



## The Generalized Homogeneous $q$ -Shift Operator ${}_r\Phi_s(D_{xy})$ for $q$ -Identities and $q$ -Integrals

Samaher A. Abdul-Ghani\*, Husam L. Saad

Department of Mathematics, College of Science, Basrah University, Basrah, Iraq

Received: 3/11/2022

Accepted: 7/2/2023

Published: 30/11/2023

### Abstract

In this paper, we illustrate how to use the generalized homogeneous  $q$ -shift operator  ${}_r\Phi_s(D_{xy})$  in generalizing various well-known  $q$ -identities, such as Hiene's transformation, the  $q$ -Gauss sum, and Jackson's transformation. For the polynomials  $\phi_n^{(a,b)}(x, y, c|q)$ , we provide another formula for the generating function, the Rogers formula, and the bilinear generating function of the Srivastava-Agarwal type. In addition, we also generalize the extension of both the Askey-Wilson integral and the Andrews-Askey integral.

**Keywords:** homogeneous  $q$ -shift operator, Hiene's transformation, Jackson's transformation,  $q$ -hypergeometric polynomials, generating function, Rogers formula, Srivastava-Agarwal generating function, Askey-Wilson integral, Andrews-Askey  $q$ -integral.

مؤثر تحول- $q$  المتجانس العام  ${}_r\Phi_s(D_{xy})$  للمتطابقات- $q$  والتكاملات- $q$

ساماهر عدنان\* ، حسام لوتي

قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة بغداد، بغداد، العراق

### الخلاصة

في هذا البحث، نوضح كيفية استخدام مؤثر تحول- $q$  المتجانس العام  ${}_r\Phi_s(D_{xy})$  لتعميم العديد من متطابقات- $q$  المعروفة، مثل تحويل Hiene، وتحويل جاكسون. بالنسبة إلى متعددات الحدود  $\phi_n^{(a,b)}(x, y, c|q)$ ، نقدم صيغة أخرى للدالة المولدة، صيغة روجرز، والدالة المولدة ثنائية الخطية من نوع Srivastava-Agarwal. بالإضافة إلى ذلك، نقوم أيضاً بتعميم توسيع كل من تكامل-Askey و Wilson وتكامل Andrews-Askey.

### 1. Introduction

The study of basic hypergeometric series began in 1748, when Euler [1,2] investigated the infinite product  $1/(q; q)_\infty$  as a generating function for  $p(n)$ , the number of partitions of a positive integer  $n$  into positive integers. Later, mathematicians such as Gauss, Heine, Rogers, Ramannjan, Waston, Slater, and many others made significant contributions to this topic. Because of Andrew and Askey's excellent work, basic hypergeometric series have recently

\*Email: [samaheradnanmath@gmail.com](mailto:samaheradnanmath@gmail.com)