ثانياً: طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method :

وهي طريقة واسعة الاستخدام لمطابقة خط الاتجاه العام للبيانات واشهر طريقة مستخدمة لحساب الاتجاه العام للسلسلة الزمنية:ولتحديد خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية نتبع الخطوات التالية:

1- نرسم الشكل الانتشاري للنقاط الممثلة لقيم المتغير المستقل x الذي يمثل الزمن و المتغير المعتمد y فاذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة فان السلسلة الزمنية يمكن تمثيلها بخط مستقيم وفيه يكون التغير في قيمة الظاهرة نسبة لوحدة الزمن ثابتاً وتكون معادلة خط الانحدار خطية من الدرجة الاولى.

2- اذا كانت هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة اي لا تتبع الاتجاه المستقيم فان خط السلسلة الزمنية غير خطي ولا يمكن تمثيلها بخط مستقيم وانما بخط غير مستقيم (منحني) فيه يكون التغير في قيمة الظاهرة نسبة لوحدة الزمن متغيراً وليس ثابتاً وتكون معادلة خط الانحدار غير خطية (من الدرجة الثانية ،الثالثة،الاسية ، اللوغاريتمية،...).

ففي حالة الاتجاه العام للسلسة الزمنية يتبع الاتجاه المستقيم فان الاتجاه العام للسلسلة الزمنية خطي ومعادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

$$Y = A + BX + e$$

اما الثابتان A و B فيحسبان بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method فإذا فرضنا ان X يمثل الزمن t تصبح معادلة التقدير بالشكل التالي:

$$\hat{y}_i = a + bt$$

اذ ان : $\hat{y}_i$ القيم الاتجاهية و a ، b هي ثوابت المعادلة. و t هو الزمن

اذ ان : a تساوي قيمة y عندما x=0 او هي بعد نقطة تقاطع خط الاتجاه العام المستقيم مع المحور العمودي عن نقطة الاصل.

b هي ميل خط الاتجاه العام المستقيم او معدل التغير في قيمة الظاهرة y نسبة للتغير بالزمن وحدة واحدة.

في حالة b>0 فان اتجاه السلسلة متزايداً مع الزمن اما في حالة b<0 فان اتجاه السلسلة متناقصاً مع الزمن.

يمكن استخدام القوانين التالية لإيجاد كل من a و b :

$$a = \frac{n\sum ty - \sum t \sum y}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{t}$$

اذا اعتبرنا ان المتغير الزمني t بتتابع زمني ذو وحدات متساوية كان تكون السنة الاولى t=1 والسنة الثانية t=2 وهكذا....

ولتسهيل الحساب نقوم بما يلي :

اذا كانت عدد السنوات فردي واعتبرنا ان سنة الاساس هي السنة الوسطى فأننا نعطي السنة الوسطى t=0 والسنوات السابقة لها تعطى التسلسل -1 ، -2 ، -3 ، ... والسنوات اللاحقة لها التي تليها تعطى 1 ، 2 ، 3 ،... بحيث يكون مجموع هذه القيم صفراً $(\sum_{i=1}^{n} t_i = 0)$

اما اذا كانت عدد السنوات زوجي فأننا نضع القيمة صفر بين القيمتين الوسطيتين وللسنوات السابقة لها -1 ،-3 ، -5 ،... والقيم التي تليها 1، 3 ،5 ،....

فأننا نختصر الصيغ السابقة كالتالي:

$$a = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2}$$

اذ ان : $t_i = \cdots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ في حالة عدد قيم السلسلة فردي

$t_i = \cdots -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, \ldots$ في حالة عدد قيم السلسلة زوجي

مثال/البيانات التالية تمثل المبيعات السنوية لإحدى الشركات الصناعية (بملايين الدولارات) للفترة 1985-1991 :

السنة	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
المبيعات y	4	7	9	14	15	19	20

والمطلوب

1-تحديد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

2-تحديد القيم الاتجاهية للسنوات المذكورة.

الحل/ 1-نلاحظ ان عدد السنوات فردي 7 سنوات

السنة	المبيعات y	t	ty	t^2	$\hat{y}_i$
1985	4	-3	-12	9	4.2
1986	7	-2	-14	4	6.99
1987	9	-1	-9	1	9.78
1988	14	0	0	0	12.57
1989	15	1	15	1	15.36
1990	19	2	38	4	18.15
1991	20	3	60	9	20.94
المجموع	88	0	78	28	

$$a = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y} = \frac{88}{7} = 12.57$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} = \frac{78}{28} = 2.79$$

اذا معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هي:

$$\hat{y}_i = 12.57 + 2.79\,t$$

2- لحساب القيم الاتجاهية نعوض بما يساوي قيم t وكالتالي:

$$\hat{y}_{1985} = 12.57 + (2.79 * -3) = 4.2$$

$$\hat{y}_{1986} = 12.57 + (2.79 * -2) = 6.99$$

$$\hat{y}_{1987} = 12.57 + (2.79 * -1) = 9.78$$

$$\hat{y}_{1988} = 12.57 + (2.79 * 0) = 12.57$$

$$\hat{y}_{1989} = 12.57 + (2.79 * 1) = 15.36$$

$$\hat{y}_{1990} = 12.57 + (2.79 * 2) = 18.15$$

$$\hat{y}_{1991} = 12.57 + (2.79 * 3) = 20.94$$

مثال/البيانات التالية تمثل المبيعات السنوية لإحدى الشركات الصناعية (بملايين الدولارات) للفترة 1985-1990 :

السنة	1985	1986	1987	1988	1989	1990
المبيعات y	4	7	9	14	15	19

والمطلوب

1-تحديد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

2-تحديد القيم الاتجاهية للسنوات المذكورة.

الحل/ 1-نلاحظ ان عدد السنوات زوجي 6 سنوات

السنة	المبيعات y	t	ty	t^2	$\hat{y}_i$
1985	4	-3	-12	9	
1986	7	-2	-14	4	
1987	9	-1	-9	1	
1988	14	1	14	1	
1989	15	2	30	4	
1990	19	3	57	9	
المجموع	68	0	66	28	

$$a = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y} = \frac{68}{6} = 11.33$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} = \frac{66}{28} = 2.36$$

اذا معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هي:

$$\hat{y}_i = 11.33 + 2.36\,t$$

2- لحساب القيم الاتجاهية نعوض بما يساوي قيم t وكالتالي:

$$\hat{y}_{1985} = 11.33 + (2.36 * -3) = 4.25$$

$$\hat{y}_{1986} = 11.33 + (2.36 * -2) = 6.61$$

$$\hat{y}_{1987} = 11.33 + (2.36 * -1) = 8.97$$

$$\hat{y}_{1988} = 11.33 + (2.36 * 1) = 13.69$$

$$\hat{y}_{1989} = 11.33 + (2.36 * 2) = 16.05$$

$$\hat{y}_{1990} = 11.33 + (2.36 * 3) = 18.41$$