3- التباين والانحراف المعياري Variance and Standard Deviation

يعد كل من الانحراف المعياري والتباين كمقياس للتشتت من انسب المقاييس وأكثرها استخداماً نظراً لتجاوزها المقاييس السابقة من ناحية واستخدامها على نطاق واسع في التحليل من ناحية ثانية ويعرف التباين بأنه معدل مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها .

أ- التباين والانحراف المعياري في حالة البيانات غير المبوبة :-

تباين المجتمع :

الطريقة الاعتيادية $$\sigma^2 = \frac{\sum(Yi - \overline{Y})^2}{N}$$

الطريقة السريعة $$\sigma^2 = \frac{\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Yi)^2}{N}}{N}$$

وسط المجتمع $$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i}{N}$$

حيث ان : Y_i هي مفردات او قيم المجتمع و N هي عدد القيم في المجتمع وان $\overline{Y}$ هو متوسط المجتمع

تباين العينة :

الطريقة الاعتيادية $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(yi - \overline{y})^2}{n-1}$$

الطريقة السريعة $$S^2 = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$$

وسط العينة $$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

حيث ان : y_i هي مفردات او قيم العينة المسحوبة من المجتمع و n هي عدد القيم في العينة وان $\overline{y}$ هو متوسط العينة

ويعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمعدل مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها , او هو الجذر التربيعي للتباين.

الانحراف المعياري للمجتمع : $$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

الانحراف المعياري للعينة : $$S = \sqrt{s^2}$$

مثال// احسب التباين والانحراف المعياري للقيم التالية التي تمثل درجات 7 طلاب من طلبة قسم الادارة في مادة الاحصاء العملي ؟ $y_i = 9 , 4 , 6 , 8 , 10 , 5 , 7$

الحل/

Yi	$yi - \bar{y}$	$(yi - \bar{y})^2$
9	+2	4
4	-3	9
6	-1	1
8	+1	1
10	+3	9
7	0	0
5	-2	4
49	0	28

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{49}{7} = 7$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (yi - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{28}{7-1} = \frac{28}{6} = 4.67$$

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{4.67} = 2.16$$

تمرين1/ جد التباين والانحراف المعياري للمثال السابق باستخدام الطريقة السريعة.

$$S^2 = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$$

نستخرج قيم y^2

y^2	Yi
81	9
16	4
36	6
64	8
100	10
49	7
25	5
371	49

$$S^2 = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1} = \frac{371 - \frac{(49)^2}{7}}{7-1} = \frac{371-343}{6} = \frac{28}{6} = 4.67$$

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{4.67} = 2.16$$

تمرين2/ إذا تم سحب عينة من عمال مصنع حجمها 5 عمال ، وسجل عدد سنوات الخبرة وكانت كالتالي : y_i = 8 , 13 , 10 , 9, 5 جد التباين والانحراف المعياري.

ب- التباين والانحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة :-

تباين المجتمع :

الطريقة الاعتيادية $$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (Yi - \bar{Y})^2}{N}$$

الطريقة السريعة $$\sigma^2 = \frac{\sum f_i Y_i^2 - \frac{(\sum f_i Yi)^2}{N}}{N}$$

وسط المجتمع $$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i Y_i}{N}$$

حيث ان : f_i **هي التكرارات وان** $\sum_{i=1}^{N} f_i = N$ **وان** Yi **هي مركز الفئة**

تباين العينة :

الطريقة الاعتيادية $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (yi - \bar{y})^2}{n-1}$$

الطريقة السريعة $$S^2 = \frac{\sum f_i y_i^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{n}}{n-1}$$

وسط العينة $$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i}{n}$$

حيث ان : f_i هي التكرارات وان $\sum_{i=1}^{n} f_i = n$ **وان** yi **هي مركز الفئة**

الانحراف المعياري للمجتمع : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

الانحراف المعياري للعينة : $S = \sqrt{s^2}$

مثال// اوجد التباين والانحراف المعياري لبيانات جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	المجموع
التكرارات fi	5	10	20	10	5	50

الحل:

الفئات	fi	مراكز الفئات Yi	fi yi	$(yi - \overline{y})$	$(yi - \overline{y})^2$	$f_i(yi - \overline{y})^2$
0-2	5	1	5	-4	16	80
2-4	10	3	30	-2	4	40
4-6	20	5	100	0	0	0
6-8	10	7	70	2	4	40
8-10	5	9	45	4	16	80
المجموع	50		250		40	240

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى للفئة} + \text{الحد الاعلى للفئة}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الاولى} = \frac{2+0}{2} = 1$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{4+2}{2} = 3$$

وهكذا لبقية الفئات.....

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_i}{n} = \frac{250}{50} = 5$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (yi - \overline{y})^2}{n-1} = \frac{240}{50-1} = \frac{240}{49} = 4.898$$

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{4.898} = 2.213$$

تمرين3/جد التباين والانحراف المعياري للمثال السابق باستخدام الطريقة السريعة.