محاضرات مرحلة اولى // قسم المحاسبة

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال ((اشكال الالتواء))

١) اذا كان $mod < med < \bar{X}$ الالتواء موجب (+)
٢) اذا كان $\bar{X} < Med < Mod$ الالتواء سالب (-)
٣) $Med = Mod = \bar{X}$ لا يوجد التواء (توزيع مثماثل)

<u>الوسط الهندسي والوسط التوافقي</u>

١- الوسط الهندسي The Geometric Mean

المتوسط الهندسي هو احد اشكال المتوسطات ويستخدم بكثرة في دراسة المعدلات التي تميل الى الزيادة بنسب ثابته كما يستخدم في دراسة السلاسل الزمنية القائمة على معدل ما واختلافاته . ويمكن تعريف الوسط الهندسي بالطريقة الرياضية بأنه عبارة عن الجذر من الرتبة n لنواتج ضرب المشاهدات ببعضها البعض ويرمز له بالرمز G . ويمكن توضيحه بالصيغ التالية :

١) الوسط الهندسي للبيانات غير المبوبة :-

$$G = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n}$$

ولتسهيل الحساب يمكننا ان نأخذ العلاقة بالشكل اللوغارتيمي كما يلي

$$\log G = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} logX_i$$

مثال :- اوجد الوسط الهندسي للقيم 2,4,4,8

الحل : حاصل ضرب القيم يساوي 256 فيكون :

$$G = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 4 \times 8}$$

$$G = \sqrt[4]{256}$$

=4

يمكن استخدام اللوغارتيمات :-

$$log_{10}G = \frac{1}{4}\ [\log(2) + \log(4) + \log(4) + \log(8)]$$

=0.25[0.30103+0.50206+0.50206+0.9039]=0.60206

$G=(10)^{0.60206}$ =4

٢) الوسط الهندسي في البيانات المبوبة (عند ادخال التكرارات في الحساب):-
ويمكن التعبير عنه بالصيغة الرياضية التالية

$$G = \sqrt[\sum f_i]{(X_1{}^{f_1})(X_2{}^{f_2})\dots(X_n{}^{f_n})}$$

oR $\log(G) = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \log(X_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

X_i : مركز الفئة

f_i : تكرار الفئة

مثال :- احسب الوسط الهندسي للبيانات المبينة في الجدول الاتي

الفئات	التكرارfi
20-39	20
40-59	35
60-79	80
80-99	40
100-119	15
120-139	10
Total	200

الحل :- باستخدام قانون اللوغارتيمات وبعد استخراج مركز الفئات

الفئات	التكرار f_i	مركز الفئة X_i	$Log(X_i)$	$f_iLog(X_i)$
20-39	20	29.5	1.4698	29.3964
40-59	35	49.5	1.6946	59.3112
60-79	80	69.5	1.8420	147.3588
80-99	40	89.5	1.9518	78.0729
100-119	15	109.5	2.0394	30.5912
120-139	10	129.5	2.1123	21.1227
Total	200			365.8532

$$Log(G) = \frac{\sum f_i Log(X_i)}{\sum f_i}$$

$$Log(G) = \frac{365.8532}{200} = 1.8293 \quad \therefore \quad G = 67.5$$

<u>مزايا وعيوب الوسط الهندسي</u>

١- مزايا الوسط الهندسي

- لا يتأثر بالقيم الشاذه والمتطرفة

- يشمل جميع قيم المتغير مما يجعله من المقاييس التي تعبر بشكل جدي عن كل البيانات .

<u>عيوب الوسط الهندسي</u>

- لا يقبل القيم السالبة لانه جذراً وان وجدت قيمتان سالبتان (حاصل ضربهم موجب) اي ان مجاله [0,∞] .

٢- الوسط التوفقي Harmonic Mean

هو احد مقاييس النزعه المركزية يعرف الوسط التوافقي لمجموعه من القيم X_i بأنه مجموع مقلوبات القيم مقسوما على عددها ويرمز له بالرمز H .

١) الوسط التوافقي للبيانات غير المبوبة

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

مثال :- احسب الوسط التوافقي للقيم 2, 4, 8

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 3.43$$

٢) الوسط التوافقي للبيانات المبوبة :- ويعرف بالصيغة التالية

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{X_i}}$$

X_i : تمثل مركز الفئة i .

مثال :- احسب الوسط التوافقي للتوزيع التكراري الذي يمثل توزيعا لعدد من العاملين في مصنع معين حسب الفئات والاجر الشهري

الفئات	التكرار
50-	8
60-	10
70-	16
80-	14
90-	10
100-	5
110-120	2
Total	65

الحل :-

الفئات	التكرار	مركز الفئة Xi	$\frac{fi}{Xi}$
50-	8	55	0.14
60-	10	65	0.15
70-	16	75	0.21
80-	14	85	0.16
90-	10	95	0.10
100-	5	105	0.04
110-120	2	115	0.01
Total	65		0.81

$$H=\frac{\sum fi}{\sum \frac{fi}{Xi}}=\frac{65}{0.81}=80.246$$

<u>مزايا وعيوب الوسط التوافقي</u>

١- مزايا الوسط التوافقي

- بساطة فكرته
- حسابه يستند الى كافة البيانات المتاحة دون استثناء
- خضوعه للعمليات الجبرية
- لا يتأثر كثيرا باخطاء المعاينة .

٢- عيوب الوسط التوافقي

- هناك بعض الصعوبة في طريقة حسابه
- لا يمكن تحديد قيمة الوسط التوافقي اذا كانت احدى قيم المتغير مساوية للصفر او ان احد مراكز الفئات في التوزيع التكراري كان مساوي للصفر .
- لا يمكن ايجاد قيمته في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحه من طرف واحد او من كلا الطرفين .
- لا يمكن حساب قيمته في حالة فقدان قيمة او اكثر من قيم العينة .
- لا يمكن حساب قيمته في البيانات الوصفيه
- لا يمكن تعيينه هندساياً.

<u>العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي</u>

يمكن توضيح العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي بالشكل التالي :-

$H \leq G \leq \bar{X} \qquad G^2 = H.\bar{X}$