المادة على عمق الاختراق طبقاً للعلاقة $I = I_0 e^{-\alpha x}$ حيث I_0 شدة الأشعة الساقطة و x عمق الاختراق و α معامل الامتصاص و يعرف مقلوب معامل الامتصاص ($\delta = \frac{1}{\alpha}$) بعمق القشرة. وهكذا فإن $\frac{1}{\alpha}$ يعتبر مقياساً للمسافة التي يخترقها الشعاع الضوئي قبل أن يتم امتصاص طاقته. يمكن كتابة عمق الامتصاص على الصورة،

$$\delta = \left(\frac{\epsilon_0 c^2}{2\sigma_0 \omega}\right)^{1/2} \quad 4-13$$

3- منطقة الترددات العالية ($\omega\tau \gg 1$):

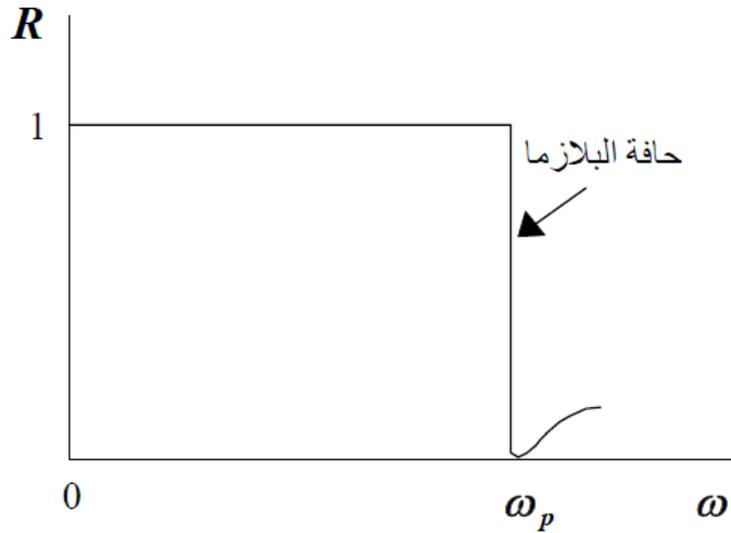
يغطي هذا المدى من الترددات منطقة الأشعة المرئية والأشعة فوق البنفسجية. تبين المعادلة (4-9) أن ϵ_r^* تقل في هذا المدى إلى القيمة الحقيقية وبالتالي نحصل على،

$$\epsilon_r = \epsilon_{L,r} \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \quad 4-14$$

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_L m^*} \quad 4-15$$

حيث استخدمنا العلاقة $\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m^*}$. يعرف التردد ω_p بتردد البلازما وسوف نكشف عن مغزاه بشكل مختصر فيما يلي. من المعادلة (4-14) يمكننا أن نرى أنه يمكن تقسيم مدى الترددات

المرتفعة إلى منطقتين. المنطقة الأولى والتي فيها يكون التردد اقل من تردد البلازما ($\omega < \omega_p$) و يكون $\epsilon_r < 0$ وبالتالي من المعادلة (4-10) نجد $n=0$. وعلى ضوء المعادلة (4-11) يؤدي ذلك إلى $R=1$ وهذا يظهر انعكاسية تامة. في المنطقة الأخرى ($\omega > \omega_p$) حيث $\epsilon_r > 0$ يكون $k=0$. في هذه المنطقة يكون $\alpha=0$ و $0 < R < 1$ ويعمل الوسط المعدني كعازل كهربائي شفاف لا يمتص الطاقة مثل الزجاج. يوضح الشكل (4-2) اعتماد الانعكاسية على التردد ويظهر هذا الشكل الانخفاض الفجائي عند $\omega = \omega_p$ والذي يعرف بحافة الانعكاس للبلازما (plasma reflection edge).



الشكل (4-2) حافة الانعكاس للبلازما.

يتبين من المعادلة (4-15) أن التردد ω_p يتناسب طردياً مع الكثافة الإلكترونية N . يبين الجدول (4-1) الكثافات في المعادن تجعل ω_p تقع في أعلى المدى المرئي ومدى الأشعة فوق البنفسجية.

الجدول (4-1) قيم حافة الانعكاس (تردد البلازما) والأطوال الموجية المقابلة لبعض المعادن.

Parameter	Rb	K	Na	Li
ω_p	0.55	0.55	0.89	$1.22 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$
λ_p	3400 Å	3150 Å	2100 Å	1550 Å

توجد خاصية شيقة أخرى لتردد البلازما يمكن استنتاجها من معادلة ماكسويل،

$$\nabla \cdot D = \varepsilon \nabla \cdot E = 0 \quad 4-16$$

حيث $D = \varepsilon E$ هي مجال الإزاحة الكهربائية المعتاد. تعترف هذه المعادلة بوجود النمط الطولى الذي له

$$\nabla \cdot E \neq 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = 0 \quad 4-17$$

يتبين من المعادلة (4-15) ان ε_r تتلاشى فقط عند $\omega = \omega_p$. شوهد هذا النمط فى المعادن ويعرف

بنمط البلازما. لاحظ أن الجزء الحقيقي من مركبتي ثابت العزل الكهربائي (ε_{r1}) يمثل استقطاب

الشحنات المستحثة بالمجال، بينما يمثل الجزء الخيالي (ε_{r2}) امتصاص الطاقة بواسطة النظام.

4- الانبعاث الأيونى الحراري:

فى الأنابيب المفرغة، عند تسخين المهبط المصنوع من معدن فإن الإلكترونات تنبعث من السطح

وتعرف هذه الظاهرة بالانبعاث الأيونى الحرارى. فى هذا الفصل سنناقش منشأ هذه الظاهرة فى

ضوء نموذج الإلكترونات الحرة. يبين الشكل (3-4) مخطط لمستويات الطاقة للإلكترونات فى

المعدن طبقا لنموذج الإلكترونات الحرة. عند الصفر المطلق ($T=0$ K) تكون كل المستويات ممتلئة

الإلكترونات. لاحظ أيضا أن الإلكترونات الموجودة عند EF لا تستطيع الهروب من المعدن بسبب

وجود حاجز الطاقة عند السطح وهو عبارة عن بئر جهدي له الارتفاع ϕ ويسمى دالة الشغل.

تختلف هذه الدالة من معدن إلى آخر ولكنها بشكل عام تقع فى المدى من 1.5 الى 5 إلكترون فولت.

كما ذكرنا، لا تستطيع هذه الإلكترونات الهروب من سطح المعدن عند درجة الصفر المطلق، ولكن

مع ارتفاع درجة الحرارة تكتسب الإلكترونات طاقة وتنتقل من المستويات أسفل مستوى فيرمى

(EF) إلى مستويات اعلي منه، أي أن المستويات اعلي مستوى فيرمى تبدأ فى الانشغال

بالإلكترونات. حتى المستويات الموجودة اعلي حاجز الجهد (أي التى عند طاقة اعلي من $EF + \phi$)

تصبح مأهولة بالإلكترونات إلى حد ما. الآن، تملك الإلكترونات الموجودة فى هذه المستويات

(الاخيرة) طاقة كافية لتتغلب على الحاجز وتكون هي المسئولة عن الانبعاث المشاهد عند السطح.

دعنا الآن نحسب كثافة تيار الإلكترونات المنبعثة باعتبار أن سطح المعدن عمودي على اتجاه محور x. يكون تركيز الإلكترونات التي تقع سرعتها في المدى من (v_x, v_y, v_z) الى $(v_x+dv_x, v_y+dv_y, v_z+dv_z)$ على النحو التالي،

$$d^3N = N \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m^*(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT} dv_x dv_y dv_z \quad 4-18$$

استخدمنا توزيع ماكسويل-بولتزمان لأن الإلكترونات المشاركة في عملية الانبعاث تكون كلها ذات الطاقة الأعلى (أعلى من مستوى فيرمي) يمكن وصفها بدقة بواسطة هذا التوزيع. تعطى كثافة التيار المنبعث نتيجة هذه الإلكترونات بالعلاقة التالية،

$$dJ_x = -ev_x d^3N \quad 4-19$$

لإيجاد تعبير يصف كثافة التيار نتيجة كل الإلكترونات نأخذ المجموع على كل السرعات المعتبرة، أي أن،

$$J_x = \int dJ_x$$

$$J_x = -eN \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} \iiint v_x e^{-m^*(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT} dv_x dv_y dv_z \quad 4-20$$

عند إجراء التكامل على كل السرعات يكون المدى لكل من السرعات v_y و v_z هو $(-\infty, +\infty)$ بينما يكون مدى السرعة v_x حيث $\frac{1}{2} m^* v_x^2 \geq E + \phi$ لأن لهذه الإلكترونات فقط سرعة كافية في الاتجاه المطلوب للهروب من السطح. لذلك نحصل على،

$$J_x = -eN \left(\frac{m^*}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{v_{x0}}^{\infty} v_x e^{-m^* v_x^2/2kT} dv_x$$

حيث $v_{x0} = \left[\frac{2(E+\phi)}{m^*} \right]^{1/2}$ تكون نتيجة تكامل هذه المعادلة هي،

$$J_x = AT^2 e^{-\phi/kT} \quad 4-21$$

حيث $A = \frac{m^* e k^2}{2\pi^2 \hbar^2}$. تكون القيمة العددية للثابت A هي $120 \text{ amp/cm}^3 \cdot \text{k}^2$. تعرف المعادلة

الأخيرة بعلاقة ريتشاردسون-دوشمان (Richardson-Dushman) والتي تتفق جيدا مع النتائج التجريبية. تبين هذه العلاقة أن كثافة التيار تزداد فجأة مع درجة الحرارة وبما أن $\phi \gg kT$ فإن كثافة

التيار تزداد بشكل أسى مع درجة الحرارة في المدى المعتاد. يبين الجدول (4-2) قيم دالة الشغل لبعض المعادن تم الحصول عليها من قياسات الانبعاث الأيونى الحرارى.

الجدول (4-2) قيم دالة الشغل بوحدات الإلكترون فولت.

العنصر	W	Ta	Ni	Ag	Cs	Pt
ϕ	4.6	4.2	4.6	4.8	1.8	5.3