جامعة البصرة / كلية العلوم / قسم الرياضيات

محاضرات المقرر ر336

نظرية المعادلات التفاضلية الاعتيادية

Theory of Ordinary Differential Equations

المحاضر

الدكتورصبيح لفتة جاسم

Email: *Sabeeh.jasim@uobasrah.edu.iq*

الفصل الاول

المقدمة

في هذا الفصل سنبدا بدراسة الوجود والوحدانية لحل المعادلات التفاضلية من الرتبة الاولى والدرجة الاولى وعرض سلوك الحل ونقدم بعض الافكار حول صورة الطور والتكافؤ في سلوك الحل للمعادلات التفاضلية المختلفة.

الوجود والوحدانية للحل

تعريف : لتكن المعرفة على الفترة $x(t)$ الدالة . $D \subseteq R^2$ دالة حقيقية لمتغيرات حقيقية معرفة على المجال $f(t,x)$ $I \subseteq R$ والتي تحقق

$$x' = \frac{dx}{dt} = f(t,x)$$

تسمى حل للمعادلة التفاضلية اعلاه. الشرط الضروري لـ $x(t)$ حتى يكون حل هو $(t, x(t)) \in D$ لكل $t \in I$

لاحظ ان المنطقة D هي التي تحدد المجال والمدى للحل $x(t)$.

ملاحظة مهمة : $y' = f(x,y) \quad \rightarrow \quad x' = f(t,x)$

لان اغلب المعادلات التفاضلية الاعتيادية هي عبارة عن نماذج رياضية لانظمة ديناميكية (حركية) تعتمد على الزمن.

مثال : المعادلة التفاضلية $x' = 2xt$ فيها $f(t,x) = 2xt$ وان $D = R^2$ ويمكن حساب حلها العام بفصل المتغيرات.

$$\frac{dx}{dt} = 2xt \rightarrow \frac{dx}{x} = 2tdt \rightarrow x(t) = Ae^{t^2}, \qquad I = R$$

مدرس المقرر : د . صبيح لفتة جاسم

مثال : المعادلة التفاضلية $x' = x - t$ فيها العام ويمكن حساب حلها $D = R^2$ وان $f(t,x) = x - t$ كمعادلة خطية بالشكل

$$\frac{dx}{dt} - x = -t \rightarrow xe^{-t} = -\int te^{-t}dt + C \rightarrow x(t) = 1 + t + Ce^{t}, \qquad I = R$$

مثال : المعادلة التفاضلية $x' = x$ فيها $f(t,x) = x$ وان $D = R^2$ ويمكن حساب حلها بالشكل

$$\frac{dx}{x} = dt \rightarrow x(t) = Ce^{t}, \qquad I = R$$

مثال : المعادلة التفاضلية $x' = x^2$ فيها $f(t,x) = x^2$ وان $D = R^2$

$$\frac{dx}{x^2} = dt \rightarrow -\frac{1}{x} = t - C \rightarrow x(t) = \begin{cases} \frac{1}{C-t}, & t \in (-\infty, C) \\ 0, & t \in R \\ \frac{1}{C'-t}, & t \in (C', \infty) \end{cases}$$

مثال : المعادلة التفاضلية $x' = 2\sqrt{x}$ فيها $f(t,x) = 2\sqrt{x}$ وان $D = \{(t,x) | x \geq 0\}$

$$\frac{dx}{2\sqrt{x}} = dt \rightarrow \sqrt{x} = t - C \rightarrow x(t) = \begin{cases} 0, & t \in (-\infty, C) \\ (t-C)^2, & t \in (C, \infty) \\ 0, & t \in R \end{cases}$$