



ISSN: 0067-2904

The L^P -spaces of functions from the n -dimensional real space to the N -dimensional quaternionic space

Hussien A. H. Abugirda*, Mohammed Kh. Abdullah, Khaldoun S. Al-Yasiri

Department of Mathematics, College of Science, University of Basrah, Basrah, Iraq

Received: 17/9/2022 Accepted: 16/2/2023 Published: 30/1/2024

Abstract

In this paper, we introduce new definitions of the L^P - spaces, $1 \leq P \leq \infty$, namely the $L^P(\mathbb{R}^n, \mathbb{H}^N)$ - spaces, $1 \leq P \leq \infty$. Here, n and N are natural numbers that are not necessarily equal, such that $n, N \geq 1$. The space \mathbb{R}^n refers to the n -dimensional Euclidean space, \mathbb{H} refers to the quaternions set and \mathbb{H}^N refers to the N -dimensional quaternionic space. Furthermore, we establish and prove some properties of their elements. These elements are quaternion-valued N -vector functions defined on \mathbb{R}^n , and the L^P spaces have never been introduced in this way before.

Keywords: Hamiltonian skew field of quaternions, Quaternion N -vectors, Quaternion-valued functions, $L^P(\mathbb{R}^n, \mathbb{H}^N)$ spaces, $L^\infty(\mathbb{R}^n, \mathbb{H}^N)$ space.

فضاءات L^P لدوال من الفضاء الحقيقي ذو البعد n الى فضاء المركبات الرباعية ذو البعد N

حسين علي حسين البوكرده*, محمد خلف عبد الله, خلدون سعد غالب

قسم الرياضيات, كلية العلوم, جامعة البصرة, البصرة, العراق

الخلاصة

في هذا البحث نقدم تعريف جديد للفضاءات L^P , $1 \leq P \leq \infty$, وهو تعريف الفضاءات $L^P(\mathbb{R}^n, \mathbb{H}^N)$, $1 \leq P \leq \infty$, هنا n و N هما عدداً طبيعيين ليس من الضروري أن يتساويان وهما يحققان $n, N \geq 1$. الفضاء \mathbb{R}^n يشير الى الفضاء الإقليدي ذات البعد n و \mathbb{H} تشير الى مجموعة الرباعيات و \mathbb{H}^N تشير الى فضاء المتجهات ذات البعد N بمركبات رباعية. علاوة على ذلك نقدم مع البرهان بعض خصائص العناصر لهذه الفضاءات. هذه العناصر هي عبارة عن دوال إتجاهية ذات بعد N بمركبات رباعية وهي معرفة على \mathbb{R}^n , وإن الفضاءات L^P لم يسبق أن قدمت بهذا الشكل من قبل.

1. Introduction

There have been a vast number of studies on the real quaternions set \mathbb{H} (which is sometimes called the Hamiltonian skew field of quaternions) since it has been introduced for the first time in 1843 by W. R. Hamilton [1] and [2]. Technological improvements have been provided when the real quaternions are put into practice and it has been studied in different areas like geometry, algebra, computer-aided design, and physics.

*Email: ameer.abdulameer@sc.uobaghdad.edu.iq