 Iraqi Journal of Science, 2024, Vol. 65, No.3, pp: 1459-1475
DOI: 10.24996/ijs.2024.65.3.24

ISSN: 0067-2904

Applications of q-Difference Equation and q-Operator $_r\Phi_s(\theta)$ in q-Polynomials

Faiz A. Reshem*, Husam L. Saad
Department of Mathematics, College of Science, Basrah University, Basrah, Iraq

Received: 4/11/2022   Accepted: 25/3/2023   Published: 30/3/2024

Abstract

We provide a q-operator form solution to a generalized q-difference equation involving $(r+s+2)$-variables. We introduce a q-polynomials $\Psi_n^{(A,B)}(x,y,c|q)$. The generating function, two Rogers formulas, and two types of Srivastava-Agarwal generating functions for the polynomials $\Psi_n^{(A,B)}(x,y,c|q)$ are established using the q-difference equation technique.

Keywords: generalized q-difference equation, generalized q-polynomials, generating function, Rogers formula, Srivastava-Agarwal type generating function.

تطبيقات معادلة الفروقات-q العامة والمؤثر-q العام $_r\Phi_s(\theta)$ في متعددات الحدود-q

فائز عاجل رشم* , حسام لوتي سعد
قسم الرياضيات, كلية العلوم, جامعة البصرة , البصرة, العراق

الخلاصة

نقدم المؤثر-q كحل لمعادلة الفروقات-q العامة التي تتضمن $(r+s+2)$ من المتغيرات. نعرف متعددات الحدود-q $\Psi_n^{(A,B)}(x,y,c|q)$. برهنا الدالة المولدة، صيغتين لروجرز ، ونوعين من الدالة المولدة ل Srivastava–Agarwal لمتعددات الحدود $\Psi_n^{(A,B)}(x,y,c|q)$ باستخدام اسلوب معادلة الفروقات-q.

1. Introduction

The q-series notations and definitions used in this paper are the same as those in [1]. Since $0<|q|<1$ is assume.
Let $a\in\mathbb{C}$. The q-shifted factorial is defined by [1]:

$$(a;q)_0=1,\qquad (a;q)_n=\prod_{k=0}^{n-1}(1-aq^k),\qquad (a,q)_\infty=\prod_{k=0}^{\infty}(1-aq^k)$$

The multiple q-shifted factorial is defined as:

$$(a_1,a_2,\cdots,a_m;q)_n=(a_1;q)_n(a_2;q)_n\cdots(a_m;q)_n$$

The basic hypergeometric series $_r\phi_s$ is given by [1]:

$$_r\phi_s\left(\begin{matrix}a_0,a_1,\cdots,a_{r-1}\\ b_1,b_2,\cdots,b_s\end{matrix};q,x\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a_0;q)_n(a_1;q)_n\cdots(a_{r-1};q)_n}{(q;q)_n(b_1;q)_n(b_2;q)_n\cdots(b_s;q)_n}\left[(-1)^n q^{\binom{n}{2}}\right]^{1+s-r}x^n,$$

*Email: fa7786@yahoo.com