The Sign test اختبار الاشارة

يعتبر اختبار الاشارة من الاختبارات السهلة والمفيدة والشائعة الاستعمال ،وسمي باختبار الاشارة لتحويل البيانات تحت التحليل الى اشارات سالبة وموجبة .

ان افتراضات الاختبار تتلخص بكون العينة التي نختبرها يجب ان تكون عشوائية مسحوبة من مجتمع يتوزع توزيعا مستمرا مجهول الوسيط كما ان البيانات يجب ان تكون رتيبة المقياس على اقل تقدير.

1- **عندما يكون حجم العينة صغيرا.**

- **فرضية الاختبار :** توضع فرضية العدم على اساس ان الوسيط يساوي قيمة معينة ضد اي فرضية بديلة اخرى .

1- $H_0 : me = me_0$ & $H_1 : me \neq me_0$
2- $H_0 : me \geq me_0$ & $H_1 : me < me_0$
3- $H_0 : me \leq me_0$ & $H_1 : me > me_0$

ملاحظة: $p(+) = p(-) = 0.5$

حيث ان:
me : تمثل الوسيط.
me_0 : تمثل الوسيط الفرضي (قيمة معينة).

- **احصاءة الاختبار :**

$$P(K \leq x / n,p) = \sum_{k=0}^{x} C_k^n P^k q^{n-k}$$

حيث ان :

K: تمثل عدد الاشارات الاقل في عينة الدراسة (تحت الاختبار)

x: عدد الاشارات تحت الاختبار

n: عدد المشاهدات تحت الاختبار

- **اجراءات الاختبار :**

1- نضع اشارة(+) لكل مشاهدة التي تزيد عن (me_0) واشارة (-) للمشاهدة التي تقل عن (me_0) ونعطي قيمة صفر(0) للمشاهدة التي تساوي (me_0) وتهمل هذه المشاهدة .
2- في حالة الفرضية (1) فان احصاءة الاختبار تختبر الاشارة التي عدد تكرارها الاقل سواءا كانت موجبة او سالبة .
   - في حالة الفرضية (2) فان احصاءة الاختبار تختبر عدد الاشارات الموجبة .
   - في حالة الفرضية (3) فان احصاءة الاختبار تختبر عدد الاشارات السالبة .
3- نستخرج الاحتمال للإشارات من خلال تطبيق احصاءة الاختبار(توزيع ثنائي الحدين) او من جداول خاصة بتوزيع ثنائي الحدين .

القرار:

اذا كانت قيمة الاحتمال المحسوبة اقل من مستوى المعنوية المختار فأننا نرفض فرضية العدم والعكس بالعكس .

مثال-1 :

مجموعة من اطفال احدى رياض الاطفال تم اخضاعهم لأحدى اختبارات الذكاء وكانت نتائجهم كالاتي :

4 , 6 , 5 , 10 , 8 , 7 , 9 , 6 , 8 , 6

المطلوب / اختبار الفرضية التالية ولمستوى معنوية 0.05 :

H_0 : Me $\leq$ 5

H_1 : Me $>$ 5

الحل :

1- نضع الاشارات (+) و(-) للمشاهدات بالاعتماد علي قيمة الوسيط ($me_0 = 5$)

4	6	5	10	8	7	9	6	8	6
-	+	0	+	+	+	+	+	+	+

تهمل

2- عدد الاشارات الموجبة = 8 ، عدد الاشارات السالبة = 1 وتهمل المشاهدة الثالثة (5) وذلك لمساواتها للوسيط الفرضي . اذن n= 9 عدد المشاهدات تحت الاختبار

3- يتم حساب احصاءة الاختبار وبالاعتماد على الفرضية

اذن x تأخذ عدد الاشارات السالبة وتساوي (1).

$$P(k \leq 1 / n=9, p=0.5) = p(x=0) + p(x=1)$$

$$P(k \leq 1 / n=9, p=0.5) = \sum_{k=0}^{1} C_k^9 (\tfrac{1}{2})^k (\tfrac{1}{2})^{9-k}$$

$$= C_0^9 (\tfrac{1}{2})^0 (\tfrac{1}{2})^9 + C_1^9 (\tfrac{1}{2})^1 (\tfrac{1}{2})^8$$

$$= (1)(1)(0.00195) + (9)(0.5)(0.00391) = 0.00195 + 0.0176$$

$$= 0.0195$$

القرار: بمان قيمة احصاءة الاختبار اقل من مستوى المعنوية (0.05) لذا نرفض فرضية العدم القائلة ان وسيط العلامات للمجتمع المسحوب منه العينة اقل او يساوي 5 .

مثال -2:

البيانات التالية تمثل اعمار عينة عشوائية من مراجعي احدى عيادات الاسنان الذين يشكون من التهاب اللثة بسبب التدخين .

42 , 47 , 45 , 34 , 45 , 51 , 53 , 43 , 51 , 45 , 47 , 37 , 54 , 50 , 47

هل يمكن اعتبار العمر 42 هو وسيط العينة لمستوى معنوية 5%.

الحل :

فرضية الاختبار :

$H_0 : Me = 42$

$H_1 : Me \neq 42$

نعمل جدول الاشارات

42	47	45	34	45	51	53	43	51	45	47	37	54	50	47
0	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+

- عدد الاشارات الموجبة = 12
- عدد الاشارات السالبة = 2
- تهمل المشاهدة الاولى (42) لمساواتها الوسيط الفرضي
- $n = 14$ عدد الاشارات الكلية عدا الصفر
- بالاعتماد على الفرضية نستطيع ان نختبر الاشارة الموجبة او السالبة ولكن سوف نختار الاشارات السالبة لأنها الاقل تكرارا للسهولة .

$$P(k \leq 2 / n=14, p=0.5) = \sum_{k=0}^{2} C_k^{14} (\tfrac{1}{2})^k (\tfrac{1}{2})^{14-k}$$

$$= p(x=0) + p(x=1) + p(x=2)$$

$$= C_0^{14} (\tfrac{1}{2})^0 (\tfrac{1}{2})^{14} + C_1^{14} (\tfrac{1}{2})^1 (\tfrac{1}{2})^{13} + C_2^{14} (\tfrac{1}{2})^2 (\tfrac{1}{2})^{12}$$

$$= (1)(1)(0.000061) + (14)(0.5)(0.000122) + (91)(0.25)(0.00024)$$

$$= (0.000061) + (0.000854) + (0.00546) = 0.0064$$

القرار:

الاختبار من طرفين فان مستوى المعنوية يساوي $(\alpha/2 = 0.025)$

نجد ان قيمة الاختبار (الاحصاءة المحسوبة) اقل من مستوى المعنوية 0.025 لذا فأننا نرفض فرضية العدم القائلة بان وسيط اعمار المصابين بمرض التهاب اللثة بسبب التدخين يساوي 42 سنة .

تمرين واجب :

اختبر احد مشغلي الحاسبات الاشرطة الممغنطة والمعلومات المخزنة عليها وكانت المسافات مقاسة (بالقدم) للقيود الفاشلة في الاختبار، المطلوب اختبار الفرضية الاتية :

$H_0 : \quad Me \geq 50.5$

$H_1 : \quad Me < 50.5$

لمستوى معنوية 5% للمشاهدات التالية :

67 , 6 , 7 , 35 , 78 , 28 , 74 , 5 , 9 , 37

2- عندما يكون حجم العينة كبيرا .

عندما يكون حجم العينة اكبر من 25 مشاهدة فأننا نستخدم الصيغة التقريبية لتوزيع ثنائي الحدين من التوزيع الطبيعي الاتية :

$$Z = \frac{K-np}{\sqrt{npq}}$$

$$Z = \frac{(K \mp 0.5)-0.5\,n}{05\sqrt{n}}$$

<u>ملاحظة //ويمكن استخدام الصيغة اعلاه اذا كان حجم العينة صغيرا ايضا بشرط .</u>

1- تستخدم (k+0.5) في الصيغة اعلاه عندما $k < n/2$.
2- تستخدم (k – 0.5) عندما $k > n/2$.

K: عدد الاشارات المشاهدة وحسب فرضية الاختبار

وخطوات الاختبار هي نفسها . فقط يكون القرار بالمقارنة مع قيمة Z الجدولية وبمستوى معنوية محدد .

<u>مثال :</u>

نفس بيانات المثال السابق ولنفس الفرضية ومستوى المعنوية

$H_0 : Me = 42$

$H_1 : Me \neq 42$

عدد الاشارات الموجبة = 12 ، عدد الاشارات السالبة = 2 ، تهمل المشاهدة (42) لمساواتها للوسيط الفرضي

- نختار الاشارات السالبة كونها الاقل
- $K= 2 < n/2= 14/2 = 7$)
- احصاءة الاختبار

لذا فأن احصاءة الاختبار

$$Z = \frac{(K+0.5)-0.5\,n}{05\sqrt{n}} = \frac{2+0.5-0.5(14)}{0.5\sqrt{14}} = -2.405$$

$$|Z| = 2.405$$

القيمة الجدولية $(\alpha/2 = 0.025)$ $\leftarrow$ $Z_{0.025} = 1.96$

اذن القيمة المحسوبة لـ Z اكبر من الجدولية لذا نرفض فرضية العدم H_0 وهي نفس النتيجة السابقة .

اختبار الاشارة لعينتين The Samples - Sign test

في حالة اختبار الفرق بين وسطين حسابيين وعند عدم توفر شروط الاختبار المعلمي فان بديلا اخر مناسب لإجراء مثل هكذا اختبار هو اختبار الاشارة لعينتين حيث يتم الحصول على الاشارة السالبة والموجبة من خلال مقارنة مفردتي كل زوج من القيم مع بعضها وتحديد الاشارة وفي حالة تساوي قيم المفردتين نضع صفرا وينقص حجم العينة بعدد الاصفار التي تم الحصول عليها .

مثال:

الجدول التالي يبين الدرجات التي حصل عليها عدد من الطلبة تم اختيارهم عشوائيا من كليتين مختلفتين في مادة الرياضيات .

الكلية(1)	66	70	74	73	68	71	74	66	75	69	76	70
الكلية(2)	62	68	68	67	61	73	70	61	68	71	73	66

هل هناك فرق في معدل المعرفة في مادة الرياضيات ما بين الطلبة الجدد في الكليتين عند مستوى معنوي 0.05 ؟.

الحل:

$H_0 : P = \frac{1}{2}$

$H_1 : P > \frac{1}{2}$

حيث ان H_1 حددت بهذا الشكل لان الواضح ان درجات الطلبة في الكلية الاولى اعلى من درجات الطلبة في الكلية الثانية اذا كان اهتمامنا منصب على الاشارات الموجبة .

الكلية(1)	66	70	74	73	68	71	74	66	75	69	76	70
الكلية(2)	62	68	68	67	61	73	70	61	68	71	73	66
الاشارات	+	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+

حجم العينة n=12 ، لاتوجد مشاهدات تهمل (مساوية للصفر).

$P=\frac{1}{2}$ ، عدد الاشارات الموجبة = 10 ، عدد الاشارات السالبة = 2 ، فنقوم بحساب ..

$$P(K \geq 10 \ / n=12 \ , p=0.5) = \sum_{k=10}^{12} C_k^{14} (\tfrac{1}{2})^k (\tfrac{1}{2})^{12-k}$$

$$= C_{10}^{12}(\tfrac{1}{2})^{10}(\tfrac{1}{2})^{12-10} + C_{11}^{12}(\tfrac{1}{2})^{11}(\tfrac{1}{2})^{12-11} + C_{12}^{12}(\tfrac{1}{2})^{12}(\tfrac{1}{2})^{12-12}$$

$$= 0.016 + 0.003 + 0.0002 = 0.0192$$

نقارن قيمة الاحتمال مع قيمة مستوى المعنوية (α=0.05) من جانب واحد نجد ان قيمة الاحتمال اصغر من مستوى المعنوية لذلك نرفض فرضية العدم اي ان عدد الاشارات الموجبة اكبر من 10 ، اي ان طلبة الكلية الاولى افضل من الكلية الثانية في مادة الرياضيات .

ملاحظة :-

كان بالإمكان التكلم عن مستوى طلبة الكلية الثانية (اي عدد الاشارات السالبة) وبالتالي تصبح الفرضية :

$$H_0 : P = \frac{1}{2}$$

$$H_1 : P < \frac{1}{2}$$

ونحسب قيمة الاحتمال

$$P(K \leq x \ / n=12 \ , p=0.5) =$$

x: عدد الاشارات السالبة تساوي = 2

$$P(K \leq 2 \ / 12 \ , 0.5) = \sum_{k=0}^{2} C_k^{12} (\tfrac{1}{2})^k (\tfrac{1}{2})^{12-k}$$

$$= C_0^{12} (\tfrac{1}{2})^0 (\tfrac{1}{2})^{12} + C_1^{12} (\tfrac{1}{2})^1 (\tfrac{1}{2})^{11} + C_2^{12} (\tfrac{1}{2})^2 (\tfrac{1}{2})^{10}$$

$$= (1)(1)(0.00024) + (12)(0.5)(0.000488) + (66)(0.25)(0.00098)$$

$$= 0.00024 + 0.000293 + 0.01617$$

$$= 0.0193$$

ويكون القرار

بما ان قيمة الاحتمال هي اقل من قيمة مستوى المعنوية (α=0.05) وبالتالي نرفض فرضية العدم وهو نفس القرار السابق

يتم قبول الفرضية البديلة اي ان عدد الاشارات السالبة اقل من 2 اي ان طلبة الكلية الثانية ليست افضل من الكلية الاولى في مادة الرياضيات .