3- المتوسط المتحرك الموزون:

هذه الطريقة تعطي أوزانا مختلفة لقيم المشاهدات مع إعطاء وزن أكبر للقيم الحديثة بحيث يكون مجموع هذه الأوزان مساويا للواحد ، كما انه في بعض الأحيان يرغب المقدر أن يستخدم المعدل المتحرك ولكن بإعطاء أوزان مختلفة لفترات الزمنية بدل من إعطائها أوزانا متساوية،وهذه الأوزان تعكس أهمية الفترات المذكورة،في تقدير الطلب المستقبلي ومن وجهة نظر المقدر. وتكتب الصيغة الرياضية لهذا النموذج كالتالي:

$$M_t = \frac{\sum_{m=1}^{k} w_{t-m} y_{t-m}}{\sum_{m=1}^{k} w_m}$$

اذ ان :

y_t : قيمة الظاهرة الحقيقية

M_t : قيمة الظاهرة المتنبأ بها

w_1 : الوزن للفترة t-k

w_2 : الوزن للفترة t-k+1

w_k :الوزن للفترة t-1

k : طول فترة المتوسط المتحرك

مثال: بفرض أن البيانات التالية تمثل الطلبات الشهرية لمنتج معين خلال أشهر متتالية كما هو مبين بالجدول التالي:

الشهر	1	2	3	4	5	6	7
الطلب	35	30	32	41	49	50	60

والمطلوب:

1- **التنبؤ بالطلب للشهر الثامن باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد ثلاث فترات.**
2- **التنبؤ بالطلب للشهر الثامن باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد اربع فترات**
3- **التنبؤ بالطلب للشهر الثامن باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة لعدد ثلاث فترات بالأوزان التالية:**

.(w3=0.50، w2=0.30 ،w1=0.20)

الحل: 1-

$$M_t = \frac{\sum_{m=1}^{k} y_{t-m}}{k}$$

$$M_8 = \frac{\sum_{m=1}^{3} y_{8-m}}{3} = \frac{y_7 + y_6 + y_5}{3} = \frac{60 + 50 + 49}{3} = \frac{159}{3} = 53$$

-2

$$M_8 = \frac{\sum_{m=1}^{3} y_{8-m}}{4} = \frac{y_7 + y_6 + y_5}{4} = \frac{60 + 50 + 49 + 41}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

-3

$$M_t = \frac{\sum_{m=1}^{k} w_{t-m} y_{t-m}}{\sum_{m=1}^{k} w_m}$$

$$M_t = \frac{w_3 * y_3 + w_2 * y_2 + w_1 * y_1}{w_1 + w_2 + w_3}$$

$$= \frac{(0.50 * 60) + (0.30 * 50) + (0.20 * 49)}{0.20 + 0.30 + 0.50} = \frac{54.8}{1}$$

$$= 54.8$$

تمرين/ظهرت بيانات الطلب الفعلي لإحدى الشركات على الصورة الآتية :-

الشهر	1	2	3	4	5	6
الطلب الفعلي	10	12	13	16	19	23

وبافتراض أننا سوف نستخدم ثلاثة فترات للتنبؤ ، كانت أوزانها النسبية كما يلي :

w3=0.50 ، w2= 0.33 ،w1=0.17 ، المطلوب حساب الطلب المتوقع للشهور 7-5

<u>التمهيد الاسي :</u>

ويتميز نموذج التمهيد الأسي عن المتوسط المتحرك باشتراك جميع القيم السابقة للسلسلة في التوقع، لأن التمهيد باستخدام المتوسط المتحرك يعطي جميع البيانات نفس الاهمية وبالتالي فان القيم القديمة نوعا ما تؤثر نفس التأثير كالقيم الحديثة وهذا لايكون من الناحية العملية صحيحاً ،التمهيد الاسي عل العكس يعطي القيم الاكثر حداثة اهمية اكبر والقيم الاخرى تعطى اهمية تتناقص اسيا مع قدمها .

طريقة التمهيد الأسي البسيط:

إن الطرق السابقة تتطلب وجود بيانات خاصة بالمتغير لفترتين على الأقل لكي تتم عملية التنبؤ، بينما هذه الطريقة تستبعد هذا النقص وتبحث عن وجود ثلاثة بيانات فقط وهي القيمة الفعلية الأخيرة الخاصة بالظاهرة محل التنبؤ وآخر قيمة متوقعة ومعامل الترجيح او معامل التمهيد الاسي وتحسب بالعلاقة التالية:

$$F_t = \propto y_t + (1-\propto)F_{t-1} \qquad t = 1, 2, \dots, n$$

وان : $F_0 = \bar{y}$

او $F_0 = Y_1$

وتستخدم المعادلة التالية لايجاد التنبؤ:

$$F_n(L) = F_n \qquad \text{for} \quad L \geq 1$$

$$F_n(1) = F_n(2) = \cdots = F_n(L) = F_n$$

تحسب فترة للتنبؤات وبمستوى ثقة 0.95% كالتالي:

$$Y_{n+L} \in [Y_n(L) \mp 1.96 * \hat{\sigma}^2]$$

$$\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-1}$$ **اذ ان :**

مثال/ اذا توفرت لديك البيانات التالية التي تمثل مبيعات احدى السلع للسنوات 2015-2019

السنوات	المبيعات Y
2015	4
2016	5
2017	4
2018	3
2019	4

1- **تنبؤ لسنة 2020 باستخدام اسلوب التمهيد الاسي الاحادي مستخدماً ثابتي تمهيد اسي هما :** $\propto = 0.1$ **و** $\propto = 0.5$
2- **احسب فترة للتنبؤات وبمستوى ثقة** ***0.95%***.
3- **ايهما افضل في التنبؤ** $\propto = 0.1$ **و** $\propto = 0.5$ ***استخدم معيار*** **RMSE ,MAE**

الحل:

$$F_0 = \bar{y} = \frac{4+5+4+3+4}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$F_t = \propto y_t + (1-\propto)F_{t-1} \qquad t = 1, 2, \dots, n$$

$$F_t = \propto y_t + (1-\propto)F_{t-1}$$

$$F_1 = \propto y_1 + (1-\propto)F_0$$

عندما: $\propto = 0.1$

$$F_1 = (0.1 * 4) + (0.9 * 4) = 0.4 + 3.6 = 4$$

$$F_2 = \propto y_2 + (1-\propto)F_1$$

$$F_2 = (0.1 * 5) + (0.9 * 4) = 0.5 + 3.6 = 4.1$$

$$F_3 = (0.1 * 4) + (0.9 * 4.1) = 0.4 + 3.69 = 4.09$$

$$F_4 = (0.1 * 3) + (0.9 * 4.09) = 0.3 + 3.68 = 3.98$$

$$F_5 = (0.1 * 4) + (0.9 * 3.98) = 0.4 + 3.58 = 3.98$$

التنبؤ لسنة 2020:

$$F_n(L) = F_n \qquad \text{for} \quad L \geq 1$$

$F_5(1) = F_5 = 3.98$ تنبؤ 2020

$$F_{n+L} \in [F_n(L) \mp 1.96 * \hat{\sigma}^2]$$

$\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-1}$ $\frac{1.78}{4}$=0.445 اذ ان :

$$Y_{5+L} \in [3.98 \mp 1.96 * 0.445]$$

فترة الثقة: $Y_{5+L} \in [3.98 \mp 0.892]$ بمستوى ثقة 95%

$(Y_i - \hat{Y}_i)^2$	$\lvert Y_i - \hat{Y}_i \rvert$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$\hat{Y}_i = F_t$	المبيعات Y	السنوات
0	0	0	4	4	2015

0.81	0.9	0.9	4.1	5	2016
0.0081	0.09	-0.09	4.09	4	2017
0.9604	0.98	-0.98	3.98	3	2018
0.0004	0.02	0.02	3.98	4	2019
1.78	1.99				المجموع

عندما: $\propto = 0.5$

$$F_t = \propto y_t + (1-\propto)F_{t-1} \qquad t = 1, 2, \dots, n$$

$$F_t = \propto y_t + (1-\propto)F_{t-1}$$

$$F_1 = \propto y_1 + (1-\propto)F_0$$

$$F_1 = (0.5 * 4) + (0.5 * 4) = 2 + 2 = 4$$

$$F_2 = \propto y_2 + (1-\propto)F_1$$

$$F_2 = (0.5 * 5) + (0.5 * 4) = 2.5 + 2 = 4.5$$

$$F_3 = (0.5 * 4) + (0.5 * 4.5) = 2 + 2.25 = 4.25$$

$$F_4 = (0.5 * 3) + (0.5 * 4.25) = 1.5 + 2.125 = 3.625$$

$$F_5 = (0.5 * 4) + (0.5 * 3.625) = 2 + 1.81 = 3.81$$

التنبؤ لسنة 2020:

$$S_n(L) = S_n \qquad for \quad L \geq 1$$

$S_5(1) = S_5 = 3.81$ تنبؤ 2020

$$F_{n+L} \in [F_n(L) \mp 1.96 * \hat{\sigma}^2]$$

$\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-1}$ $\frac{0.767}{4}$=0.192 اذ ان :

$$Y_{5+L} \in [3.81 \mp 1.96 * 0.192]$$

فترة الثقة: $Y_{5+L} \in [3.98 \mp 0.376]$ بمستوى ثقة *95%*

السنوات	المبيعات Y	$\widehat{Y}_i = F_t$	$Y_i - \widehat{Y}_i$	$\lvert Y_i - \widehat{Y}_i \rvert$	$(Y_i - \widehat{Y}_i)^2$
2015	4	4	0	0	0
2016	5	4.5	0.5	0.5	0.25
2017	4	4.25	-0.25	0.25	0.0625
2018	3	3.625	-0.625	0.625	0.391
2019	4	3.81	0.19	0.19	0.0361
المجموع				*1.565*	0.767

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1.78}{4}} = \sqrt{0.445} = 0.667$$

$$MAE = \frac{\sum|Y_i - \widehat{Y}_i|}{n} = \frac{1.99}{5} = 0.398$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.767}{4}} = \sqrt{0.192} = 0.438$$

$$MAE = \frac{\sum|Y_i - \widehat{Y}_i|}{n} = \frac{1.565}{5} = 0.313$$

RMSE	
$\propto = 0.1$	$\propto = 0.5$
0.667	0.438
MAE	
0.398	0.313

بما ان قيم MAE, و $RMSE$ عند $\propto = 0.5$ اقل من $\propto = 0.1$ اذا $\propto = 0.5$ اقضل بالتنبؤ