تقدير القيمة المفقودة في تصميم المربع اللاتيني

قد تتلف او تفقد نتائج بعض القطع التجريبية للتجارب وعليه ففي تصميم المربع اللاتيني قد تفقد نتيجة احدى القطع (الوحدات) التجريبية او نتائج بعض القطع (الوحدات)ومن اجل اجراء التحليل بشكل صحيح لا بد من تقدير القيمة او القيم المفقودة . وفي حالة وجود قيمة واحدة مفقودة فمن الممكن تقديرها حسب الصيغة التالية التي تمثل معادلة التقدير التي وضعها (Yates) :-

$$\hat{Y}_{ijk} = \frac{r\left(Y_{i..} + Y_{.j.} + Y_{..(k)}\right) - 2Y_{...}}{(r-1)(r-2)}$$

حيث ان :-

$\hat{Y}_{ijk}$:- تقدير قيمة القطعة التجريبية الواقعه في الصف i والعمود j وتحت تأثير المعالجة k

$Y_{i..}$:- مجموع نتائج الصف i الذي احتوى قيمة مفقودة .

$Y_{.j.}$:- مجموع العمود j الذي احتوى قيمة مفقودة .

$Y_{..(k)}$:- مجموع نتائج المعالجة k التي فقدت نتيجة احدى قطعها .

r :- هي رتبة المربع = عدد المعالجات =عدد الاعمدة = عدد الصفوف

مثال :- اقيمت تجربة في المجال الزراعي لدراسة تأثير خمسة انواع من الاسمدة هي (a,b,c,d,e) على زيادة حاصل وتحسين نوعية احد اصناف الحنطة حيث نفذت التجربة بأستخدام تصميم المربع اللاتيني وتبين بعد اكمال التجربة ان نتيجة القطعة التجريبية الواقعه تحت تأثير المعالجة a والواقعه ضمن الصف الرابع والعمود الثاني قد فقدت .

م/ قدر القيمة المفقودة؟ اوجد جدول تحليل التباين للتجربة

	1	2	3	4	5	$Y_{i..}$
1	a 150	b 105	C 180	e 175	d 157	767
2	c 163	e 170	d 155	a 145	b 95	728
3	d 160	c 197	a 150	b 132	e 160	799
4	e 165	a -----	b 113	d 159	C 179	616
5	b 101	d 148	e 166	C 190	a 145	750
$Y_{.j.}$	739	620	764	801	736	3660

الحل:- باستخدام العلاقة الرياضية السابقة اعلاه وبعد ايجاد مجموع المعالجة a وكما في الشكل

$\sum a=150+145+150+145=590$

$$\hat{Y}_{42a} = \frac{5(616+620+590) - 2(3660)}{(5-1)(5-2)} = 150.83$$

بعد تقدير القيمة المفقودة توضع هذه القيمة في مكانها بالجدول ونقوم بإجراء تحليل التباين اي يتم اضافتها لمجموع الصف ومجموع العمود ومجموع المعالجة والمجموع الكلي وكما يلي

مجموع الصف الرابع= 616+150.83 =766.83

مجموع العمود الثاني=620+150.83 =770.83

مجموع المعالجة a =590+150.83= 740.83

المجموع الكلي =3660+150.83 = 3810.83

بعد ذلك يتم وضع كل مجموع في مكانه ويتم اجراء تحليل التباين مع ملاحظة طرح درجة حرية واحدة من درجات حرية الخطأ وبعد ذلك من درجات الحرية الكلية .

$$C.F = \frac{(3810.83)^2}{5^2} = 580897.0116$$

$$SST = 150^2 + \cdots + 145^2 - C.F = 16630.6$$

$$SSC = \frac{739^2 + 770.83^2 + \cdots + 736^2}{5} - C.F = 561.566$$

$$SSR = \frac{767^2 + 728^2 + \cdots + 750^2}{5} - C.F = 543.438$$

$$\sum a = 740.83\,, \sum b = 546\,, \sum c = 909\,, \sum d = 779, \sum e = 836$$

$$SSt = \frac{740.83^2 + 546^2 + \cdots + 836^2}{5} - C.F = 14895.606$$

$$SSe = SST - SSC - SSR - SSt = 629.99$$

ويمكن تلخيص ذلك في جدول تحليل التباين

S.O.V	d.f	SS	MS	F	FC(4,11)=3.96
بين الأعمدة	4	561.566	140.39		
بين الصفوف	4	543.438	135.859		
بين المعالجات	4	14895.606	3723.9	F_t=65.023	$F_t > F_c$
الخطأ	11	629.99	57.27		
الكلي	23	16630.6			

الاخطاء المعيارية المستخدمة للمقارنة بين متوسطات المعالجات في تصميم المربع اللاتيني

تختلف الاخطاء المعيارية للفرق بين وسطين في حالة وجود او عدم وجود قيم مفقودة وهناك ثلاثة حالات هي :-

١) في حالة عدم وجود قيمة مفقودة يكون الخطأ المعياري بالشكل ادناه

$$\overline{Sd} = \sqrt{\frac{2Mse}{r}}$$

فيكون الفرق المعنوي الاصغر بالشكل

$$L.S.d = \overline{sd} \times t_{\alpha}$$

٢) في حالة اذا كانت احدى المعالجتين تحتوي على قيمة مفقودة

$$\overline{Sd} = \sqrt{Mse(\frac{2}{r} + \frac{1}{(r-1)(r-2)})}$$

٣) اذا احتوت كلتا المعالجتين على قيم مفقودة

$$\overline{Sd} = \sqrt{Mse(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})}$$

حيث ان r_1 و r_2 هو التكرار الفعال ويمكن حسابه بالصيغة التالية

لو فرضنا ان مخطط التجربه بتصميم المربع اللاتيني بالشكل التالي

A	B	D	E	C
E	D	C	---	A
D	C	B	A	E
B	E	---	C	D
C	A	E	D	B

نلاحظ ان القيم المفقودة في هذا المخطط هي

A ضمن الصف الرابع

B ضمن الصف الثاني

لغرض اختبار الفرق بين متوسطي المعالجتين A,B فهذا يتطلب احتساب التكرار الفعال لكل من A,B واحتساب التكرار الفعال لاحدى المعالجتين (A مثلا) يعتمد على الاتي بعد ملاحظة الصفوف او الاعمدة ، فاذا لاحظنا الصفوف نقول :-

١) نلاحظ اذا كانت المعالجة A موجودة والمعالجة Bموجودة في صف A وفي عمود A نضع تكرار واحد .

٢) نلاحظ اذا كانت المعالجة A موجودة والمعالجة B موجودة في صف A ومفقودة في عمود A او مفقودة في صف A وموجودة في عمود A نضع 2/3 تكرار.
٣) نلاحظ اذا كانت المعالجة A موجودة والمعالجة B مفقودة في صف وعمود المعالجة A نضع 1/3 تكرار .
٤) نلاحظ اذا لم تكن A موجودة اي مفقودة وبغض النظر عن وجود المعالجة B او فقدانها نضع صفر (0) تكرار وتطبق نفس القاعدة اعلاه في حالة احتساب التكرار الفعال للمعالجة الاخرى . وعليه فسيكون التكرار الفعال للمعالجة A والمعالجة B على ضوء المخطط اعلاه كالاتي :-

$r_A=1+2/3+2/3+0+1=3.333$

$r_B=1+0+2/3+1/3+1=3$

ملاحظة :- في حالة وجود قيمتين مفقودة يتم تقدير القيمة المفقودة الاولى باستخدام متوسط المعالجة التي تحتوي القيمة المفقودة ويتم وضع هذه القيمة في مكانها ومن ثم تقدير القيمة المفقودة الأخرى باستخدام الصيغة الرياضية السابقة وبعد التقدير بالصيغة الرياضية توضع هذه القيمة في مكانها وتحذف القيمة التي تم تقديرها باستخدام متوسط المعالجة ويتم اعادة تقديرها باستخدام الصيغة الرياضية وتوضع في مكانها ويعاد تقدير القيمة المفقودة الاخرى وفق الصيغة الرياضية مرة اخرى .وهكذا نستمر الى ان نحصل على قيمتين متساويتين لدورتين متتاليتين .

مثال :- اقيمت تجربة بتصميم المربع اللاتيني من الرتبة (4) وكانت النتائج كما موضحه في الجدول :-

	1	2	3	4	$\sum Y_{i..}$
1	$T_4=50.8$	$T_3=50.2$	$T_1=.....$	$T_2=50.4$	151.4
2	$T_2=49.7$	$T_1=53$	$T_4=53.2$	$T_3=51.3$	207.2
3	$T_3=50.2$	$T_4=....$	$T_2=51.3$	$T_1=55.3$	156.8
4	$T_1=53.3$	$T_2=50.8$	$T_3=51.3$	$T_4=54.2$	209.6
$\sum Y_{.j.}$	204	154	155.8	211.2	725

الحل :-

$\sum T_1=161.6$ $\sum T_2=202.2$ $\sum T_3=203$ $\sum T_4=158.2$

$$\hat{Y}_{13(1)} = \bar{Y}_{..(1)} = \frac{161.6}{3} = 53.9$$

($Y_{...}=725+53.9=778.9$)

$$\hat{y}_{32(4)} = \frac{4(156.8 + 154 + 158.2) - 2(778.9)}{(4-1)(4-2)} = 53.03$$

($Y_{...}=725+53.03=778.03$)

$$\hat{Y}_{13(1)} = \frac{4(151.4 + 155.8 + 161.6) - 2(778.03)}{6} = 53.19$$

($Y_{...}$=725+53.19=778.19)

$$\hat{Y}_{32(4)} = \frac{4(156.8 + 154 + 158.2) - 2(778.19)}{6} = 53.27$$

($Y_{...}$=725+53.27=778.27)

$$\hat{Y}_{13(1)} = \frac{4(151.4 + 155.8 + 161.6) - 2(778.27)}{6} = 53.1$$

($Y_{...}$=725+53.11=778.1)

$$\hat{Y}_{32(4)} = \frac{4(156.8 + 154 + 158.2) - 2(778.1)}{6} = 53.3$$

($Y_{...}$=725+53.29=778.3)

$$\hat{Y}_{13(1)} = \frac{4(151.4 + 155.8 + 161.6) - 2(778.29)}{6} = 53.1$$

($Y_{...}$=725+53.1=778.1)

$$\hat{Y}_{32(4)} = \frac{4(156.8 + 154 + 158.2) - 2(778.1)}{6} = 53.3$$

نلاحظ تساوي القيم المقدرة للوحدات المفقودة لدورتين متتاليتين .وللمقارنة بين متوسطات المعالجات يتم تثبيت القيم في مكانها في الجدول وبعد ذلك يتم اجراء تحليل التباين ومن ثم نوجد المتوسطات ونستخرج الفرق بين متوسطات المعالجات ونقارنها مع L.S.D الملائم لها .

($Y_{...}$=725+53.1+53.3=831.4)

$$C.F = \frac{(831.4)^2}{16} = 43201.6$$

SST=41.42

$$SSt = \frac{214.7^2 + 202.2^2 + 203^2 + 211.5^2}{4} - C.F = 28.9$$

$$SSR = \frac{204.5^2 + 207.2^2 + 210.1^2 + 209.6^2}{4} - CF = 4.94$$

$$SSC = \frac{204^2 + 207.3 \quad + 208.9^2 + 211.2^2}{4} - C.F = 6.86$$

$$SSE = SST - SSt - SSR - SSC = 0.7$$

S.O.V	d.f	SS	MS	F	F(3,4)
بين المعالجات	3	28.92	9.64	13.77	6.59
بين الاسطر	3	4.94	1.64		
بين الاعمدة	3	6.86	2.28		
الخطأ	(3)(2)-2=4	0.7	0.175		
الكلي	16-1-2=13	41.42			

بما ان المحسوبة اكبر من الجدولية نرفض فرضية العدم اي انه توجد فروقات معنوية بين المعالجات الاربعة ولمعرفة التأثير المعنوي لاي من المعالجات نقوم بمقارنة متوسطات المعالجات في التجربة فمثلا للمقارنة بين المعالجتين الاولى والثانية

$$|\bar{t}_1 - \bar{t}_2| = |53.675 - 50.55| = 3.125$$

$$L.S.D = \bar{S}_d \times t_{\propto}$$

$$\bar{S}_d = \sqrt{MSE(\frac{2}{r} + \frac{1}{(r-1)(r-2)})}$$

$$\bar{S}_d = \sqrt{0.175(\frac{2}{4} + \frac{1}{3*2})} = 0.341$$

من جدول t وبمستوى معنوية 5% ودرجة حرية الخطأ 4 نجدان قيمة t=2.776

L.S.D=(0.341X2.776)=0.946616

بما ان الفرق بين متوسطي المعالجتين اكبر من الفرق المعنوي الاصغر اذن توجد فروقات معنوية بين متوسطي المعالجتين الاولى والثانية .

في حالة المقارنة بين متوسطي المعالجتين الاولى والرابعة كلاهما يحتوي قيمة مفقودة نستخدم الصيغة التالية

$$\bar{S}_d = \sqrt{MSE(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})} =$$

$$r_1 = 0 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 1 = 2.333$$

$$r_2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 0 + 1 = 2.333$$

$$\bar{S}_D = \sqrt{0.175\left(\frac{1}{2.333}+\frac{1}{2.333}\right)} = 0.3911$$

L.S.D=(0.3911)(2.776)=1.085

$$|\bar{t}_1 - \bar{t}_4| = 53.675 - 52.875 = 0.8$$

عند مقارنة الفرق بين متوسطي المعالجتين الاولى والرابعة مع قيمة الفرق المعنوي الاصغر نجد ان الفرق بين متوسطي المعالجتين غير معنوي لأنه اقل من الفرق المعنوي الاصغر .