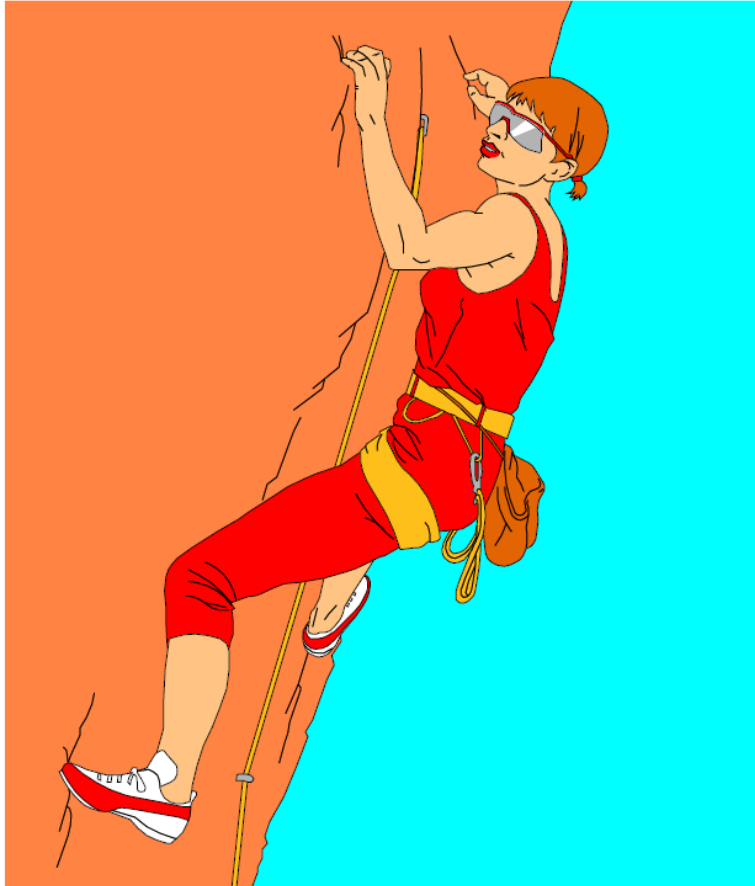


Chapter 5

Potential energy and conservation energy



طاقة الوضع وقانون الحفظ على الطاقة

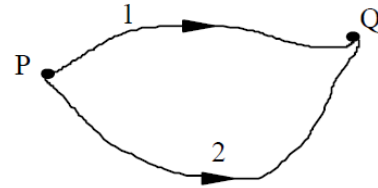
5.1 Potential energy and conservation energy

درسنا في الفصل السابق مفهوم طاقة الحركة *Kinetic energy* لجسم متحرك ووجدنا أن طاقة حركة الجسم تتغير عندما يبذل شغل على الجسم. سندرس في هذا الفصل نوعاً آخر من أنواع الطاقة الميكانيكية وهو طاقة الوضع *Potential energy*. ويمكن لطاقة الوضع أن تتحول إلى طاقة حركة أو إلى بذل شغل. وتجدر الإشارة هنا إلى أن أنواع القوى التي درسناها هي إما قوة عجلة الجاذبية الأرضية (F_g) أو قوة الاحتكاك (f) أو قوة الشد (T) أو القوة المؤثرة الخارجية (F_{app})، هذه القوى تقسم إلى نوعين، إما قوى محافظة *conservative forces* أو قوى غير محافظة *non-conservative*. فإذا كان الشغل الناتج عن قوة ما لا يعتمد على المسار فإن هذه القوة تكون محافظة، أما إذا كان الشغل يعتمد على المسار فإن هذه القوة تكون غير محافظة.

5.2 Conservative forces

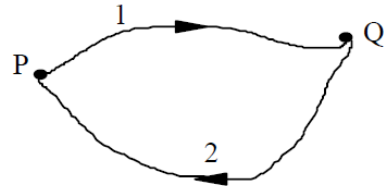
A force is conservative when the *work* done by that *force* acting on a particle moving between two points is *independents* of the path the particle takes between the points.

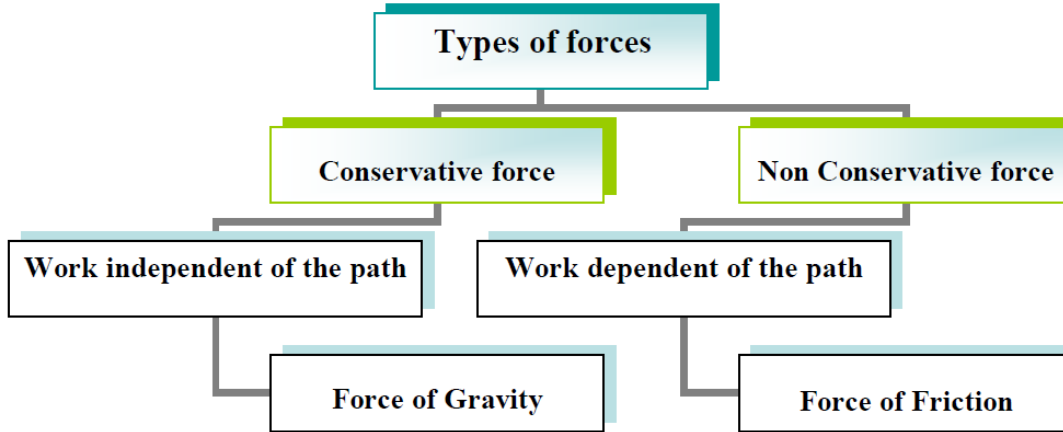
$$W_{PQ}(\text{along } 1) = W_{PQ}(\text{along } 2)$$



The total work done by a conservative force on a particle is zero when the particle moves around any closed path and returns to its initial position.

$$W_{PQ}(\text{along } 1) = - W_{PQ}(\text{along } 2)$$





تعتبر قوة الجاذبية الأرضية مثالاً على القوة المحفوظة، فعند نقل جسم من موضع إلى آخر فإن الشغل المبذول يعتمد على القوة mg وعلى الإزاحة بين نقطتي البداية والنهاية، ولا يعتمد الشغل على المسار فإذا كانت نقطة البداية والنهاية لها نفس الارتفاع عن سطح الأرض فإن الشغل يكون صفراً.

$$W_g = - mg (y_f - y_i)$$

الشغل لا يعتمد على المسار عند نقل جسم من موضع آخر لأن قوة الجاذبية الأرضية قوة محفوظة.

كما وأن القوة الاسترجاعية للزنبرك قوة محفوظة حيث أن الشغل يعتمد على نقطتي البداية والنهاية فقط ولا يعتمد على المسار، وقد لاحظنا في الفصل السابق أن الشغل المبذول بواسطة الزنبرك يساوي صفراً في حركة الزنبرك دورة كاملة حيث يكون فيها نقطة النهاية هي العودة إلى نقطة البداية.

5.3 Potential energy

When the work done by conservative force we found that the work does not depend on the path taken by the particle. Therefore we can define a new physical quantity called the change in potential energy ΔU .

The Change potential energy is defined as

$$\Delta U = (-W) = U_f - U_i = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad (5.1)$$

علمنا سابقاً أن الشغل يساوى التغير في طاقة الحركة، ولكن إذا تحرك جسم تحت تأثير قوة محافظة مثل قوة عجلة الجاذبية الأرضية إزاحة محددة فإن الشغل هنا يعتمد على نقطتي البداية والنهاية ولا يعتمد على المسار. وهنا لا نستطيع القول أن الشغل يساوى التغير في طاقة الحركة. فمثلاً إذا حاول شخص رفع كتلة ما من سطح الأرض إلى ارتفاع معين قدره h فإن هذا الشخص سيبدل شغلاً موجباً مساوياً لـ mgh لأن القوة التي بذلها في اتجاه الحركة، ولكن من وجهة نظر الجسم فإنه بذل شغلاً سالباً قدره $-mgh$ وذلك لأن قوته (وزنه) في عكس اتجاه الإزاحة، هذا الشغل السالب يدعى طاقة الوضع التي اكتسبها الجسم عند تحريكه من نقطة إلى أخرى تحت تأثير قوة محافظة (قوة عجلة الجاذبية الأرضية).

5.4 Conservation of mechanical energy

لنفترض وجود جسم يتحرك في بعد واحد x تحت تأثير قوة محافظة F_x ، فإن الشغل المبذول بواسطة القوة يساوي التغير في طاقة حركة الجسم.

$$W = \Delta K = -\Delta U \quad (5.2)$$

$$\Delta K = -\Delta U \quad (5.3)$$

$$\Delta K + \Delta U = \Delta(K + U) = 0 \quad (5.4)$$

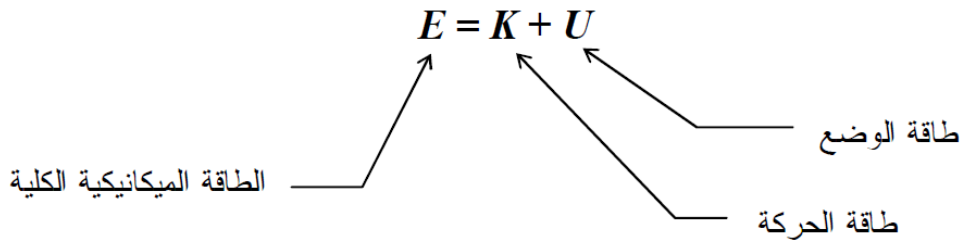
This is the law of conservation of mechanical energy, which can be written as

$$K_i + U_i = K_f + U_f \quad (5.5)$$

**Law of conservation
mechanical energy**

5.5 Total mechanical energy

لنعرف الطاقة الميكانيكية الكلية *Total mechanical energy* بحاصل جمع طاقة الحركة وطاقة الوضع للجسم.



ومن هنا يمكن كتابة قانون الحفظ على الطاقة الميكانيكية على النحو التالي:

$$E_i = E_f$$

**Law of conservation
mechanical energy**

The law of conservation of mechanical energy states that the total mechanical energy of a system remains constant for conservative force only. This means that when the kinetic energy increased the potential energy decrease.

Examples



Example 5.1

A 0.2 kg bead is forced to slide on a frictionless wire as in the Figure. The bead starts from rest at A and ends up at B after colliding with a light spring of force constant k . If the spring compresses a distance of 0.1 m, what is the force constant of the spring?

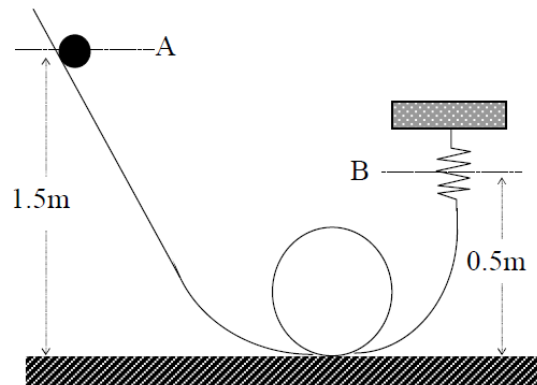


Figure 5.1



Solution

The gravitational potential energy of the bead at A -with respect to the lowest point is

$$U_i = mgh_i = (0.2 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) (1.5 \text{ m}) = 2.94 \text{ J}$$

The kinetic energy of the bead at A is zero since it starts from rest. The gravitational potential energy of the bead at B is

$$U_f = mgh_f = (0.2 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) (0.5 \text{ m}) = 0.98 \text{ J}$$

Since the spring is part of the system, we must also take into account the energy stored in the spring at B. Since the spring compresses a distance $x_m = 0.1\text{m}$, we have

$$U_s = \frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} k (0.1)^2$$

Using the principle of energy conservation gives

$$U_i = U_f + U_s$$

$$2.94 \text{ J} = 0.98 \text{ J} + \frac{1}{2} k (0.1)^2$$

$$k = 392 \text{ N/m}$$



Example 5.2

A block of mass 0.2 kg is given an initial speed $v_0 = 5$ m/s on a horizontal, rough surface of length 2m as in Figure 5.2. The coefficient of kinetic friction on the horizontal surface is 0.30. If the curved part of the track is frictionless, how high does the block rise before coming to rest at B?

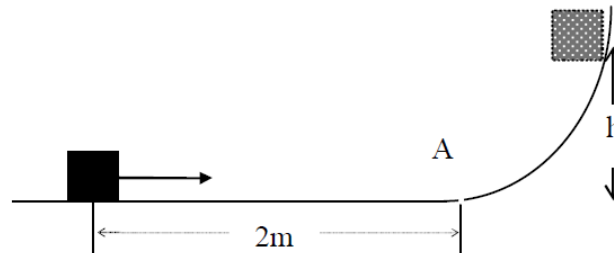


Figure 5.2



Solution

The initial kinetic energy of the block is

$$\begin{aligned} K_o &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (0.2\text{kg}) (5\text{m/s})^2 \\ &= 2.50 \text{ J} \end{aligned}$$

The work done by friction along the horizontal track is

$$W_f = -fd = -\mu mgd = -(0.30) (0.2) (9.8) (2) = -1.18 \text{ J}$$

Using the work-energy theorem, we can find the kinetic energy at A

$$W_f = k_A - K_o = K_A - 2.50$$

$$K_A = 2.50 + W_f = 2.50 - 1.18 = 1.32 \text{ J}$$

Since the curved track is frictionless, we can equate the kinetic energy of the block at A to its gravitational potential energy at B.

$$mgh = K_A = 1.32 \text{ J}$$

$$h = \frac{1.32\text{J}}{0.2\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2} = 0.673 \text{ m}$$



Example 5.3

A single conservative force $F_x = (2x + 4)$ N acts on a 5-kg particle, where x is in m. As the particle moves along the x axis from $x = 1$ m to $x = 5$ m, calculate (a) the work done by this force, (b) the change in the potential energy of the particle, and (c) its kinetic energy at $x = 5$ m if its speed at $x = 1$ m is 3 m/s.



Solution

$$F_x = (2x + 4) \text{ N} \quad x_i = 1 \text{ m} \quad x_f = 5 \text{ m} \quad v_i = 3 \text{ m/s}$$

$$(a) W_F = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{1}^{5} (2x + 4) dx = [x^2 + 4x]_1^5 = 5^2 + 4(5) - [1^2 + 4(1)] = 40 \text{ J}$$

$$(b) \Delta U = -W_F = -40 \text{ J}$$

$$(c) \Delta K + \Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U = 40.0 \text{ J}$$

$$K_f - \frac{1}{2} m v_i^2 = 40 \text{ J}$$

$$K_f = 40.0 \text{ J} + 22.5 \text{ J} = 62.5 \text{ J}$$



Example 5.4

A bead slides without friction around a loop-the-loop. If the bead is released from a $h = 3.5R$, what is its speed at point A? How large is the normal force on it if its mass is 5.0?

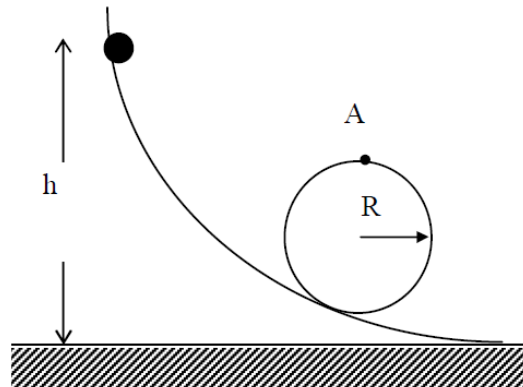


Figure 5.3



Solution

It is convenient to choose the reference point of potential energy to be at the lowest point of the bead's motion. Since $v_i = 0$ at the start,

$$E_i = K_i + U_i = 0 + mgh = mg(3.5R)$$

The total energy of the bead at point A can be written as

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} mv_A^2 + mg(2R)$$

Since mechanical energy is conserved, $E_i = E_A$, and we get

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv_A^2 + mg(2R) &= mg(3.5R) \\ v_A^2 &= 3gR \quad \text{or } v_A = \sqrt{3gR} \end{aligned}$$

To find the normal force at the top, it is use to construct a free-body diagram as shown, where both N and mg are downward Newton's second law gives

$$N + mg = \frac{mv_A^2}{R} = \frac{m(3gR)}{R} = 3mg \Rightarrow N = 3mg - mg = 2mg$$

$$N = 2(5 \times 10^{-3} \text{ kg } (9.80 \text{ m/s}^2)) = 0.098 \text{ N}$$

وذلك لأن عند النقطة A الجسم يتحرك على مسار دائري.

5.6 Non-conservative forces and the work-energy theorem

في حالة التعامل مع قوة غير محافظة مثل قوة الاحتكاك بالإضافة إلى قوى محافظة، فإننا لا نستطيع أن نستخدم القانون السابق والذي ينص على أن التغيير في الطاقة الميكانيكية الكلية يساوي صفرًا لأن هناك جزءًا من الطاقة يضيع على شكل حرارة بواسطة الشغل المبذول نتيجة لقوة الاحتكاك. لذلك نحتاج إلى قانون أشمل وأعم ليشمل جميع أنواع القوى.

نعلم سابقًا أن الشغل يساوي التغيير في طاقة الحركة

$$W = \Delta K \quad (5.6)$$

وحيث أن الشغل قد يكون مبذولًا بواسطة قوى محافظة W_c وأحيانًا يكون الشغل مبذولًا بواسطة قوى غير محافظة يرمز له بالرمز W_{nc} .

$$W_{nc} + W_c = \Delta K \quad (5.7)$$

وحيث أن الشغل بواسطة قوة محافظة W_c يساوي سالب التغيير في طاقة الوضع.

$$W_{nc} + -\Delta U = \Delta K \quad \Rightarrow \quad W_{nc} = \Delta K + \Delta U$$

وهذا يعني أن الشغل المبذول بواسطة قوة غير محافظة يساوي التغيير في طاقة الحركة بالإضافة إلى التغيير في طاقة الوضع.

$$W_{nc} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \quad (5.8)$$

$$W_{nc} = E_f - E_i \quad (5.9)$$

وهذا يمثل القانون العام للعلاقة بين الشغل والطاقة والذي ينص على أن الشغل المبذول بواسطة قوة غير محافظة يساوي التغيير الكلي في الطاقة الميكانيكية.



Example 5.9

A 3kg block slides down a rough incline 1m in length as shown in the figure. The block starts from rest at the top and experience a constant force of friction of 5N. the angle of inclination is 30° . (a) Use energy methods to determine the speed of the block when it reach the bottom of the incline.



Solution

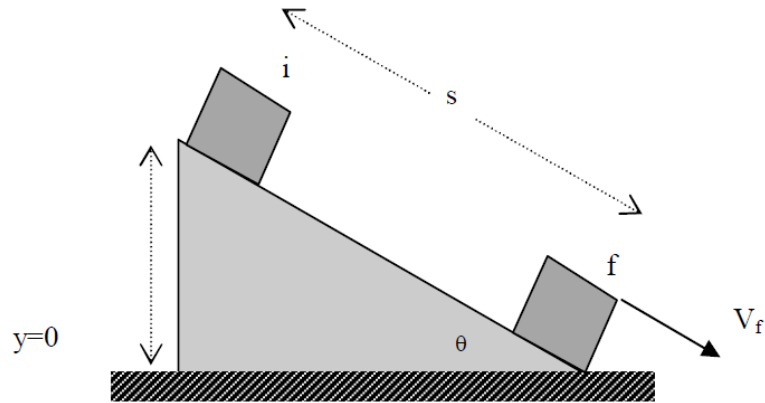


Figure 5.8

$$W_{nc} = E_f - E_i$$

$$W_{nc} = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

$$-f s = (1/2 m v^2 + 0) - (0 + mgh)$$

ومن هذه المعادلة يمكن إيجاد السرعة النهائية للجسم المنزلق. كذلك لاحظ يمكن إيجاد السرعة النهائية باستخدام قانون نيوتن الثاني.