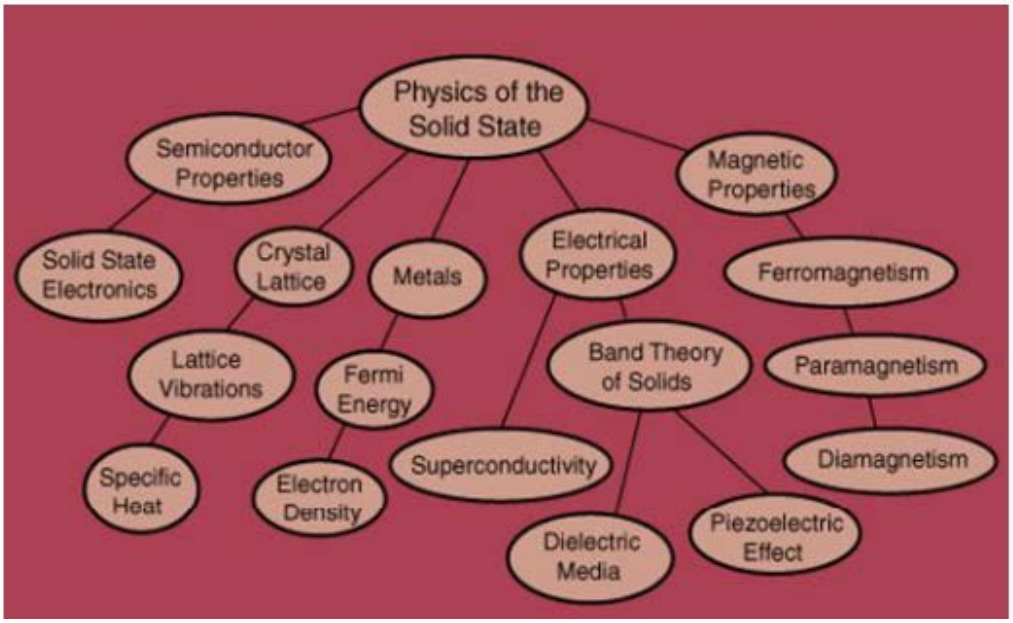
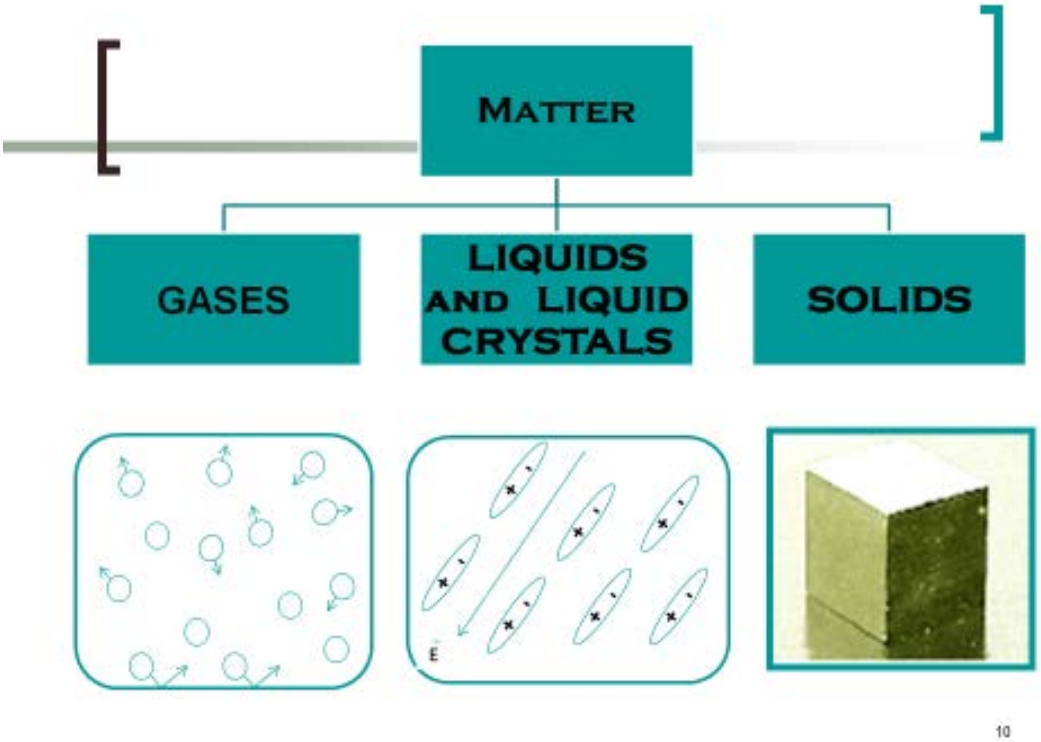
مقدمة عامة

ما هي فيزياء (الحالة الصلبة) الجوامد ؟

إحدى فروع علم الفيزياء تهتم عموما بالبلورات والالكترونات بالبلورات ولكن هذا الفرع تشعب بشكل كبير ليشمل العديد من الفروع انظر الشكل





CLASSIFICATION OF SOLIDS

ليس كل مادة صلبة نراها ندرسها في فيزياء مادة الحالة الصلبة ، ان علم فيزياء الحالة الصلبة الحديث يهتم بدراسة صنف خاص من المواد الصلبة هي المواد البلورية (Crystalline Solid) الجزء الأكبر من مادتنا سنتناول الصلب البلوري كذلك سنتعرف في هذا الفصل على بعض التعريفات الأساسية المهمة المتعلقة بعلم البلورات (Crystallography) مثال على ذلك ان الزجاج والخشب والورق هي مواد صلبة ولكن دراستها تقع خارج نطاق مادتنا.

تصنف المواد الصلبة وفقا للحالة الفيزيائية التي نريد أن ندرسها وعموما يمكن تصنيفها كما يلي:

- وفقا لنوع التبلور.
- وفقا للتوصيل الكهربائي والحراري.
- وفقا للخواص المغناطيسية.
- وفقا لطاقة الربط .

الفصل الاول/ علم البلورات و البنية البلورية

1.1 مقدمة:

تتركب المواد الصلبة من وحدات أساسية محددة هي الذرات أو المجموعات الذرية. تتوزع هذه الوحدات الاساسية في التركيب البنائى للمواد غير المتبلورة بشكل عشوائي، بينما تكون هذه الوحدات الاساسية في المواد المتبلورة موزعة بشكل منتظم. يشار إلى كل مجموعة من الذرات أو المجموعات الذرية المرتبة في المواد المتبلورة بالبلورة والتي يمكن أن توجد على شكل منفصل. تتميز البلورات بأن لكل منها شكل هندسي منتظم وأسطح متشابهة ومتوازية وملساء. يوجد العديد من أنواع الترا كيب البلورية يعتمد كل منها على هندسة الترتيب وانتظام الذرات في كل البلورة وهذا يؤثر بشكل كبير في الخصائص المختلفة للجسم الصلب.

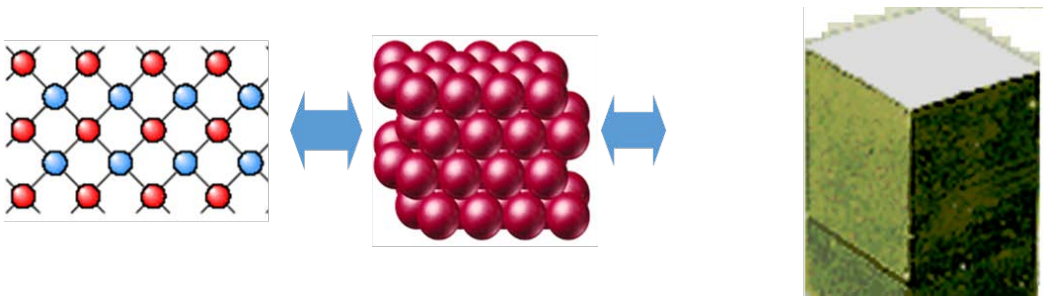
ينقسم علم البلورات الى ثلاث فروع رئيسية :

- علم البلورات الهندسية Geometrical Crystallography
- علم البلورات الفيزيائية Physical Crystallography
- علم البلورات الكيميائية Chemical Crystallography

2.1 المواد المتبلورة و غير المتبلورة Crystalline and Amorphous Solid State Material:

المواد المتبلورة Crystalline:

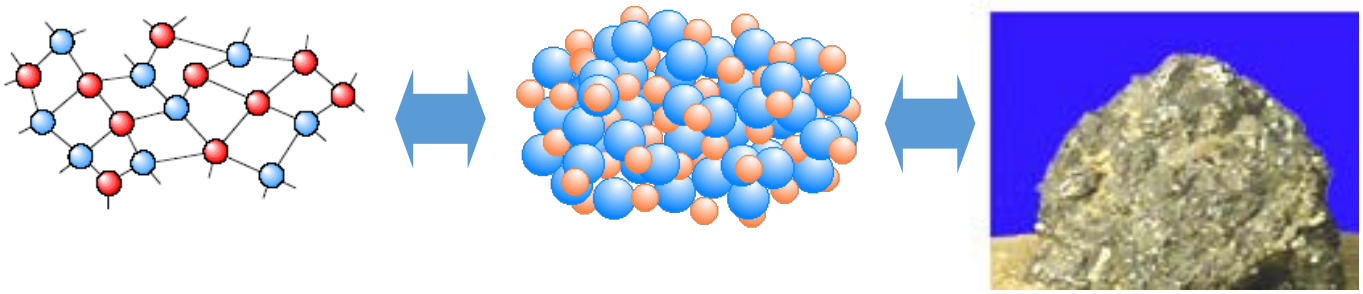
1. تحتوي صفوفاً من الذرات مرتبة بشكل هندسي معين منتظم.
2. ترتيب الذرات داخل الشكل الهندسي يكون دوري ويكون طويل المدى Long-range order



A-Crystalline Material

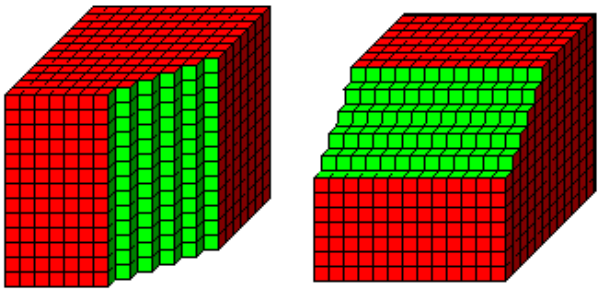
المواد غير المتبلورة Amorphous :

1. تحتوي صفوفاً من الذرات مرتبة بشكل عشوائي.
2. ترتيب الذرات داخل المادة بشكل عشوائي و غير دوري مكونة هيئة معقدة بحيث لايمكن ان يكرر نفسه و تتكون اما نتيجة لسرعة التبريد من الصهير كما في الزجاج او نتيجة التجميد البطيء.الشكل ادناه يوضح المادة البلورية و غير البلورية .



B- Amorphous Material

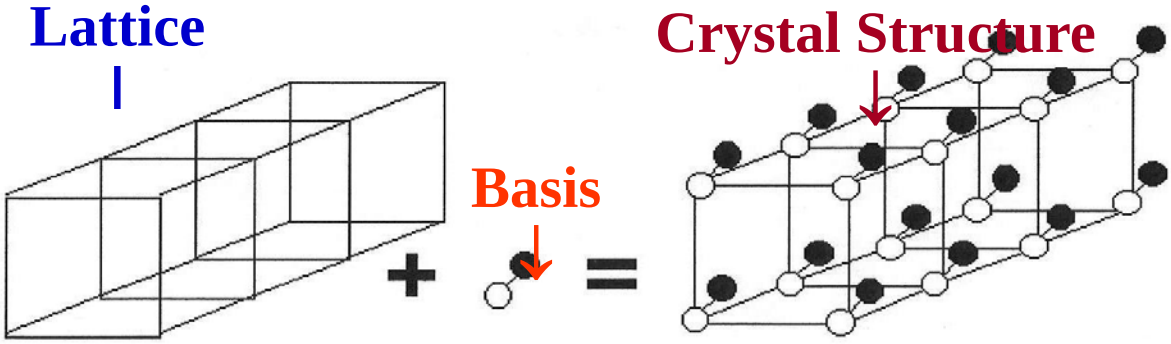
اذن مماتقدم ممكن تعريف البلورة بأنها عبارة عن جسم صلب يحتوي على عدد من الذرات و له شكل هندسي معين و يتكون من وحدات غاية في الصغر تتكر بأنتظام في الابعاد الثلاثة، مثل الكوارتز و الاملاح الصخرية و الاحجار الكريمة مثل الياقوت و الماس.



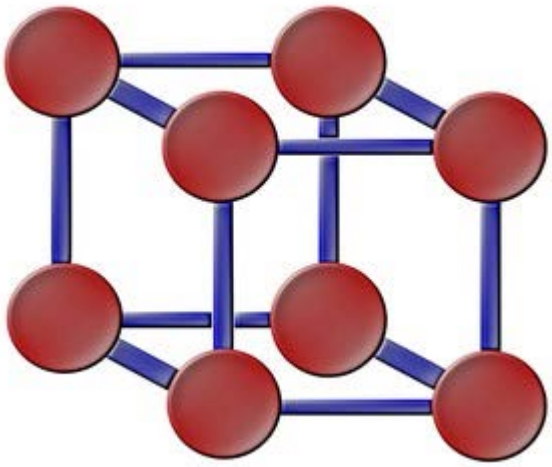
3.1 البنية البلورية Crystal Stracture :

البنية البلورية يمكن توضيحها بالعلاقة التي تربط دور كل من الاساس Basis و الشبيكة Lattice في البناء و هي :

الاساس + الشبيكة = البنية البلورية



- **الاساس Basis : هو عبارة عن ايون او ذرة او جزيئة او مجموعة ذرات تلتصق مع كل نقطة من نقاط الشبيكة Lattice لتشكل هيئة معينة .**
- **الشبيكة Lattice : هي النقاط الفراغية الموجودة في المادة المتبلورة المرتبة بترتيب هندسي معين و التي يمكن ان تشغل بأيون او ذرة او مجموعة ذرات لينتج ترتيب منتظم من النقاط، اما في الابعاد الثلاثية فأن هذا الترتيب يطلق عليه بالشبيكة الفراغية Space Lattice.**

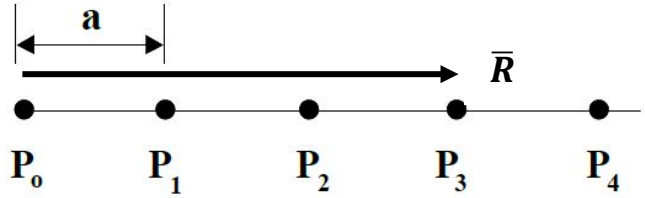


4.1 المتجهات الانتقالية للشبيكة Lattice Translation Vectors:

- **المتجهات الانتقالية الخطية Translation Vector in Linear Lattice: تحدد نقاط الشبيكة ذات البعد الواحد بمتجه انتقالي بدائي واحد يرمز له $(\overline{a})$ و يرسم بين اي نقطتين متماثلتين متجاورتين ، المتجه المرسوم بين اي نقطتين يرمز له بالرمز $(\overline{R})$ ويمكن كتابته بالصيغة الرياضية التالية:**

$$\bar{R} = n\bar{a}$$

حيث n يمثل عدداً صحيحاً موجباً او سالباً.

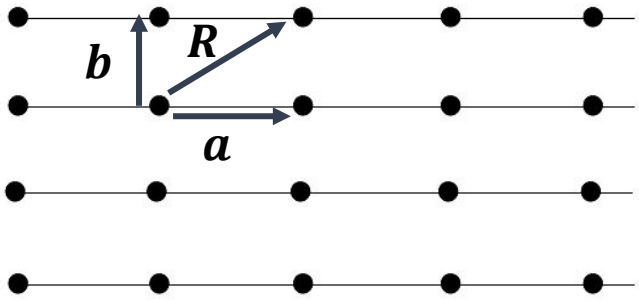


- **المتجهات الانتقالية في الشبيكة المستوية Translation Vector in Planar Lattice :**

تحدد نقاط الشبيكة ذات البعدين بمتجهين انتقالين وهما $(\bar{a}, \bar{b})$. ان المتجه الانتقالي الشبيكي $(\bar{R})$ يجب ان يبدأ من نقطة تقاطع المتجهين الانتقاليين البدائيين التي تعد نقطة الاصل و كما بالشكل ادناه ويمكن كتابته بالصيغة الرياضية التالية:

$$\bar{R} = n_1\bar{a} + n_2\bar{b}$$

حيث n_1 و n_2 اعداد صحيحه موجبة او سالبة تعتمد قيمة كل واحد منهما على على اختيار موقع نقطة الشبيكة.

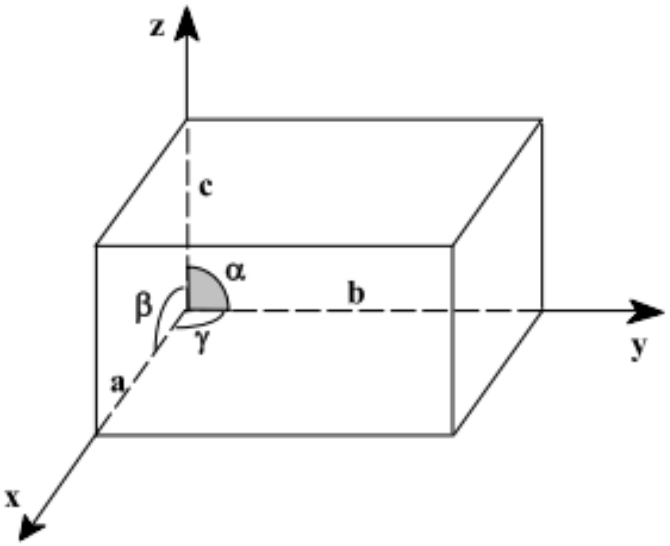


- **المتجهات الانتقالية في الشبيكة الفراغية Translation Vector in Space Lattice :**

تحدد نقاط الشبيكةالفراغية بثلاث ابعاد بثلاث متجهات انتقالية بدائية $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$. ان المتجه الانتقالي الشبيكي $(\bar{R})$ يجب ان يبدأ من نقطة تقاطع المتجهات الثلاثة و التي تعد نقطة الاصل و كما بالشكل ادناه ويمكن كتابته بالصيغة الرياضية التالية:

$$\bar{R} = n_1\bar{a} + n_2\bar{b} + +n_3\bar{c}$$

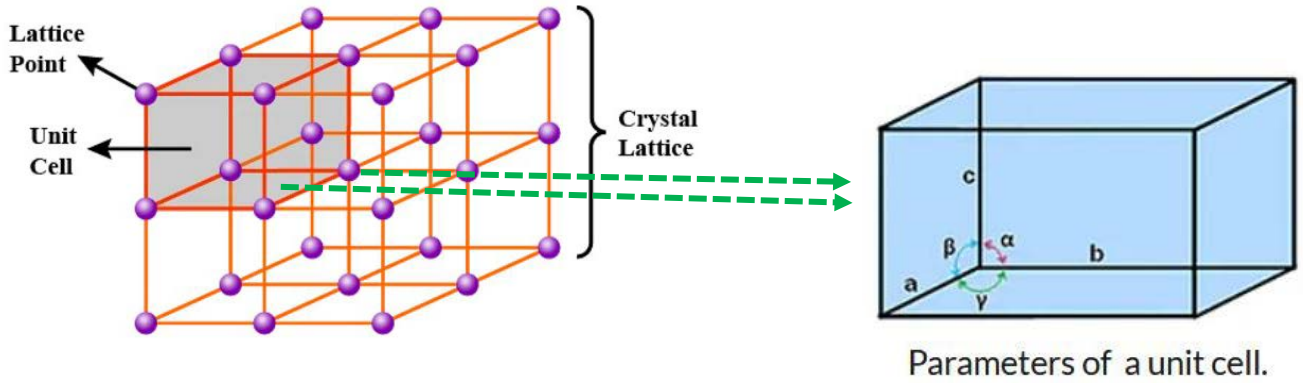
حيث n يمثل عدداً صحيحاً موجباً او سالباً.



- المتجه الاساسي البدائي Primitive Fundamental Vector: هو الذي يصل بين ذرتين متجاورتين.
- المتجه الاساسي غير البدائي Non-primitive Fundamental Vector: هو الذي يصل بين ذرتين غير متجاورتين.

5.1 وحدة الخلية Unit Cell:

كما سبق ذكره فان كل مادة صلبة لها شكل بلوري وهذا الشكل البلوري مرتب بشكل وحدات وهي تتبع نظام معين لتكون الشكل والتركيب البلوري، وخلية الوحدة ثلاثية الابعاد هي مكان للأيونات او الذرات مرتبة بثلاث اتجاهات داخل التركيب البلوري وهي تشغل اقل مساحة ممكنه وبالاتجاهات الثلاثة هذه تشكل متوازي سطوح .



Parameters of a unit cell.

حجم وحدة الخلية بدلالة المتجهات الأساسية هو:

$$V = |(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c}| = |(\vec{b} \times \vec{c}).\vec{a}| = |(\vec{c} \times \vec{a}).\vec{b}|$$

واذا كانت الشبيكة مستوية فان وحدة الخلية تمثل بسطح مساحته

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

6.1 متغيرات وحدة الخلية Virable of Unit Cell:

لكي تتحدد البلورة في الفراغ بشكل صحيح، لابد وأن تكون ثلاثة أوجه منها مسندة إلى مجموعة من المحاور الإحداثية تتقاطع عند أحد أركان البلورة أو عند مركزها، ويمكن اختيار اتجاهات وأطوال المحاور بحيث تتفق مع اتجاهات وأطوال أحرف الخلية a و b و c. تسمى a و b و c بالمحاور البلورية كما تسمى الزوايا بين هذه المحاور، α و β و γ، بالزوايا بين الأوجه، كما هو موضح بالشكل اعلاه.

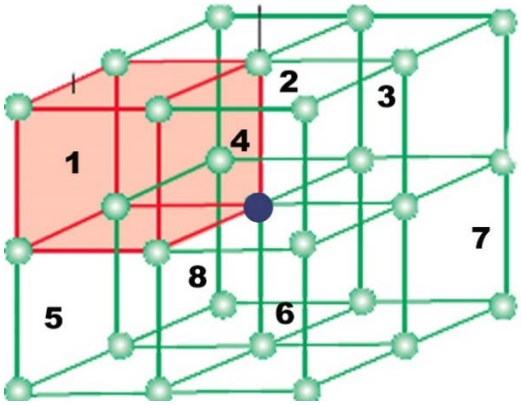
تكون الزاوية α محصورة بين المحورين b و c وتكون الزاوية β محصورة بين المحورين a و c والزاوية γ محصورة بين المحورين a و b. تسمى المحاور a و b و c و الزوايا α و β و γ بمعاملات الشبيكة لوحدة الخلية والتي يمكن بواسطتها معرفة شكل الخلية الهندسي وحساب حجمها.

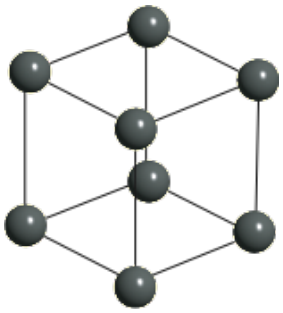
الخلية البدائية Primitive Cells:

هي الخلية التي تحتوي على ثمان ذرات في أركانها وبما ان في الخلية البدائية كل ذرة مشتركة بين ثمان خلايا (في ثلاث ابعاد) فانها سوف تعطي حصتها والتي تساوي $\frac{1}{8}$ لكل خلية.

الخلية غير البدائية Non-Primitive Cells:

فهي تحتوي مثلا ذرة في مركز الخلية او في متوسط سطوحها إضافة الى ذرات أركانها وهكذا فان هناك اكثر من نقطة شبيكية واحدة في خلية الوحدة للخلية غير البدائية.

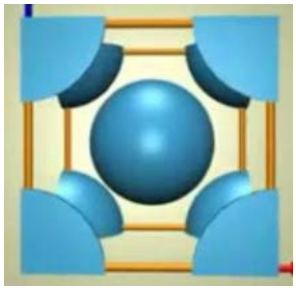


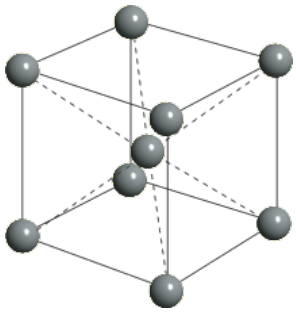


وتكون الخلية غير البدائية في الابعاد الثلاثة على ثلاثة أنواع:

1- خلية متمركزة الجسم Body-Centered Cell

ويرمز لها بالحرف (I) ويحوي هذا النوع من الخلايا على نقطة شبيكية واحدة في مركز الخلية بالاضافة الى وجود نقطة شبيكية عند كل نقطة ركنية مشتركة بين ثمان خلايا مجاورة.اذن كل خلية متمركزة الجسم تحتوي على نقطتين شبيكيتين.

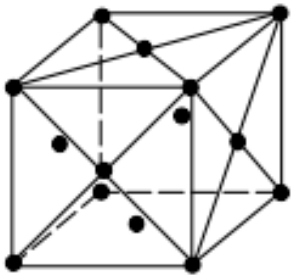




2- خلية متمركزة الأوجه Face-Centered Cell

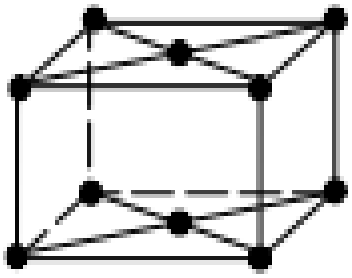
يرمز لهذه الخلية بالحرف (F) ويحوي هذا النوع من الخلايا بالإضافة الى وجود نقطة شبيكية عند كل نقطة ركنية مشتركة مع ثمانية خلايا مجاورة على نقطة شبيكية عند مركز كل وجه من الأوجه الستة لمتوازي السطوح. وحيث ان كل وجه يكون مشترك بين خليتين متلاصقتين فان نصف $\frac{1}{2}$ النقطة يتبع

الخلية الواحدة بالتالي تسهم النقاط الواقعة عند مركز كل وجه بما يساوي 3 ثلاث نقاط شبيكية $(6 \times \frac{1}{2} = 3)$، اذن تحتوي كل خلية متمركزة الأوجه على 4 نقاط شبيكية.



3- خلية متمركزة الوجهين Base-Centered Cell

يرمز لهذه الخلية بالحرف (C) ويحوي هذا النوع من الخلايا بالإضافة الى وجود نقطة شبيكية عند كل نقطة ركنية مشتركة مع ثمانية خلايا مجاورة على نقطة شبيكية عند مركز وجهين متقابلين منها، وحيث ان كل وجه يكون مشترك بين خليتين متلاصقتين فان نصف $\frac{1}{2}$ النقطة يتبع الخلية الواحدة ، بالتالي تسهم النقطتين الواقعتين عند مركز الوجهين المتقابلين بما يساوي نقطة شبيكية واحدة $2 \times \frac{1}{2} = 1$ اذن كل متمركزة الوجهين المتقابلين تحتوي على نقطتين شبيكيتين.



4- خلية ويكنر- سيتز Wigner Seitz Primitive Cell

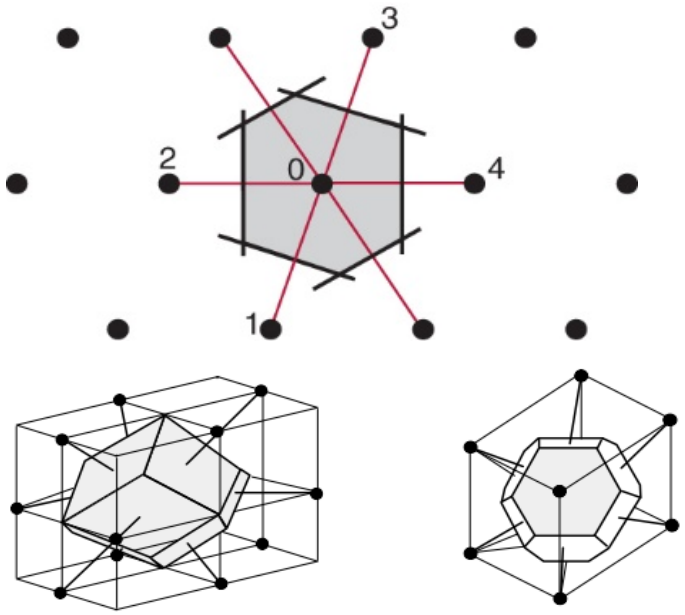
هناك طريقة أخرى لاختيار الخلية الابتدائية وتعرف باسم مكتشف هذه الطريقة وهي خلية ويكنر- سيتز أقترح العالم فيجنر–زايتس طريقة بسيطة يمكن بواسطتها اختيار وحدة الخلية ويتم ذلك بأتباع الخطوات الآتية :

1– نرسم الشبيكة النقطية التي تمثل الشبيكة البرافية.

2– نعتبر نقطة معينة في الشبيكة، ثم نرسم خطوطا تصل هذه النقطة بكل نقاط الشبيكة المحيطة والأقرب إلى هذه النقطة، كما هو موضح بالشكل 2–16.

3– عند منتصف الخطوط المرسومة نرسم خطوط أو مستويات متعامدة.

4– تكون أصغر مساحة (في حالة البعدين) أو أصغر حجم (في حالة الأبعاد الثلاثة)

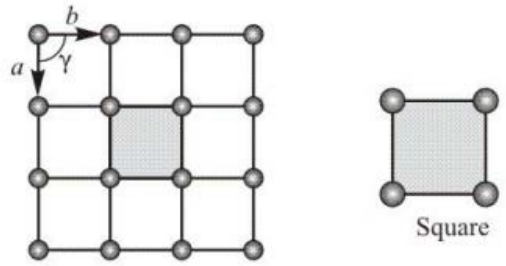


FCCمكعب متمركز الوجوه

BCCمكعب متمركز الجسم

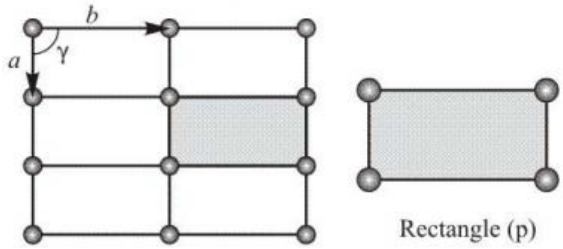
7.1 أنواع الشبيكة في بعدين:

توجد خمسة أشكال للشبيكة في بعدين وذلك حسب اطوال المتجهين البدائيين للشبيكة المستوية والزاوية المحصورة بينهما



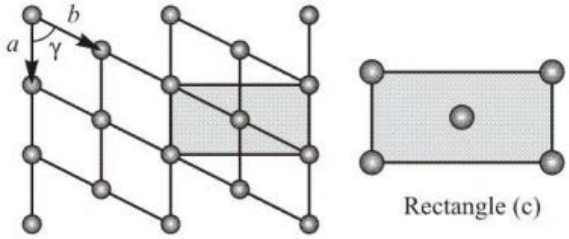
1- الشبيكة المربعة square lattice

$|\vec{a}| = |\vec{b}|$ $\gamma = 90$



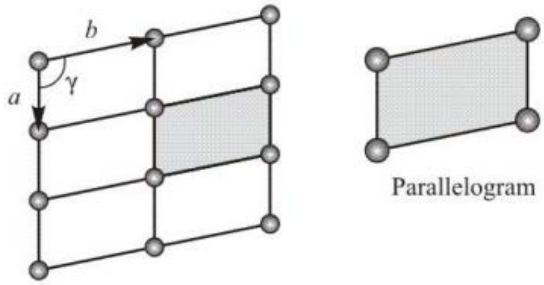
2- الشبيكة المستطيل البدائي Rectangle lattice (P)

$|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ $\gamma = 90$



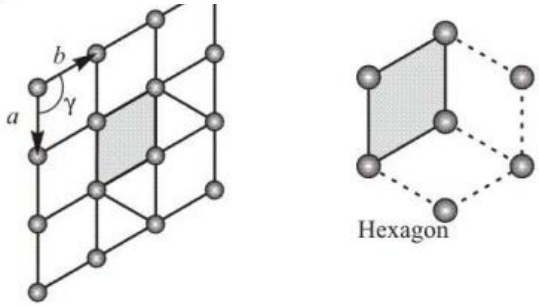
3- الشبيكة المستطيل المتمركز Rectangle lattice (C)

$|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ $\gamma = 90$



4- الشبيكة المائلة oblique lattice

$|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ $\gamma \neq 90$



5- الشبيكة السداسية Hexagonal lattice

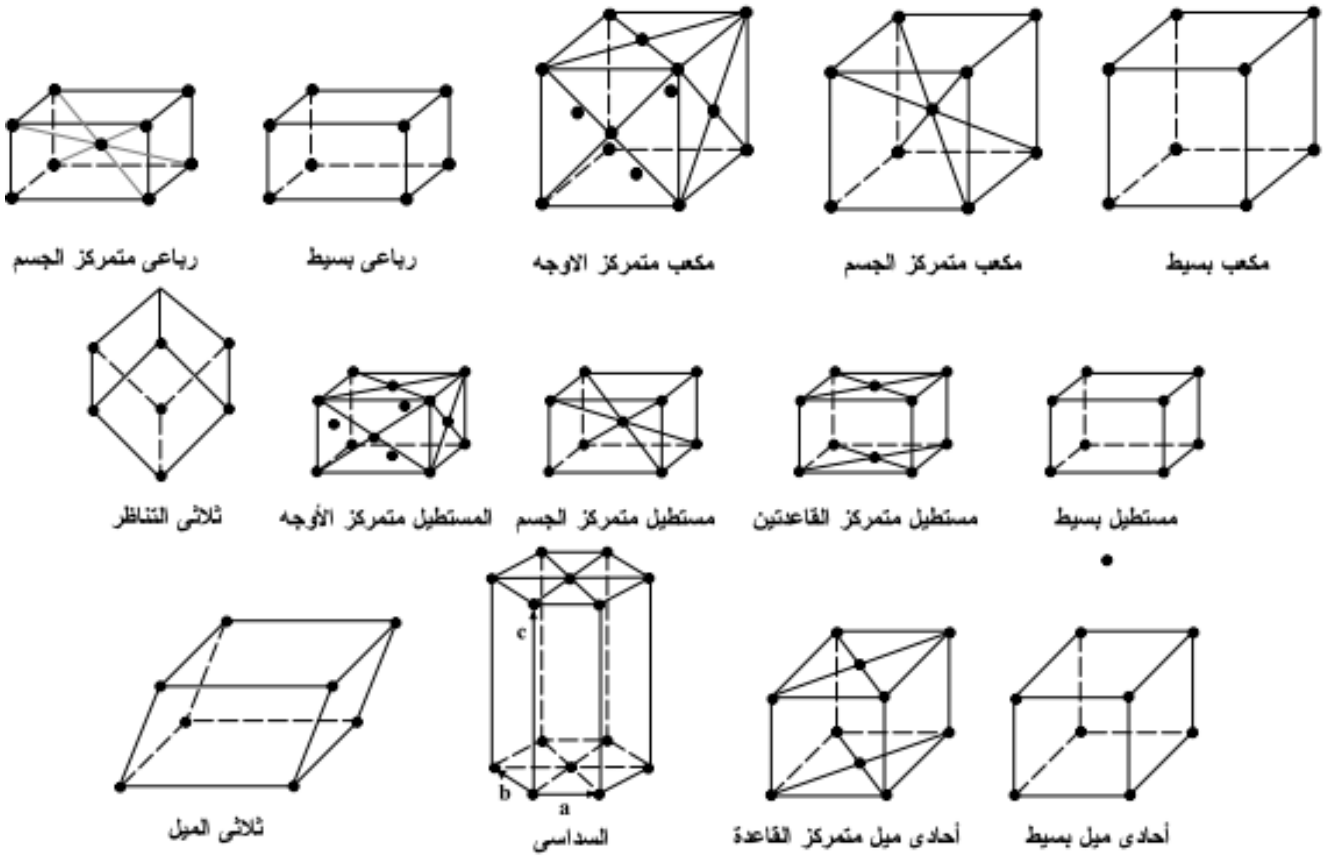
$|\vec{a}| = |\vec{b}|$ $\gamma = 120$

8.1 أنواع الشبيكة فى ثلاثة ابعاد:

يتميز الشكل الخارجي لبلورات المواد بأسطحها المستوية والملساء والتي تسمى أوجه البلورة. ويختلف مظهر بلورات المواد المختلفة باختلاف أشكال الأوجه أو باختلاف الزوايا بين هذه الأوجه وبالتالي باختلاف تماثلها. ويعكس المظهر الخارجي للبلورة طبيعة التركيب الداخلي أو وحدات البناء الداخلية التي تكون هذه البلورة.

تمكن العالم برافيه (Bravais) عام 1848 من إدخال مفهوم الشبيكة إلى علم البلورات وذلك لتسهيل دراسة التركيب البلوري للمواد الصلبة. وقد تمكن **برافيه** من تصميم أربع عشرة شبيكة فقط تصف التراكيب البلورية جميع المواد الصلبة مصنفة في مجموعات رئيسية أو أنظمة. يأتي هذا العدد الصغير (14 شبيكة) بسبب أن عدد حالات التماثل الانتقالى فى الشبيكة يكون محدوداً، فمثلا يستحيل بناء شبيكة ذات خلية وحدة لها شكل خماسي منتظم. تأتى الاستحالة من أنه بالرغم من إمكانية رسم الشكل الخماسي المنتظم بسهولة إلاّ إنّه لا يمكن تغطية مساحة معينة تماما بتكرار هذا الشكل الخماسي المنتظم. وبالتالي نجد أن متطلبات التماثل الانتقالي في بعدين اثنين (على سبيل المثال) تحدد عدد الشبيكات الممكن بنائها إلى خمسة فقط هم: متوازي الأضلاع المائل، المربع القائم، السداسي، المستطيل البسيط والمستطيل المتمركز. في الأبعاد الثلاثة، يبلغ عدد الشبيكات البرافية أربع عشرة شبيكة فقط، بينما يبلغ عدد الشبيكات غير البرافية 230 شبيكة. في الأبعاد الثلاثة تكون كل شبيكة برافية خلية وحدة عبارة عن متوازي مستطيلات له جوانب تكون عبارة عن متجهات الأساس $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ وله الزوايا α و β و γ، كما هو موصوف في الجدول التالي:

الفصيلة	الخصائص	عدد الأنواع	النوع	الرمز	خصائص عناصر التماثل
فصيلة المكعبى Cubic	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	ثلاثة	مكعبي البسيط، SC مكعبي م. الجسم، BCC مكعبي م. الأوجه، FCC	P I F	أربعة محاور دوران ثلاثية الرتبة
فصيلة الرباعي القائم Tetragonal	$a=b\neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	نوعان	رباعي بسيط رباعي م. الجسم	P I	محور دوران ثلاثي الرتبة
فصيلة المستطيل القائم Orthorhombic	$a\neq b\neq c$ $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	أربعة أنواع	مستطيل قائم بسيط مستطيل قائم م. الجسم مستطيل قائم م. الأوجه مستطيل قائم م. القاعدتين	P I F B	ثلاثة محاور دوران ثنائية الرتبة
فصيلة الثلاثي Trigonal	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma\neq90^\circ$	نوع واحد	خلية أولية	-	محور دوران ثلاثي الرتبة
فصيلة أحادى الميل Monoclinic	$a\neq b\neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ\neq\gamma$	نوعان	أحادى الميل البسيط أحادى الميل م. القاعدتين	-	محور دوران ثنائي الرتبة
فصيلة ثلاثي الميل Triclinic	$a\neq b\neq c$ $\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq90^\circ$	نوع واحد	ثلاثي الميل البسيط	-	لا يوجد
فصيلة السداسي Hexagonal	$a=b\neq c$ $\alpha=\beta=90^\circ$ & $\gamma=120^\circ$	نوع واحد	السداسي البسيط	-	محور دوران ثلاثي الرتبة



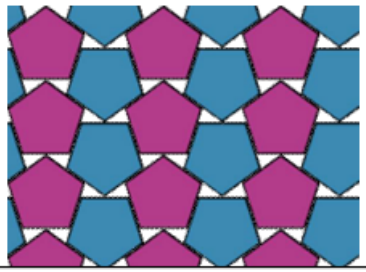
عمليات التناظرِ Symmetry Operations:

البناء البلوري الشبكي مصمم ليخضع إلى عمليات انسحاب أو دوران تعيده إلى وضعة الأصلي وعمليات التناظر تجعل البناء البلوري يعود إلى وضعه الأصلي ،وقد تطرقنا لعمليات الانسحاب من خلال متجهة الانسحاب :

$$\vec{T} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$$

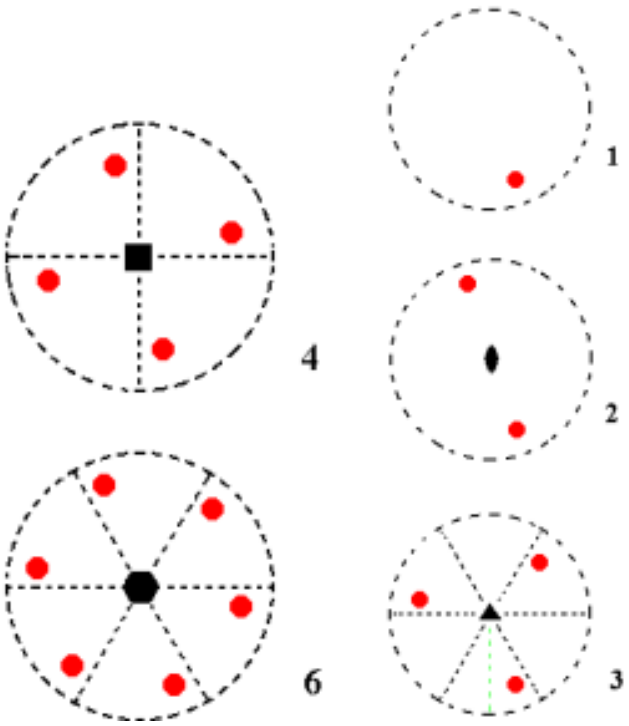
إلا أن الانسحاب قد يرافقه عمليات أخرى مثل عملية الدوران (rotation operation) وعملية الانعكاس (reflection operation) وعملية الانقلاب(inversion operation). ويمكن تطبيق كافة العمليات بآن واحدا على إحدى العقد البلورية ،وفيما يلي عرض عن هذه العمليات:

1. عمليات التناظر الدوراني: تتم هذه العمليات بدوران الشبيكة البلورية حول محور ما مار من إحدى عقد الشبكة البلورية، ويتطلب منا معرفة عدد المرات التي تنطبق البلورة على نفسها عند دورانها 360 درجة ، نسمي عدد مرات الانطباق بعدد الثنيات(الطيات)(number of folds)،فإذا كان هناك انطباق واحد فيكون محورها من الدرجة الأولى ،وإذا كان هناك انطباقين فيكون محورها من الدرجة الثانية وهكذا.....، وإذا كانت الشبيكة دورية لانهائية فإنها تفتقد محاور الدرجة الخامسة والسابعة n =5,7,8 ولا يمكنها أن تشكل الشبيكات دورية إذ أنه تترك فراغات فيما بينها وتشكل انقطاعا في التركيب البلوري .



شبكه خماسية لا تمتلك تناظر دورانى

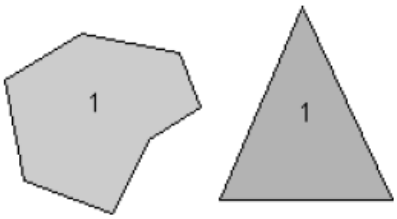
تعطى الزاوية المناظرة لعدد الطيات بالعلاقة $\frac{2\pi}{n}$ حيث n=1,2,3,4,6 عدد الطيات أو الانطباق ،فعندما n=3 مثلا فان البلورة تمتلك ثلاثة انطباقات توافق زاوية دوران 120 درجة كما في مثلث متساوي الساقين انظر الشكل التالي:



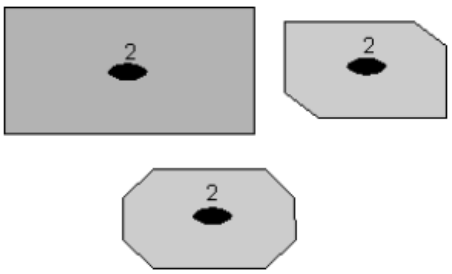
التناظر الدوراني وعدد الطيات ودرجة المحور

أمثلة:

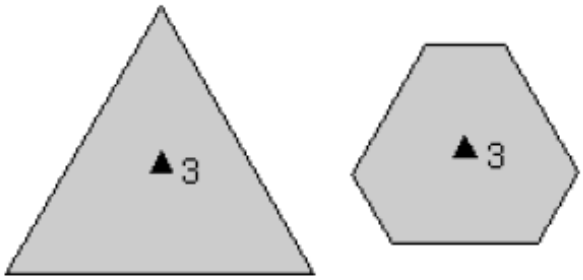
- دوران الطية الواحدة(محور تناظر من الدرجة الأولى) يتطلب الدوران بزاوية 360 درجة أو صفر .



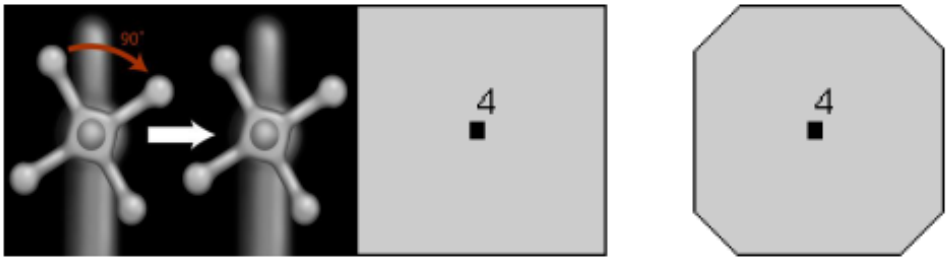
- دوران بطيتين يتطلب دوران الجسم حول المحور 180 درجة ويرمز لمحور الطيتين بشكل بيضوي مصمت



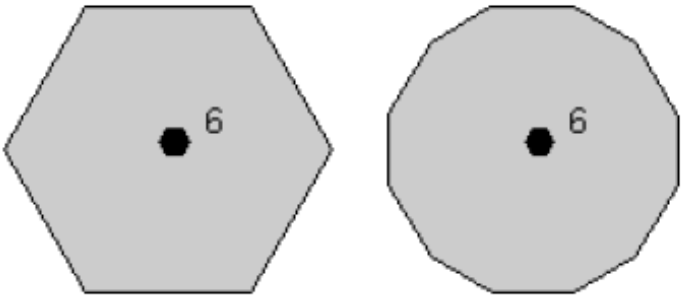
- دوران بثلاثة طيات يتطلب دوران الجسم 120 درجة حول محور التناظر ويرمز له بمثلث متساوي الأضلاع.



- دوران بأربع طيات يتطلب دوران الجسم 90 درجة حول محور التناظر ويرمز له بمربع



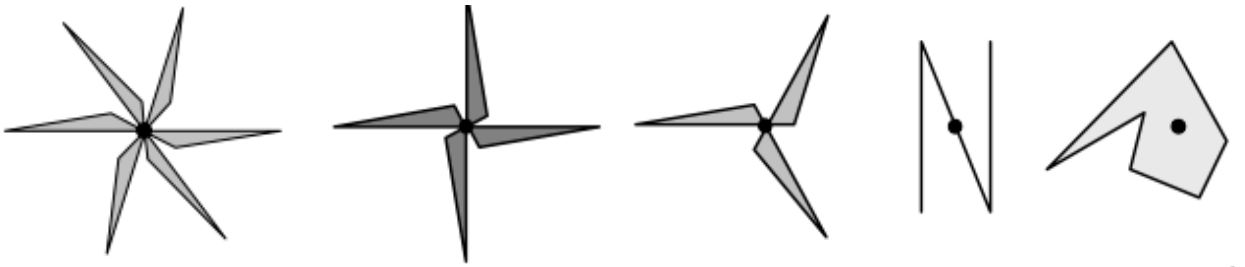
- دوران بستة طيات يتطلب دوران الجسم 60 درجة حول محور التناظر ويرمز له بمسدس.



محور التناظر: عبارة عن مستقيم اذا ما دار الشكل حوله بزاوية معينة حل الشكل محل نفسه.

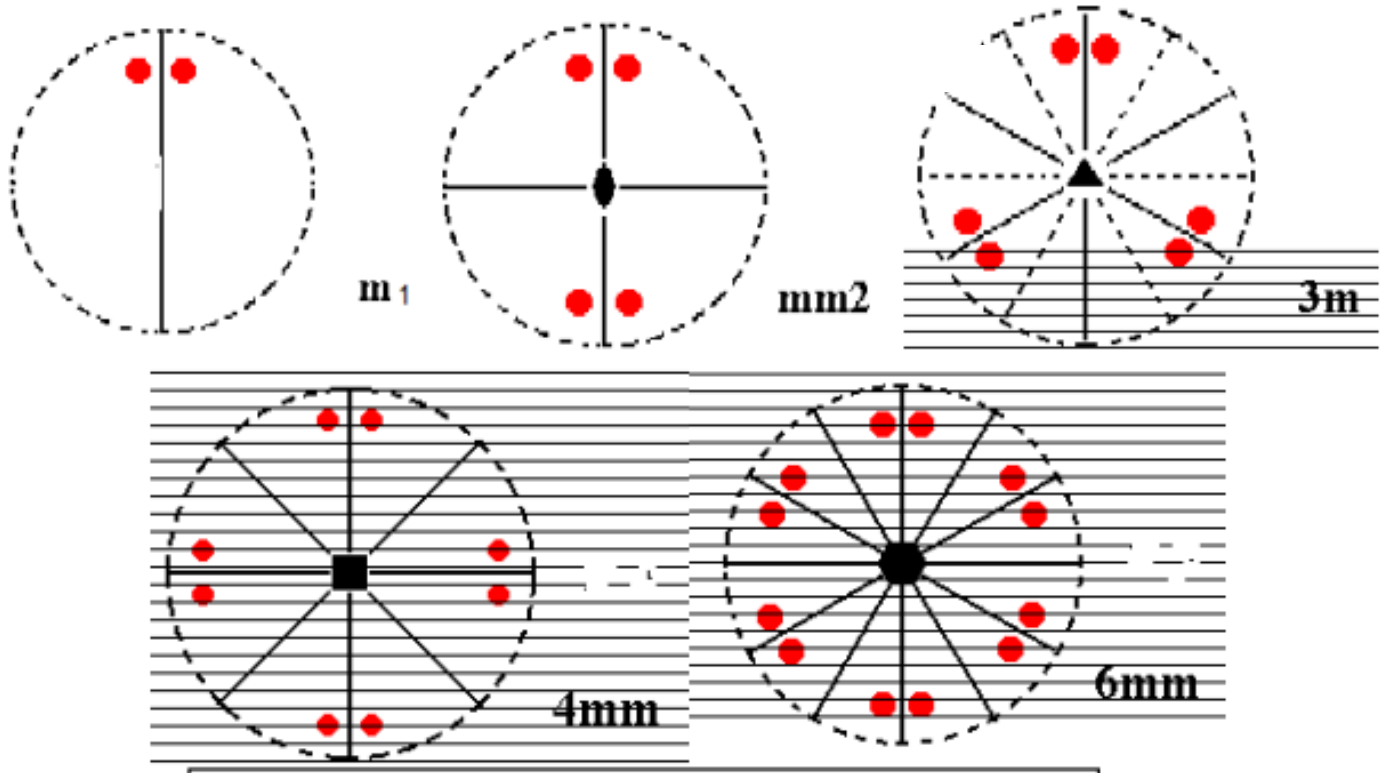
تعرف رتبة التناظر:

بأنها عدد المرات التي يكرر الجسم أو البلورة نفسها عند دورانها حـــول المحـــور دورة كاملة، أي أن $n=\frac{2\pi}{\theta}$، حيث θ هي الزاوية التي يكرر الجسم نفسه عندها.



2. عمليات التناظر الانعكاسي: وهي عمليات تناظر بالنسبة لمستو يمر من عقدة من عقد الشبكة البلورة ويرمز لهذه العمليات بالرمز m نسبة إلى المرآة (mirror) وغالبا ما يسمى المستوي مستو المرآة (mirror plane)، هذا النوع من التناظر تمتلكه الشبكة إذا لم تتغير مواصفاتها بعد الانعكاس عن المستوي.

وإذا وجد تناظر بالنسبة لمستو عمودية على مستوي التناظر الأول فإننا نرمز لهذا النوع بالرمز mm ويلاحظ أنه عندما تكون n عددا فرديا فان الشكل الهندسي لا يمتلك التناظر الانعكاسي، وعندما تكون عددا زوجيا فهناك دوما مجموعتان من المستويات الانعكاسية أنظر الشكل التالي:



التناظر الانعكاسي ومستويات التناظر ورموزها

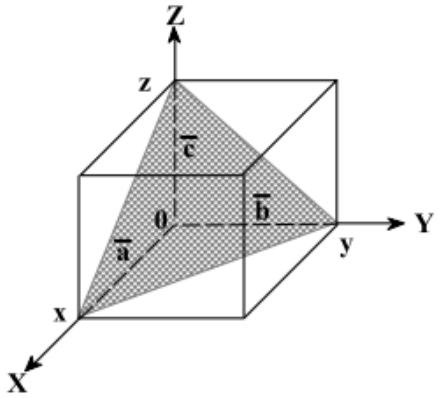
تعتبر الشبكات البلورية المكعبة من أبسط الشبكات وبالرغم من ذلك فهي تمتلك عناصر التناظر

9.1 المستويات البلورية و معاملاتها:

تعتمد الخواص الفيزيائية على المستويات و اتجاهاتها داخل البنية البلورية . كما هو معلوم لايجاد موقع اي نقطة او خط مستقيم نستعمل نظريات الهندسة التحليلية ، اما بالنسبة الى المستويات البلورية و اتجاهاتها فهنالك طرق مختلفة لايجادها او تمثيلها و من اهم تلك الطرق هي طريقة ميلر و التقاطع.

10.1 طريقة ميلر Miller method:

يمكن وصف المستويات البلورية بواسطة مجموعة من الأدلة العددية وضعها العالم الأنجليزى ميلر عام 1800. يمكن تعريف أدلة ميلر للمستوى بأنها مجموعة مكونة من ثلاثة أرقام تصف مكان واتجاه المستوى في البلورة. يمكن تعيين أدلة ميلر بإتباع الخطوات التالية



1- نفترض أن المحاور الكارتيزية تتطابق مع متجهات الأساس للبلورة (أحرف البلورة) ويكون رأس البلورة هو بمثابة نقطة الأصل للمحاور، كما بالشكل.

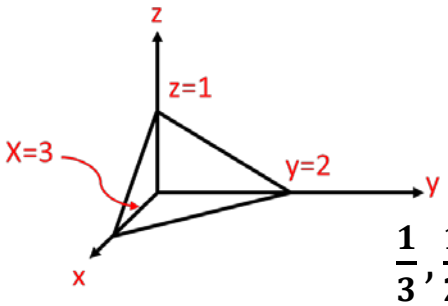
2- نفترض أن نقاط تقاطع المستوى مع المحاور على امتداد متجهات الأساس $\vec{c},\vec{b},\vec{a}$ هي x و y و z. تكون x عبارة عن مضاعف كسرى من a وتكون y عبارة عن مضاعف كسرى من b وتكون z عبارة عن مضاعف كسرى من c.

3- نكون مجموعة الأعداد الكسرية على النحو $\left(\frac{z}{c}\text{ و }\frac{y}{b}\text{ و }\frac{x}{a}\right)$

4- نأخذ مقلوب مجموعة الأعداد السابقة لنحصل على $(\frac{a}{x}$ و $\frac{b}{y}$ و $\frac{c}{z})$، ثم نختزل هذه المجموعة إلى اصغر قيم للإعداد وذلك بالضرب في اصغر عامل مشترك للمقام **ونكتبها بأبسط.**

5- تسمى المجموعة الأخيرة التي نحصل عليها بأدلة ميلر للمستوى وتكتب على الصورة (hkl)

مثال 1: جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=3 , y=2, z=1



الحل:

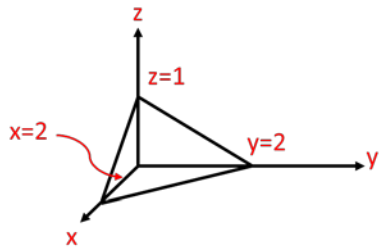
1- نرسم المستوي

2- نأخذ مقلوب الاعداد **x=3 , y=2, z=1** فنحصل على $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}$

3- نظرب هذه الأرقام بالقاسم المشترك الأصغر (ويساوي 6 لهذه المسألة)

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}\right) \times 6 \Rightarrow (2,3,6) \equiv (h,k,l)$$

مثال 2: جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=2, y=2, z=1



الحل:

1- نرسم المستوي

2- نأخذ مقلوب الاعداد x=2 , y=2, z=1 فنحصل على $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}$

3- نظرب هذه الأرقام بالقاسم المشترك الأصغر (ويساوي 2 لهذه المسألة)

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}\right) \times 2 \Rightarrow (1,1,2) \equiv (h,k,l)$$

مثال 3 : جد معاملات ميلر للمستوي الذي يقطع الاحداثيات الديكارتية عند x=4, y=4, z=2

الناتج هو $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)\times 4 \Rightarrow (1,1,2)\equiv(h,k,l)$

ملاحظة 1:

المستوي في (المثال 3) اعطى نفس معاملات ميلر للمستوي في (المثال 2) لذا يقال ان المستويين يرجعان الى المجموعة نفسها وهي مستويات لها نقاط تقاطع مختلفة ولهما نفس معاملات ميلر.

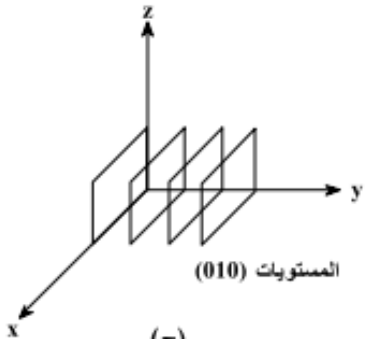
مثال 4:

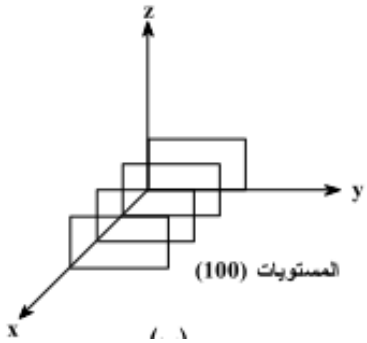
إذا قطع مستوى ما فى البلورة نصف وحده خلية في اتجاه محور الأساس a و ربع وحده خلية في اتجاه محور الأساس b و ثلث وحده خلية في اتجاه محور الأساس c. أرسم هذا المستوى ثم أوجد أدلة ميلر له.

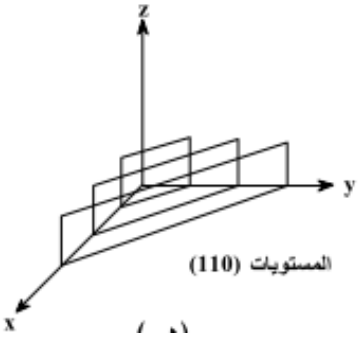
ملاحظة 2:

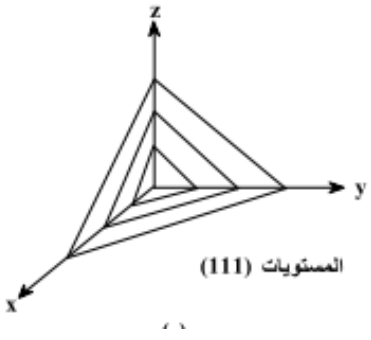
1- **معاملات ميلر لا ترمز الى مستوي معين فقط بل تصف ايضا مجموعة من المستويات الموازية له.**

2- **جميع الخواص تكون متساوية بين المستويات المتوازية باتجاه معين و يكون لها نفس ادلة ميلر.**









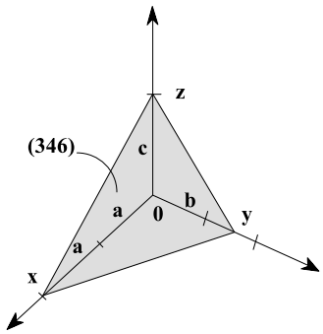
3- اذا قطع المستوي احد الاحداثيات في الجهة السالبة للمحور فأن طول المحور المقطوع يكون سالبا ويرمز لمعامل ميلر المقابل لاشارة سالبة $(\bar{h}, k, l)$

3- المستوى الموازى لأي إحداثي والذي له فاصل يساوى ∞ يكون له معامل ميلر على هذا المحور يساوى صفر.

4- النسبة بين الأدلة هي العامل المهم وليس قيمة المعامل نفسه، فالمستوى (622) هو نفسه المستوى (311).

واجب بيتي:

1- جد معاملات ميلر للمستوي الاتي:



إذا كان مستوى يقطع المحاور الثلاثة عند القيم $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{3c}{4}$، أوجد أدلة ميلـــر لهـــذا المستوى.

2- إذا قطع مستوى ما فى البلورة نصف وحده خلية في اتجاه محور الأساس a و ربع وحده خلية في اتجاه محور الأساس b و ثلث وحده خلية في اتجاه محور الأساس c. أرسم هذا المستوى ثم أوجد أدلة ميلر له.

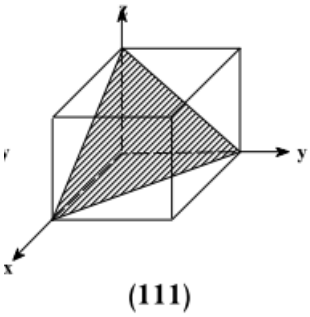
3- حدد معاملات ميلر لاوجه الشبيكة البلورية المكعبة (وحدة طول واحدة=a=b=c).

11.1تعيين موقع المستويات داخل البلورة المكعبة:

يتم تعيين المستويات في البلورات المكعبة بنفس الطريقة السابقة مضافا اليها نقطة أخرى وهي تحديد طول ضلع وحدة الخلية.

مثال: ارسم المستوي (111) في بلورة مكعبة الشكل.

الحل: 1- نرسم مكعب طول ضلعه وحدة واحدة.



(111)

2-نعين المحاور الديكارتيزية الثلاثة x, y, z ونقطة الأصل.

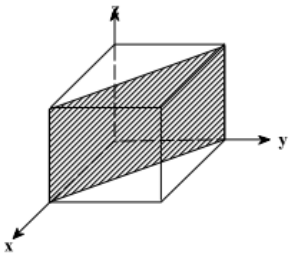
3-نأخذ مقلوب معاملات ميلر ونضع بينها فارزة للدلالة على انها تحولت الى اعداد في المحاور الديكارتيزية.

$$(hkl) = (111) \Rightarrow \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{1}\right) \Rightarrow (1,1,1) \Rightarrow x = 1, y = 1, z = 1$$

4- نعين النقاط $(1,0,0), (0,1,0), (0,1,0)$ ونصل بينها فنحصل على المستوي المطلوب.

مثال: ارسم المستوي (110) داخل بلورة مكعبة.

$$(hkl) = (110) \Rightarrow \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0}\right) \Rightarrow (1,1,\infty) \Rightarrow x = 1, y = 1, z = \infty$$



معنى $z = \infty$ هو انه يتقاطع معه في المالانهاية أي يوازيه.

مثال: ارسم المستوي (100) داخل بلورة مكعبة.

$$(hkl) = (100) \Rightarrow \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{0}, \frac{1}{0}\right) \Rightarrow (1,\infty,\infty) \Rightarrow x = 1, y = \infty, z = \infty$$

س/ اسم ادلة ميلر لاوجه المكعب البسيط الستة.

ملاحظات: ان معاملات ميلر لاوجه المكعب الستة هي $(00\bar{1}), (0\bar{1}0), (\bar{1}00), (001), (010), (100)$ ويطلق على هذه المجموعة من المستويات بأسرة المستويات ويرمز لها بالرمز $\{100\}$.

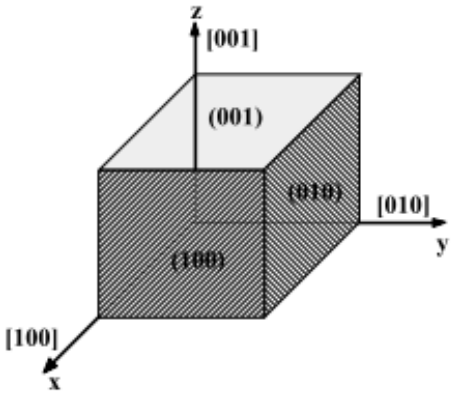
س/ أرسم المستويات (110)، $(1\bar{1}1)$، (111)، $(2\bar{1}0)$، و (201) في خلية المكعب البسيط.

12.1 اتجاهات المستويات البلورية:

نظرا لعدم تجانس الخواص الفيزياوية للبلورات في الاتجاهات المختلفة، وبعد وصف المستويات البلورية بادلة ميلر والتي يرمز لها بالرمز (hkl) سوف نعين الاتجاهات في البلورة بدلالة ادلة ميلر ويرمز لها $[hkl]$ أي بين قوسين مربعين. بالصيغة الاتجاهية: $\vec{R} = h\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$

ويلاحظ ان ادلة الاتجاه $[hkl]$ هي ادلة الاتجاه العمودي على المستوي (hkl) ، فيعبر عن اتجاه المستوي (111) بالمتجه [111] .

مثال: في خلية المكعب البسيط :



المستوي (100) يكون باتجاه المحور X ويكتب متجه المستوي بالشكل [100]، $\vec{R} = \vec{a}$.

المستوي (010) يكون باتجاه المحورY ويكتب متجه المستوي بالشكل [010]، $\vec{R} = \vec{b}$.

المستوي (001) يكون باتجاه المحور Z ويكتب متجه المستوي بالشكل [001]، $\vec{R} = \vec{c}$.

عندما يتوفر لخلية الوحدة بعض التماثل الدورانى، فربما يوجد العديد من الاتجاهات غير المتوازية والتي تكون متكافئة من وجهه نظر التماثل، وبالتالي نجد أن الاتجاهات [100] و [010] و [001] في البلورة المكعبة متكافئة. يشار إلى جميع الاتجاهات المتكافئة مع الاتجاه $[n_1n_2n_3]$ بالرمز $\langle n_1n_2n_3 \rangle$ ذي الأقواس الزاوية وهكذا، فإن الرمز $\langle 100 \rangle$ في نظام المكعب يشير إلى الاتجاهات الستة التالية، [100]، [010]، [001]، $[0\bar{1}0]$، $[\bar{1}00]$، $[00\bar{1}]$. تدل الإشارة السالبة فوق العدد إلى القيمة السالبة للعدد، وبالمثل فإن الرمز $\langle 111 \rangle$ يشير إلى أقطار المكعب، الذي لا يكافئ الاتجاه $\langle 100 \rangle$ بالطبع.

مثال: ارسم المستوي (110) والمتجه [110] في المكعب البسيط.

الحل: يكون المستوي BFHD هو المستوي (110)، (حسب الطريقة السابقة)

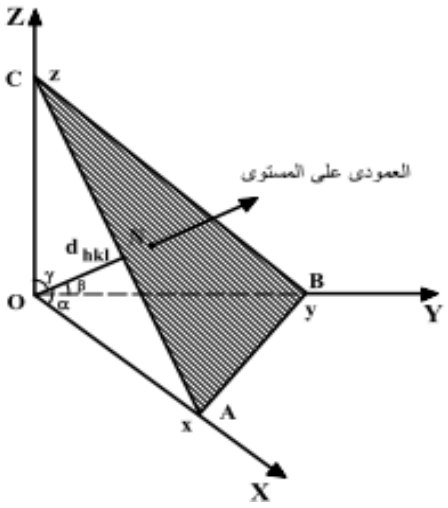
المتجه $\overrightarrow{EG}$ هو المتجه العمودي على المستوي المطلوب وله الأدلة [110] ويكون مسقطه على x=1 وعلى y=1 وعلى z=0.

المسافة البينية بين المستويات المتوازية:

تتكون البلورة من عدد من المستويات يفصل بينها مسافة بينية يرمز لها بالرمز d_{hkl} والتي يمكن حسابها للمستويات التي لها نفس معاملات ميلر (متوازية).

ان معاملات ميلر للمستوي ABC الموضح بالشكل المجاور هي (hkl) .

بما ان $\overrightarrow{ON}$ عمودي على المستوي ABC وبملاحظة المثلث ONA القائم الزاوية في N فان:



$$\cos\alpha = \frac{ON}{OA} = \frac{d_{hkl}}{OA}$$

وبنفس الطريقة وبملاحظة المثلث ONB ولنفس الأسباب فان:

$$\cos\beta = \frac{ON}{OB} = \frac{d_{hkl}}{OB}$$

وكذلك المثلث ONC فان:

$$\cos\gamma = \frac{ON}{OC} = \frac{d_{hkl}}{OC}$$

وبما ان المستوي يقطع المحاور X,Y,Z بالاحداثيات x=OA, y=OB, z=OC اذن:

$$\cos\alpha = \frac{d_{hkl}}{x} \quad , \quad \cos\beta = \frac{d_{hkl}}{y} \quad , \quad \cos\gamma = \frac{d_{hkl}}{z}$$

وطبقا لقانون جيوب التمام $\mathrm{Cos}^2\,\alpha + \mathrm{Cos}^2\,\beta + \mathrm{Cos}^2\,\gamma = 1$.

ومن المعادلات السابقة نحصل على تعبير للمسافة d_{hkl} التي تفصل بين المستويات المتوازية :

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}}}$$

وحيث أن المسافات المقطوعة x و y و z ترتبط بأدلة ميلر h و k و l بالعلاقة،

$$h = n\frac{a}{x},\ k = n\frac{b}{y},\ l = n\frac{c}{z}$$

حيث n هو عامل مشترك يستخدم لاختزال الأدلة الى اصغر اعداد ممكنة و a, b, c هي ابعاد الخلية.

$$x = \frac{a}{h}, y = \frac{b}{k}, z = \frac{c}{l}$$

بالتعويض بمعادلة حساب d_{hkl} أعلاه نحصل على:

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}}$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب المسافة بين المستويات بعد معرفة ادلة ميلر وابعاد البلورة.

مثال: احسب المسافة البينية في البلورة المكعبة للمستويات: (511), (333) ، وناقش النتيجة.

الحل: نفرض طول ضلع المكعب a ونستخدم العلاقة،

$$d_{333} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{a^2} + \frac{l^2}{a^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3^2}{a^2} + \frac{3^2}{a^2} + \frac{3^2}{a^2}}} = \sqrt{\frac{a^2}{27}} = \frac{a}{3\sqrt{3}}$$

$$d_{511} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}}} = \sqrt{\frac{a^2}{27}} = \frac{a}{3\sqrt{3}}$$

نلاحظ ان هذه السطوح لها نفس المسافات البينية مع اختلاف معاملات ميلر لها .

تمرين: احسب المسافة البينية في البلورة المكعبة للمستويات: (600), (422).

تمرين: اثبت ان المسافة بين المستويات ***(111)*** في بلورة المكعب البسيط هي $\frac{a}{\sqrt{3}}$ حيث ***a*** طول ضلع المكعب.