السيطرة النوعية -2

جامعة البصرة- كلية الإدارة والاقتصاد- قسم الإحصاء 2018-2019 إعداد/مدرس المادة م.م علي عبدالزهره حسن

لوحة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً (EWMA).

The Exponentially weighted Moving Average)

مقدمة :

توصل العالم روبرت (1959) في اواخر الخمسينات من القرن الماضي الى استخدام الوزن النسبي والترجيح اسيا للوصول الى لوحة جديدة مطورة للوحة شيوارت للوصول الى اكتشاف للانحرافات المتوسطة والصغيرة بعد ان كانت لوحة شيوارت تقتصر على كشف الانحرافات الكبيرة وتأخذ بنظر الاعتبار اخذ مجموعات جزئية بحجم n من المشاهدات .

وتعتمد اللوحة على استخدام الوزن النسبي الذي يمكن ان يعطي الرمز (λ) او اي رمز اخر وقيمته تقع ما بين الصفر والواحد ($0 \leq \lambda \leq 1$) وتمثل معلمة التنعيم والاسم الشائع (EWMA) وتسمى بعض الاحيان بلوحة المعدل الهندسي المتحرك *(GMA)* وتختص اللوحة بمراقبة متوسط العملية الانتاجية معبرا عنها ب *(Z_i)* وهو متوسط موزون لكل متوسط العينات وتأخذ *($Z_0 = \bar{\bar{X}}$)* وبرغم تخصص اللوحة في تطبيقات السيطرة النوعية لكنها تستخدم ايضا في مجالات التنبؤ بتقريبها الى اسلوب التغذية العكسية ولتحسين ادائها تستخدم ايضا ميزة الاستجابة السريعة .

- **بناء لوحة (EWMA)**

يختص بناء اللوحة بمراقبة متوسط اي عملية انتاجية معبر عنها ب *(Z_i)* من خلال استخدام وزن الترجيح λ وفق الصيغة التالية :-

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} \quad ; \; i > 0$$

$$Z_0 = \mu_0 \quad ; \quad ; \quad (0 \leq \lambda \leq 1)$$

حيث ان:

λ: تمثل معلمة التمهيد او معامل الترجيح

X_i : تمثل مفردات العينة .

Z_i : المتوسط المتحرك الموزون اسيا

Z_0 : القيمة الاولى للمتوسط المتحرك الموزون اسيا وعادة مايتم التعويض عنها بقيمة متوسط العينة

$(Z_0 = \mu_0 = \bar{\bar{X}})$

ولأننا سنركز على بيان دور لوحة (EWMA) في تطوير لوحة شيوارت $\bar{X}$ ، فيتم اخذ المتوسطات الحسابية للمجموعات الجزئية لتكون صيغة Z_i كما يلي :

2- السيطرة النوعية

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} \quad ; \quad i > 0$$

حيث ان :

$\bar{X}_i$: يمثل الوسط الحسابي للمجموعة *i* كما ان نقطة البداية ($Z_0 = \mu_0 = \bar{\bar{X}}$) .

ملاحظة :

كلما اقتربت قيمة λ من الواحد الصحيح يعني ذلك ترجيحا اكبر لمتوسط المجموعة الجزئية الحالية وتقترب اللوحة من لوحة $\bar{X}$ وبالعكس كلما اتجهت قيمة λ الى الصفر يعني ذلك ترجيحا اقل .

قبل تحديد خطوات لوحة (EWMA) لابد من تحديد تباين المتوسط المرجح اسيا Z_i فاذا كانت متوسطات المجموعات الجزئية ($\bar{X}_i$) متغيرات عشوائية مستقلة بمتوسط (μ) وتباين ($\frac{\sigma^2}{n}$) وعندما تكون لدينا مشاهدات فردية (X_i) يكون التباين σ^2.

- ويمكن استخراج تباين Z_i وفق الصيغة التالية :

$$\sigma_{zi}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1 - (1-\lambda)^{2i}]$$

وعندما تكبر قيمة *i* وبشكل عام $i \longrightarrow \infty$ فان المقدار $(1-\lambda)^{2i}$ ينخفض تدريجيا ويتجه الى الصفر وبالتالي فان التباين عندها يستخرج وفق الصيغة التالية :-

$$\sigma_{zi}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)$$

وبالتالي فان الانحراف المعياري لـ Z_i يكون

- في حالة i صغيرة وفق الصيغة :

$$\sigma_{zi} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1 - (1-\lambda)^{2i}]}$$

- في حالة *i* كبيرة جدا فان :

$$\sigma_{zi} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$

ويتم حساب الحدود الثلاث كما يلي:

(الصيغة العامة عندما تكون i صغيرة)

$$UCL = \mu_0 + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{(\frac{\lambda}{2-\lambda})[1-(1-\lambda)^{2i}]}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{(\frac{\lambda}{2-\lambda})[1-(1-\lambda)^{2i}]}$$

(عندما تكون $i \longrightarrow \infty$) تكون الحدود :

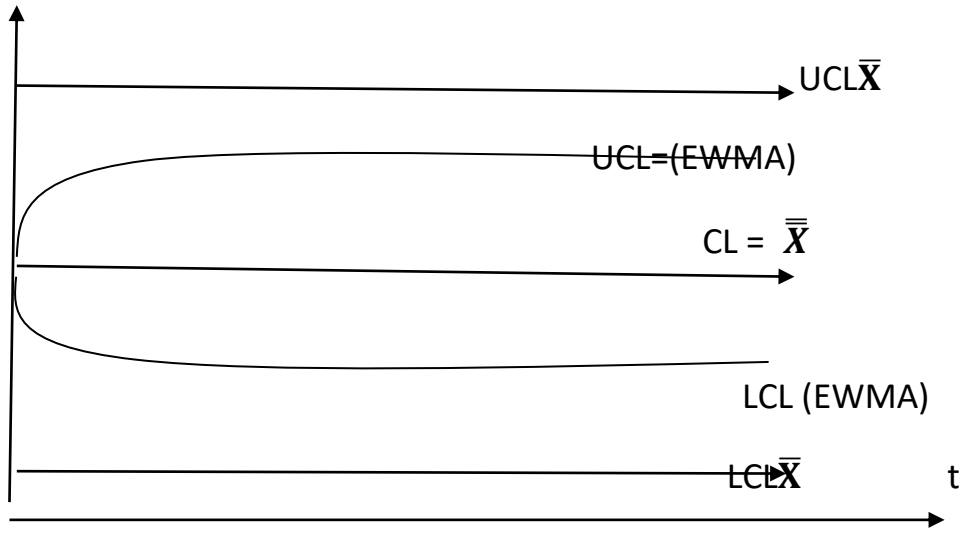
$$UCL = \mu_0 + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{(\frac{\lambda}{2-\lambda})}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$

- **اما الصيغة الخاصة بالمتوسطات ($\bar{X}_i$) فيتم استبدال μ_0 بـ ($\bar{\bar{X}}$) *بالصيغ اعلاه* .**

والشكل التالي يوضح شكل لوحة السيطرة EWMA وحالة التطوير للوحة $\bar{X}$ من خلال تحديد حدي السيطرة لهما .



2- السيطرة النوعية

جامعة البصرة- كلية الإدارة والاقتصاد- قسم الإحصاء 2019-2018 إعداد/مدرس المادة م.م علي عبدالزهره حسن

مثال : في شركة للصناعات الغذائية تمت مراقبة وزن العلبة (غم)المنتجة لأحد المنتجات بمحتوياتها حيث تم اخذ (10) عينة بحجم (5) وحدات بفترات منتظمة وتم الحصول على البيانات التالية ، حدد اذا كانت العملية تحت السيطرة مستخدما لوحة (EWMA) اذا علمت ان (σ=2.1) , (λ=0.3).

رقم العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
$\overline{x}_i$	469	468	469	466	465	467	469	469	464	468	4674

الحل :

نستخرج قيم المتوسطات المتحركة الموزونة اسيا (Z_i) وفق الصيغة التالية :-

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} \quad ; \quad i > 0$$

$$Z_0 = \bar{\bar{X}} = 467.4$$

$$Z_1 = \lambda \bar{X}_1 + (1 - \lambda) Z_0 = (0.3)(469) + (1-0.3)(467.4) = 140.7+327.18 = 467.88$$

$$Z_2 = \lambda \bar{X}_2 + (1 - \lambda) Z_1 = (0.3)(468)+(1 - 0.3)(467.88) = 140.4+327.516$$

$$= 467.92$$

$$Z_3 = \lambda \bar{X}_3 + (1 - \lambda) Z_2 = (0.3)(469) +(0.7)(467.92) = 468.24$$

وهكذا لبقية العينات وكما في الجدول التالي :

رقم العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{x}_i$	469	468	469	466	465	467	469	469	464	468
Z	467.88	467.92	468.24	467.57	466.80	466.86	467.50	467.95	466.77	467.14

ونستخرج الحدود العليا والدنيا للعينات باستخدام الصيغ التالية :

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1-(1-\lambda)^{2i}]}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1-(1-\lambda)^{2i}]}$$

-العينة الاولى

$$UCL(1) = 467.4 + 3\frac{2.1}{\sqrt{5}}\sqrt{(\frac{0.3}{2-0.3})[1-(1-0.3)^{2(1)}]}$$

$$= 467.4 + 2.82\ (\sqrt{0.09}) = 467.4 + 0.846 = 468.246$$

$$LCL(1) = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{(\frac{\lambda}{2-\lambda})[1-(1-\lambda)^{2i}]}$$

$$= 467.4 - 0.846 = 466.554$$

- العينة الثانية :

$$UCL(2) = 467.4 + 2.82\sqrt{(\frac{0.3}{1.7})[1-(0.7)^{2(2)}]}$$

$$= 467.4 + 2.82\sqrt{0.1341} = 467.4 + 1.03 = 468.43$$

$$LCL\ (2) = 467.4 - 1.03 = 466.37$$

وهكذا لبقية العينات وسنلاحظ ان الفرق يصبح ضئيلا عندها فان النتائج الاخيرة يمكن استخراجها وفق الصيغة التالية :

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{(\frac{\lambda}{2-\lambda})}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$

فلو اعتبرنا ($i \geq 3$) كبيرة ونطبق الصيغة اعلاه نحصل على

$$UCL(3) = 467.4 + 3\frac{2.1}{\sqrt{5}}\sqrt{(\frac{0.3}{2-0.3})} = 467.4+2.82\sqrt{0.176}$$

$$= 467.4+ 1.183 = 468.583$$

$$LCL(3) = 467.4 - 1.183 = 466.217$$

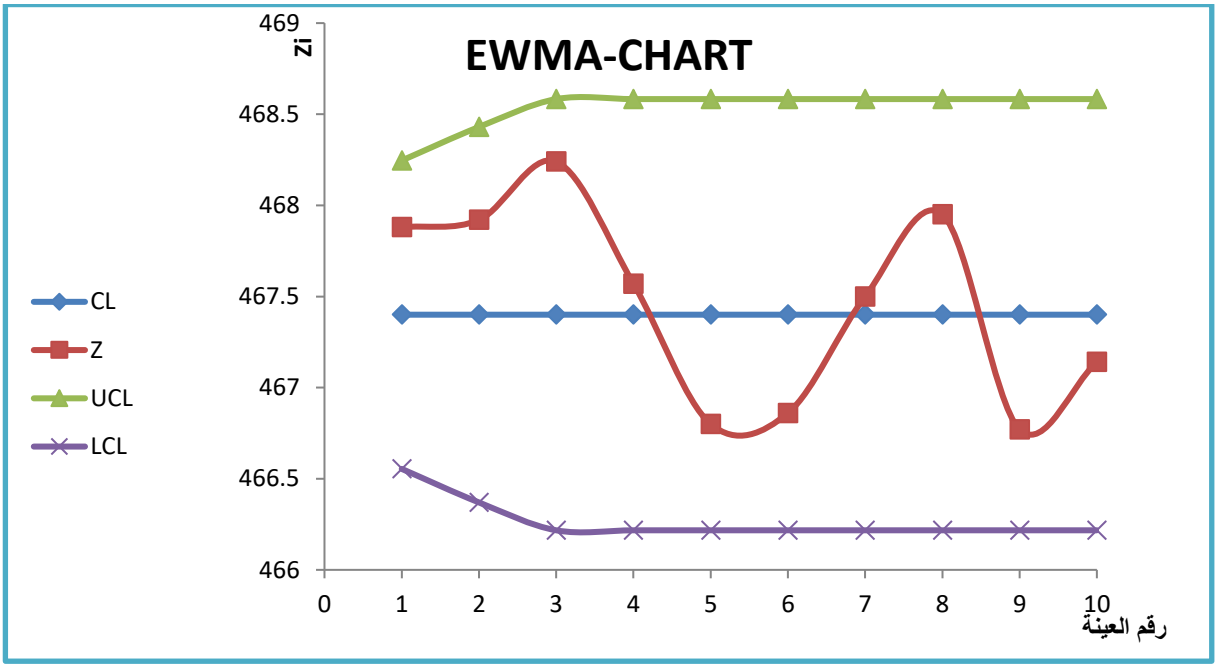
وبذلك سوف تكون الحدود الدنيا للعينات الرابعة والخامسة و.....و العاشرة هي نفسها للعينة الثالثة.

ويتم ترتيب النتائج كما في الجدول ادناه

وبعدها يمكن رسم اللوحة مع قيم المتوسطات المتحركة الموزونة اسيا ليكون لدينا الشكل التالي :

2- السيطرة النوعية

رقم العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{x}_i$	469	468	469	466	465	467	469	469	464	468
Z	467.88	467.92	468.24	467.57	466.80	466.86	467.50	467.95	466.77	467.14
UCL	468.246	468.43	468.583	468.583	468.583	468.583	468.583	468.583	468.583	468.583
LCL	466.554	466.37	466.217	466.217	466.217	466.217	466.217	466.217	466.217	466.217



ومن الرسم نستنتج ان جميع العينات هي داخل حدود التحكم وبالتالي فان العملية الانتاجية تحت السيطرة (مطابقة للمواصفات التي وضعت لها) .